

Interféromètre Michelson - Morceaux choisis

I. Interféromètre de Michelson. Banque PT

Sujet intéressant pour vérifier si vous êtes au point avec l'interféromètre de Michelson. Les questions abordées sont très courantes et proches du cours ou des exercices abordés en TD. Bon sujet de synthèse.

A. Généralités sur les interféromètres

1. Donner un exemple de dispositif à division du front d'onde. Donner un exemple de dispositif à division d'amplitude.
2. Qu'appelle-t-on longueur de cohérence ? Quel est son rôle dans les conditions d'observation des franges d'interférences ?
3. Comment peut-on sélectionner une raie quasi-monochromatique de la lumière émise ?

Un interféromètre de Michelson est constitué d'une lame semi-réfléchissante, non-absorbante, appelée séparatrice S_p dont les facteurs de transmission et de réflexion sont supposés égaux, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 . La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . L'interféromètre est plongé dans l'air. Dans tout le problème, on ne tiendra compte ni des inconvénients liés à l'épaisseur non négligeable de la séparatrice (inconvénients supposés parfaitement corrigés grâce à une lame compensatrice), ni d'éventuels changements de phase par réflexion. L'indice de l'air sera pris égal à 1.

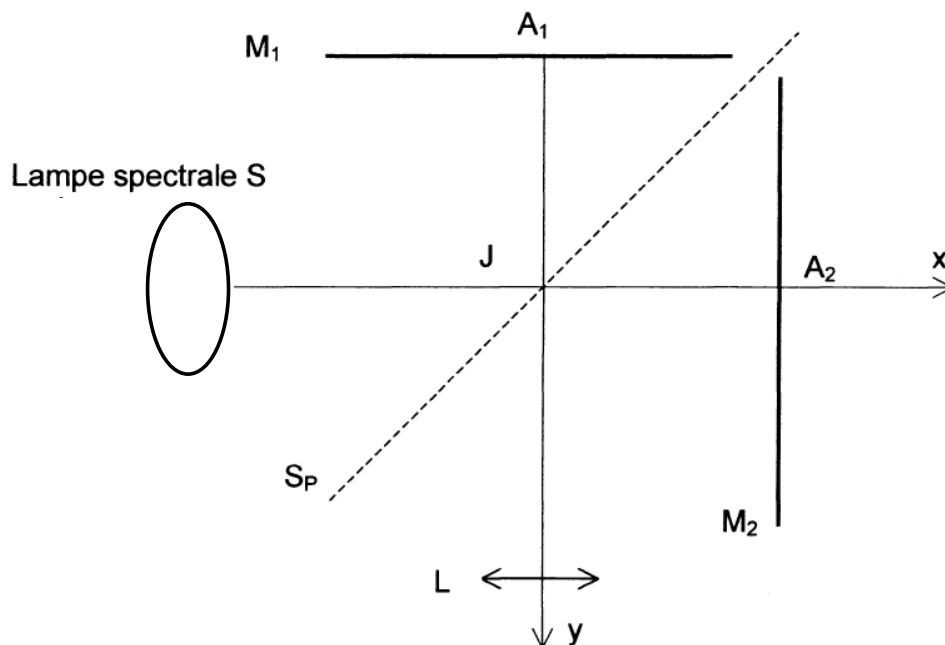


FIGURE 1 –

On utilise comme source étendue S une lampe spectrale de symétrie de révolution autour de l'axe Jx .

B. Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air

Ici, M_1 et M_2 sont perpendiculaires l'un à l'autre.

4. L'interféromètre a été réglé de sorte que les deux bras de l'interféromètre aient des longueurs égales ($JA_1 = JA_2$). L'observation se fait en lumière monochromatique, dans le plan focal image d'une lentille mince convergente L d'axe optique (Jy) et de distance focale image $f' = 1$ m. Qu'observe-t-on ?
5. On translate M_2 normalement à son plan de $e = 1,1$ mm dans la direction des x positifs. On considère un rayon incident (issu d'un point source quelconque de la source étendue), avec un angle d'incidence i . Montrer à l'aide d'un schéma que le phénomène d'interférences observé est analogue à celui d'une lame d'air à faces parallèles. Faire un tracé des deux rayons lumineux émergents de l'interféromètre associés à ce rayon incident. En quel point P de l'écran vont-ils interférer après passage dans la lentille ?
6. Exprimer la différence de marche en ce point en fonction de l'inclinaison i des rayons émergents de l'interféromètre par rapport à l'axe (A_1, y). En déduire l'intensité lumineuse (ou éclaircissement) sur l'écran ainsi que l'ordre d'interférence p au point P associé à l'angle d'incidence i . En quel point de l'écran cet ordre p est-il maximal ?

