

**Révisions Optique - Thermodynamique - Chimie**

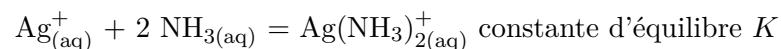
Chapitres à réviser :

- Optique : Lois de l'optique physique - Interférences à deux ondes, trous d'Young - Michelson - Interférences à N ondes.
- Chimie : Oxydoréduction (thermodynamique et cinétique). Cinétique chimique.

**Revoir les questions de cours des thèmes Optique - Chimie (disponibles sur le site de la classe)**

## 1 Pile de concentration \*

On souhaite déterminer expérimentalement la constante de formation globale  $K$  du complexe  $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$  à partir de l'ion  $\text{Ag}^+$  selon l'équation - bilan :



Pour cela, on considère la pile schématisée figure 1 : les compartiments 1 et 2 contiennent initialement  $V_0 = 100 \text{ mL}$  de solution de nitrate d'argent ( $\text{Ag}^+$ ,  $\text{NO}_3^-$ ) à  $C_0 = 5.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ . Les deux électrodes métalliques qui plongent dans les solutions sont en argent  $\text{Ag}_{(\text{s})}$

On ajoute dans le bécher de droite un volume  $V = 40 \text{ mL}$  de solution d'ammoniac  $\text{NH}_{3(\text{aq})}$  à  $C_1 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

1. Exprimer la f.é.m. de la cellule  $e_{12} = (V_1 - V_2)_{i=0}$  en fonction des concentrations en ion  $\text{Ag}^+$  dans les compartiments 1 et 2.
2. On mesure  $e_{12} = 229 \text{ mV}$ . En déduire les concentrations en  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{NH}_{3(\text{aq})}$  et  $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$  dans le compartiment 2.
3. Quelle est alors la valeur numérique de la constante d'équilibre  $K$  ?

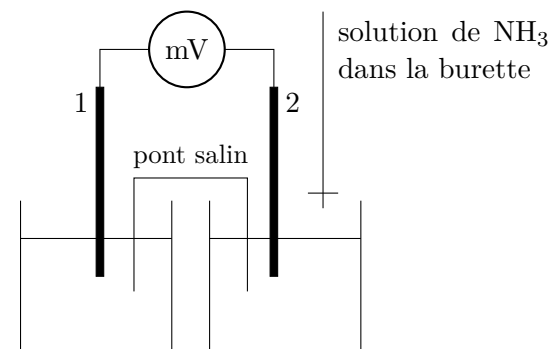
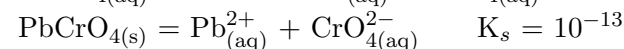
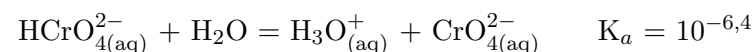


FIGURE 1 -

## 2 Chimie des solutions

Le jaune de chrome  $\text{PbCrO}_{4(\text{s})}$  est un solide peu soluble. En solution aqueuse il peut se produire les deux réactions suivantes :



Masse molaire du plomb :  $M = 207 \text{ g.mol}^{-1}$

1. Dans quelle zone de pH y-a-t-il prédominance de l'espèce  $\text{CrO}_4^{2-}$  ?
2. On introduit du jaune de chrome solide dans de l'eau pure. Le pH de la solution obtenu est égal à 8,3. Après filtration, on obtient une solution limpide. Sachant que la concentration maximale légale en plomb est de  $0,5 \mu\text{g.L}^{-1}$ , la concentration massique en plomb dans la solution filtrée vérifie-t-elle cette norme ?
3. Même question si on introduit du jaune de chrome solide dans une solution dont le pH est maintenu à 7 (on suppose qu'initialement il n'y a pas de  $\text{CrO}_4^{2-}$ , ni de  $\text{HCrO}_4^-$ ).

### 3 Trous d'Young

On considère un plan opaque percé de deux trous  $A$  et  $B$  avec  $AB = a$ , éclairé en incidence normale par une source ponctuelle  $S$  placée au foyer objet d'une lentille convergente ( $L_0$ ) et qui émet une lumière parfaitement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ .

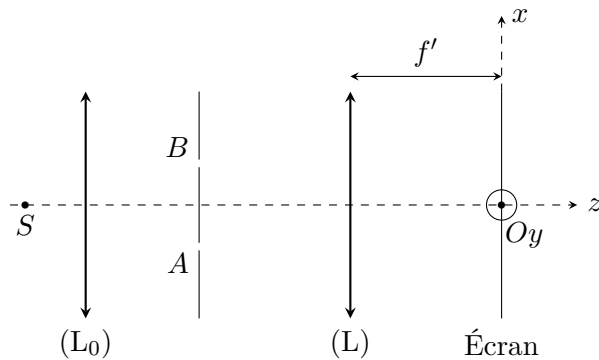


FIGURE 2 –

On place un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente ( $L$ ).