Dans toute la suite, on se contentera d'une analyse limitée à l'ordre 2 inclus en i (angle d'incidence) car on suppose $i \ll 1$.

7. Quel est le lieu de localisation des franges d'interférences lorsque la source S est étendue ?
8. Avec une raie de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1$ nm dans le vide et toujours avec $e = 1,1$ mm, déterminer la valeur de l'ordre d'interférence du premier anneau brillant, puis son rayon. Déterminer de même les rayons des deuxième et troisième anneaux brillants. Que constate-t-on ?
9. On place sur le bras JA_1 et parallèlement au miroir M_1 une lame transparente à faces parallèles d'épaisseur $e' = 9,5$ μm et d'indice $n = 1,5117$. Calculer la variation, due à l'introduction de cette lame, de l'ordre d'interférence **au centre**.

Dans toute la suite, on enlève cette lame à faces parallèles.

C. Interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

10. À partir d'une situation où les deux bras sont égaux $JA_1 = JA_2$, on fait tourner le miroir M_2 d'un angle α très faible autour d'un axe passant par A_2 et perpendiculaire au plan passant par J , A_1 et A_2 .

Montrer à l'aide d'un schéma que le dispositif est équivalent à un coin d'air d'angle α . Comment peut-on éclairer le coin d'air en incidence quasi-normale ?

11. Pour observer une image nette et agrandie des interférences sur un écran, on utilise une lentille convergente L' de distance focale 0,2 m (cette lentille remplace la lentille L) et un écran. La lentille est placée à 0,25 m du miroir M_1 , son axe optique correspond à l'axe (Jy) (on rappelle que l'angle α est faible). Préciser la position de l'écran d'observation et calculer le grandissement.
12. Caractériser le système de franges et donner l'expression de l'interfrange i observé sur l'écran.
 $AN : i = 3,75$ mm , $\lambda = 546,1$ nm. Donner la valeur de α .

13. On éclaire le coin d'air en lumière blanche : qu'observe-t-on sur l'arête du coin d'air (ou sur son image) ?

Expliquer pourquoi, si l'angle α augmente, la région du coin d'air où l'observation des franges en lumière blanche (teintes de Newton) est observable devient plus étroite.

D. Application 1 : détermination des longueurs d'onde d'un doublet

L'interféromètre étant utilisé dans les mêmes conditions que dans la partie précédente, on remplace la source primaire par une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre d'émission ne contient que deux raies intenses, de couleur jaune et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ avec $0 < \Delta\lambda \ll \lambda_1$.

On observe alors des franges très contrastées de même forme que celles obtenues dans la partie précédente.

14. Compte tenu de l'approximation $\Delta\lambda \ll \lambda_1$, montrer que l'intensité lumineuse à la surface des miroirs est donnée par l'expression :

$$I = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi \Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \delta \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_{moy}} \delta \right) \right)$$

où $\lambda_{moy} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$.

15. Ensuite on translate M_2 d'une distance d et on constate que les franges disparaissent une première fois lorsque $d = 0,15$ mm. En déduire $\Delta\lambda$ et λ_2 .

E. Application 2 : détermination de la largeur spectrale d'une raie

L'interféromètre, toujours utilisé dans les mêmes conditions que dans la partie III, est éclairé par une lampe à vapeur de Cadmium. La raie principale du Cadmium ($\lambda_0 = 643,8$ nm) n'est pas rigoureusement monochromatique et on cherche à déterminer sa largeur spectrale $\Delta\nu$.