1. Tracer la marche des rayons qui aboutissent en un point  $M$  de l'écran.
2. Calculer la différence de marche en  $M$  de coordonnées  $(x, y)$  sur l'écran. Expliciter l'intensité lumineuse en fonction des coordonnées  $(x, y)$  de  $M$ . Décrire la figure d'interférence qu'on observe.
3. On déplace dans le plan focal image de ( $L$ ) l'orifice d'entrée d'une photodiode, supposé ponctuel, à une vitesse constante  $\vec{v} = v \vec{e}_x$ . On constate que le signal électrique fourni par la photodiode est périodique de fréquence  $f_0 = 40$  Hz.

Sachant que  $a = 1,0$  mm et  $v = 24$  mm.s<sup>-1</sup>, quelle est la longueur d'onde  $\lambda$  ?

### 4 Lunette de Newton

On considère un système constitué d'une lentille ( $L_1$ ) de distance focale image  $f'_1 = 2,0$  m suivie d'une lentille ( $L_2$ ) de distance focale  $f'_2 = 2,0$  cm.

1. Comment avoir un système afocal ?
2. On appelle cercle oculaire l'image de ( $L_1$ ) par ( $L_2$ ).
  - a) Expliciter la position et le diamètre de ce cercle, sachant que les diamètres des lentilles sont égaux et valent  $D = 3$  cm.
  - b) Montrer que tout rayon entrant dans l'instrument formé de ( $L_1$ ) + ( $L_2$ ) ressort en passant par un point du cercle oculaire.
3. Tracer le trajet de deux rayons arrivant sur le système, inclinés d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique. Calculer le grossissement angulaire  $G$ .

### 5 Lentille divergente

On considère une lentille mince divergente  $L$ , de centre optique  $O$  et de distance focale image  $f'$ , dans l'approximation de Gauss.  $AB$  est un objet perpendiculaire à l'axe optique, tel que  $A$  soit sur l'axe optique. On donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

1. Existe-t-il un objet réel  $AB$  dont l'image l'image est virtuelle, droite et agrandie ?

2. Dans quelle zone de l'espace doit être situé  $A$  pour que l'image soit réelle, inversée et agrandie ?

## 6 Correction d'une presbytie

L'œil est un système optique complexe. Un rayon lumineux qui pénètre dans l'œil traverse successivement la cornée, l'humeur aqueuse, le cristallin et l'humeur vitreuse pour, finalement, tomber sur la rétine tapissée de cellules réceptrice de la lumière. Tous ces milieux sont caractérisés par des indices de réfraction différents.

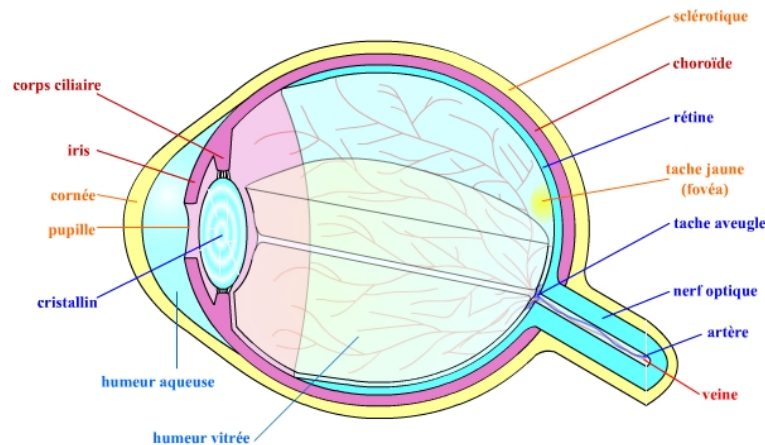


FIGURE 3 –

On peut cependant faire un modèle simple de l'œil en le considérant comme formé par une seule lentille mince convergente ( $\mathcal{L}$ ) placée dans l'air et de centre optique  $S$ , donnant une image réelle sur un écran (la rétine) situé à la distance fixe  $SR = 17$  millimètres de  $S$ .