16. Quelle est la couleur de la raie principale du cadmium ?
17. Michelson avait trouvé pour la raie rouge du cadmium une longueur de cohérence $L_c = 30$ cm. Calculer $\Delta\nu$ pour la raie rouge du cadmium et en déduire la durée τ du train d'onde.
18. On se propose de calculer l'intensité lumineuse due à cette raie en supposant qu'elle est composée d'une infinité de vibrations monochromatiques dont les fréquences sont comprises entre $(\nu_0 - \Delta\nu/2)$ et $(\nu_0 + \Delta\nu/2)$, où ν_0 est la fréquence centrale de la raie correspondant à la longueur d'onde λ_0 , et où $\Delta\nu \ll \nu_0$. On suppose que si on obturait une des deux voies, les vibrations dont la fréquence est comprise entre ν et $\nu + d\nu$ produiraient dans le plan focal image de la lentille une intensité de la forme : $J_0 d\nu$.

(a) Justifier pourquoi il est possible d'écrire l'intensité sur l'écran sous la forme :

$$I(\delta) = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} 2J_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi\nu\delta}{c} \right) \right] d\nu$$

(b) Montrer que $I(\delta)$ peut s'écrire sous la forme :

$$I(\delta) = 2J_0\Delta\nu \left[1 + V(\delta) \cos \left(\frac{2\pi\nu_0\delta}{c} \right) \right]$$

et exprimer le facteur de contraste $\mathcal{C} = |V(\delta)|$ ($V(\delta)$ est appelé facteur de visibilité) des franges en fonction de la différence de marche δ , de $\Delta\nu$ et de la vitesse de la lumière dans le vide c . On pourra faire intervenir la fonction sinus cardinal sin_c définie par $\text{sin}_c(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

(c) Pour quelle valeur de δ obtient-on le premier brouillage de la figure d'interférence ?

II. Expérience de Michelson et Morley - CCINP MP

Sujet intéressant car il aborde l'expérience historique de Michelson et Morley. Dans ce problème les lois de l'optique physique sont utilisées de façon un peu spéciales en utilisant la loi de composition classique des vitesses pour la lumière. Une façon surprenante d'utiliser l'interféromètre.

Après le succès des théories ondulatoires de Young et de Fresnel, il restait aux physiciens à expliquer la propagation de la lumière. En 1873, Maxwell publie la forme définitive de ses équations de l'électromagnétisme. À l'instar d'une onde mécanique, la lumière est conçue comme la vibration d'un "milieu support" présent partout dans l'univers : l'éther luminifère. Puis en 1905, Einstein fonde la théorie de la relativité restreinte sur le principe de relativité (qui énonce que toutes les lois physiques sont invariantes par changement de référentiel galiléen (ou inertiel)) et sur le postulat de l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide : le caractère absolu du temps est remis en question, la transformation de Galilée est remplacée par celle de Lorentz, l'éther luminifère peut enfin être abandonné. La question de son existence restera cependant une des grandes quêtes de la Physique jusque dans les années 1930.

Point de vue général

On souhaite reprendre les raisonnements historiques à propos de l'éther tenus par les physiciens pré-relativistes. On introduit pour cela le référentiel terrestre noté $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$ dans ce problème et on considère l'éther comme un fluide en mouvement à la vitesse $\vec{w}$ dans $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$. La lumière, qui est une vibration de l'éther, se propage dans celui-ci de manière isotrope : quelle que soit sa direction, le vecteur vitesse de propagation de la lumière dans un référentiel où l'éther est immobile est noté $\vec{c}$, a pour norme $c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$ (valeur qui sera arrondie à 3.10^8 m.s^{-1} pour les applications numériques).

Consigne : en nous plaçant à l'époque des physiciens pré-relativistes, nous utiliserons la transformation galiléenne des vitesses et ferons comme si nous ne savions pas que c est une constante universelle de la Physique.

Partie I - L'expérience "MM" : Michelson et Morley (1887)

Le schéma de principe du dispositif que Michelson et Morley utilisèrent en 1887 est représenté en figure 1. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson réglé au contact optique, L étant la longueur commune des bras de l'interféromètre : $L = OH_1 = OH_2$. L'ensemble Séparatrice-Compensatrice est modélisé comme une lame semi-réfléchissante d'épaisseur nulle, placée à 45° du faisceau incident et n'introduisant aucun déphasage supplémentaire sur les trajets lumineux. Les deux faisceaux lumineux obtenus après division d'amplitude suivent des trajets selon les axes Ox et Oy perpendiculaires. On observe les franges d'interférences à l'aide d'un oculaire micrométrique placé à la sortie de l'appareil. À l'entrée de l'interféromètre, un filtre interférentiel isole la raie H_α du rayonnement solaire. On note ν la fréquence de la lumière monochromatique ainsi obtenue. Le référentiel d'observation $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$ est ici le référentiel terrestre dans lequel les miroirs M_1 et M_2 sont immobiles. L'air est assimilé au vide et nous considérerons qu'il n'a

aucune influence sur la propagation. En revanche, l'ensemble du dispositif baigne dans l'éther en mouvement à la vitesse $\vec{w} = w \vec{e}_x$ uniforme avec $w > 0$ (mouvement appelé "vent d'éther").

Configuration α : l'interféromètre est positionné de telle sorte que le trajet lumineux sur le bras n° 1 soit colinéaire au vent d'éther. Le bras n° 2 est perpendiculaire à cette direction.

Configuration β : on fait subir à l'ensemble $S = \{\text{Source, interféromètre, observateur}\}$ une rotation de 90° autour de l'axe Oz dans le sens horaire, de telle sorte que ce soit le bras n° 2 qui devienne colinéaire au vent d'éther.

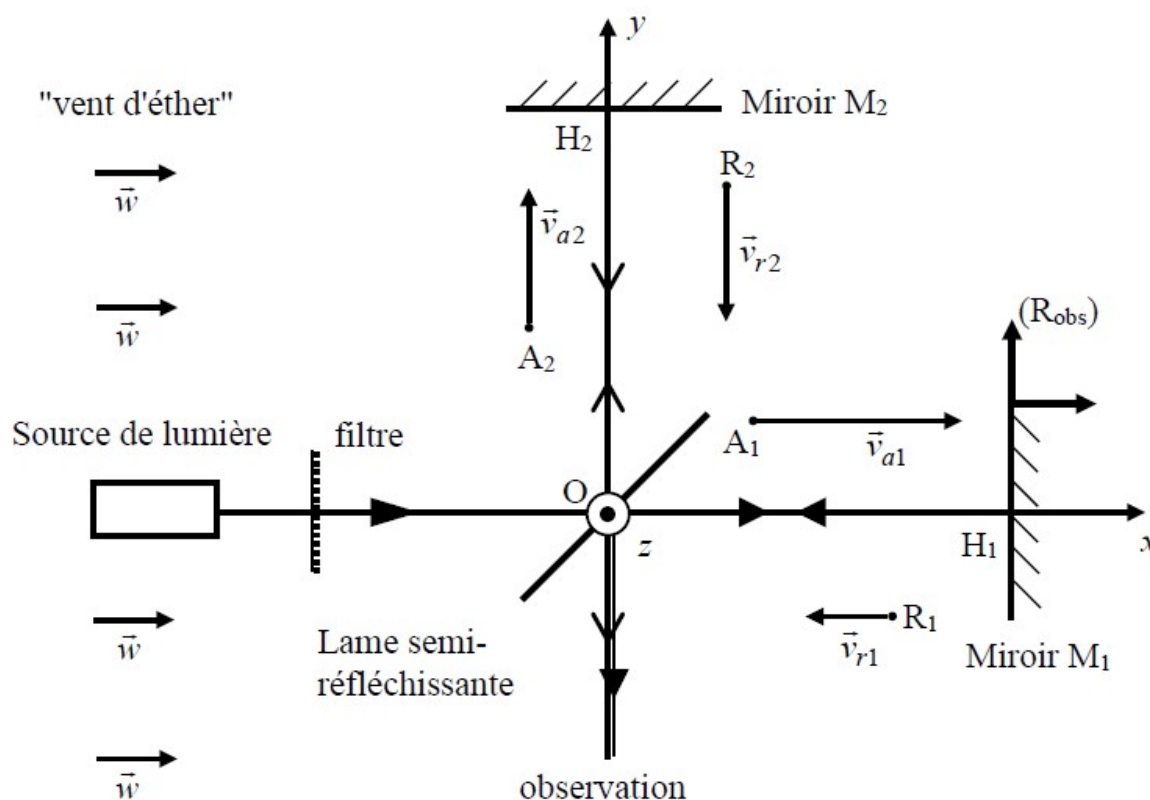


Figure 1-Schéma de l'interféromètre de Michelson dans la configuration α

L'interféromètre est dans la configuration α (figure 1). Un rayon lumineux incident sur l'axe Ox est divisé en deux rayons par la lame séparatrice qui font respectivement un aller-retour sur Ox et sur Oy .

On appelle A_1 , un point quelconque entre O et H_1 sur le trajet lumineux aller du bras n°1 et R_1 un point sur le trajet retour. On note de même A_2 et R_2 deux points entre O et H_2 sur les trajets aller et retour du bras n°2. En utilisant l'indice $i = 1$ ou 2 pour indiquer la voie de l'interféromètre et l'indice $\varepsilon = a$ ou r pour indiquer le sens aller ou retour, on note $\vec{v}_{\varepsilon i}$ la vitesse de la lumière dans $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$ et $\vec{c}_{\varepsilon i}$ sa vitesse dans le référentiel lié au vent d'éther.

Par souci de lisibilité les quatre points A_1, A_2, R_1 et R_2 et les vitesses $\vec{v}_{\varepsilon i}$ ont été représentées hors des trajets des rayons lumineux.

- 1) À l'aide de la loi galiléenne de composition des vitesses, donner la relation entre les vecteurs $\vec{v}_{\varepsilon i}$, $\vec{c}_{\varepsilon i}$ et $\vec{w}$ aux points aux points A_1, A_2, R_1 et R_2 . Attribuer à chaque expression fournie ci-dessous la norme $v_{\varepsilon i}$ correspondante :

$$c - w ; \sqrt{c^2 - w^2} ; c + w ; \sqrt{c^2 + w^2}$$

- 2) En déduire l'expression du décalage temporel $\tau(\alpha) = \tau_1(\alpha) - \tau_2(\alpha)$ entre les durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 et la voie 2 dans la configuration α . Faire un développement limité de $\tau(\alpha)$ à l'ordre 2 en w/c .

En déduire le déphasage entre les deux signaux puis l'ordre d'interférence $p(\alpha)$ en fonction de la fréquence ν , L , c et du rapport w/c .

- 3) Avec le moins possible de calculs, donner de même les expressions :
- de la différence $\tau(\beta) = \tau_1(\beta) - \tau_2(\beta)$ des durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 (respectivement 2) dans la configuration β ;
 - du développement limité de $\tau(\beta)$ à l'ordre 2 en $\frac{w}{c}$;
 - de l'ordre d'interférence $p(\beta)$ en fonction de ν , L , c et du rapport $\frac{w}{c}$.
- 4) Soit $\Delta p = p(\beta) - p(\alpha)$ la variation de l'ordre d'interférence produite lors du passage de l'interféromètre de la configuration α à la configuration β . Montrer que :

$$\Delta p = 2L \frac{\nu}{c} \left(\frac{w}{c} \right)^2$$

- 5) En faisant l'hypothèse d'un éther immobile dans le référentiel héliocentrique et ne subissant aucun effet d'entraînement par l'atmosphère terrestre, Michelson et Morley compaient observer cette modification avec une vitesse de vent d'éther de norme $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$ environ.

a) Retrouver cette valeur numérique à partir des données suivantes :

- Constante universelle de la gravitation : $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.kg}^{-2}.\text{m}^2$
- Masse du Soleil : $M_S = 1,99.10^{30} \text{ kg}$
- Durée de l'année terrestre : $T_{\text{an}} = 365,25 \text{ jours}$

Une grande longueur des bras de l'interféromètre (obtenue par un rallongement des trajets à l'aide de plusieurs jeux de miroirs) et un oculaire micrométrique avaient été prévus afin d'assurer une détection confortable des modifications attendues de la figure d'interférences. La sensibilité du dispositif était de l'ordre de $\Delta p = 0,01$.

- b) Avec $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$, $L = 11,2 \text{ m}$ et $\nu = 4,57.10^{14} \text{ Hz}$, donner la valeur numérique de la variation Δp de l'ordre d'interférence escomptée par Michelson et Morley.

Aucune variation de l'ordre d'interférence ne fut jamais détectée. Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley a révélé la mise en défaut de la transformation de Galilée appliquée à la célérité de la lumière.

Le dernier sujet est un issu d'un problème Mines - Ponts MP. Pour le résoudre on doit exploiter ses connaissances sur l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air. À traiter par celles et ceux qui choisissent les DSbis usuellement.

III. — Contrôle d'épaisseur de certaines pièces

Pour une bonne mise au point mécanique et aérodynamique du dragster, il est important de contrôler précisément certaines épaisseurs, on utilise pour cela des dispositifs interférentiels. La première mesure consiste en la vérification de l'épaisseur d'un dépôt métallique opaque destiné à protéger certaines pièces, la seconde est la mesure de l'épaisseur d'une pièce en verre et donc transparente.

III.A. — Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique

On éclaire une lame de verre semi-réfléchissante, supposée infiniment fine, et formant un angle $\varepsilon = 0,1^\circ$ avec une plaque réfléchissant totalement la lumière sur laquelle le dépôt métallique a été effectué. L'éclairement est assuré par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$. L'incidence est quasi normale. Le dépôt est assimilable à un parallélépipède métallique opaque d'épaisseur constante posé au contact de la lame réfléchissante. L'ensemble est représenté sur la partie gauche de la figure 6.

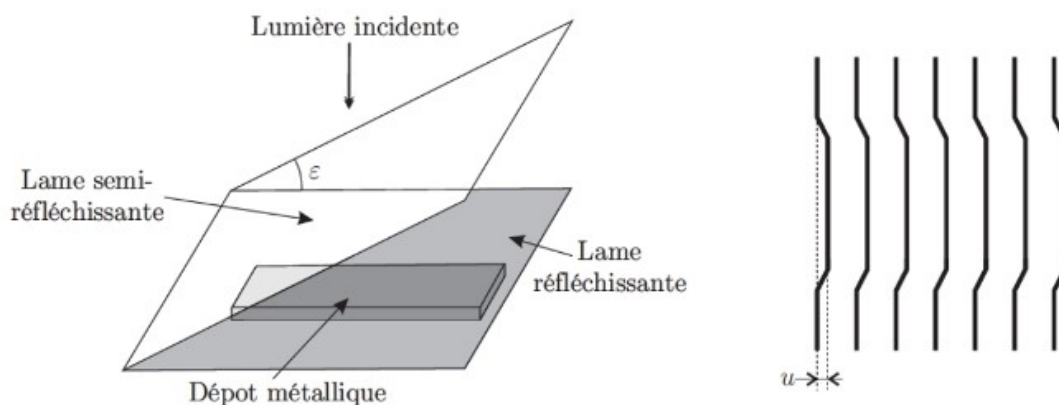


FIGURE 6 – Dispositif optique et franges observées sur l'écran

Au voisinage des lames, on observe des franges non rectilignes, on dit qu'elles sont « décrochées ». Ces franges sont observées sur un écran placé à 50 cm d'une lentille convergente de distance focale $f' = 4 \text{ cm}$. Elles sont représentées sur la partie droite de la figure 6.

- ❑ 19 — Déterminer l'expression de l'interfrange d_i observée sur l'écran dans la zone où le dépôt est absent. On exprimera d_i en fonction de λ_0 , ε et du grandissement γ de la lentille et on calculera sa valeur numérique.
- ❑ 20 — Expliquer ce que l'on observe sur l'écran (présence du décroché) et montrer que l'épaisseur e du dépôt métallique dépend de la valeur u du décroché mesurée sur l'écran (partie droite de la figure 6). On explicitera la relation entre e , u et d'autres paramètres utiles de l'expérience. On mesure $u = 0,59 \text{ mm}$ sur l'écran, quelle est la valeur numérique de l'épaisseur du dépôt ? On commentera ce résultat.
- ❑ 21 — Qu'observe-t-on sur l'écran si on remplace l'air par de l'eau dans la même expérience. Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.
- ❑ 22 — Qu'observe-t-on sur l'écran si l'on augmente l'angle ε . Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.