Les muscles entourant le cristallin permettent de faire de ( $\mathcal{L}$ ) une

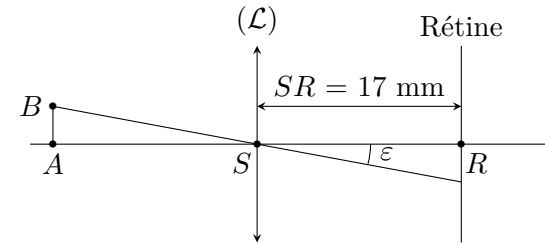


FIGURE 4 –

lentille de distance focale image variable. De ce fait, la zone de vision nette est située entre deux points :

- Le Punctum Remotum (PR) définit la distance maximale de vision nette. Il est placé à la distance  $d_{\max}$  de  $S$ . Ce point est vu nettement lorsque les muscles agissent au minimum : c'est le point qui est vu nettement lorsque l'œil est au repos.
- Le Punctum Proximum (PP) définit la distance minimale de vision nette. Il est situé à la distance  $d_{\min}$  de  $S$ . Ce point est vu nettement lorsque les muscles oculaires agissent au maximum (on dit que l'œil accomode) d'où une certaine fatigue lorsqu'on observe ce point longtemps. Aucun point plus proche que le (PP) ne peut être vu nettement, quels que soient les efforts d'accommodation.
- De plus, deux points  $A$  et  $B$  ne pourront être différenciés que si l'angle  $\epsilon$  est supérieur à  $4,5 \times 10^{-2}$  rad.

Pour une lentille de centre optique  $O$  et de vergence  $V$  on rappelle la relation de conjugaison de Descartes ainsi que la formule du grandissement :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

1. Un œil est dit emmétrope lorsque  $d_{\max} \rightarrow +\infty$  et  $d_{\min} = 25$  cm.
  - a) Déterminer les deux valeurs  $V_{\min}$  et  $V_{\max}$  pour l'œil. À quelles distances de vision nette correspondent ces deux valeurs de la vergence ?
  - b) Déterminer l'amplitude d'accommodation  $A = V_{\max} - V_{\min}$ .
2. Avec l'âge, les individus deviennent souvent presbytes. En pratique, cela est réalisé lorsqu'un individu doit éloigner son journal de plus de 35 cm afin de pouvoir le lire. Dans la suite on considère une personne pour laquelle  $d_{\min} = 1,0$  m et  $d_{\max} \rightarrow +\infty$ .

Afin de pouvoir lire un journal placé à 25 cm de son œil (càd de  $S$ ) il porte des lunettes dont chaque verre est assimilé à une lentille ( $L_1$ ) de vergence  $V_1$  et de centre optique  $O_1$ , de sorte que  $O_1S = 2$  cm.

- a) En accommodant au maximum, il peut lire ce journal sans problème. Déterminer la vergence  $V_1$ .
- b) Quelle est la distance minimale entre deux points du journal pouvant être distingués par cette personne avec ses lunettes ?
- c) À quelle distance  $D_{\max}$  est situé l'objet le plus éloigné qu'elle puisse voir avec ses lunettes de presbytie ?

## 7 Michelson \*

Sur un des bras d'un interféromètre de Michelson on intercale une cuve d'épaisseur  $L = 5,0 \pm 0,1$  cm (demi-étendue). La source ponctuelle  $S$  est placée au foyer objet de la lentille.

1. À quoi sert la séparatrice ? Quels sont les 2 configurations que l'on peut réaliser avec cet appareil ?

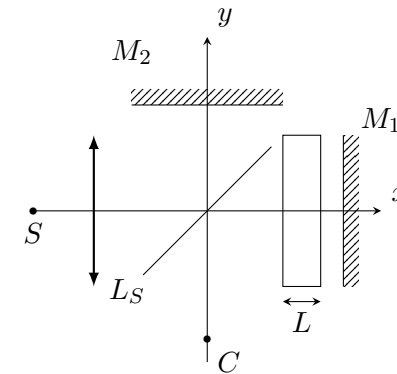


FIGURE 5 –

2. On utilise une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 632,0$  nm  $\pm 0,1$  nm (demi-étendue). L'angle entre les deux miroirs est de  $\pi/2$  et l'interféromètre est réglé au contact optique.

On fait le vide dans la cuve, puis on laisse l'air entrer progressivement jusqu'à ce que la cuve en soit totalement remplie. Un capteur d'intensité, ponctuel, placé en  $C$  délivre une tension  $u(t)$  proportionnelle à l'intensité  $I(C)$ .

- a) Montrer que dans l'état final, la tension  $u$  est à son maximum.
- b) Entre le début et la fin de l'expérience,  $u$  est passée  $N = 47$  fois par son maximum (y compris la valeur finale). Montrer que  $n_a$  vérifie :

$$1 + \frac{\lambda_0}{L} f(N-1) \leq n_a \leq 1 + \frac{\lambda_0}{L} f(N)$$

et trouver  $f$ .

- c) Évaluer  $n_a$  et la demi-étendue  $\Delta n_a$  associée. Quelle est l'incertitude-type  $u(n)$  ?

### 8 Interférences à deux ondes

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une source ponctuelle  $S$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Les deux voies de l'interféromètre donnent de  $S$  deux sources lumineuses fictives  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes. On note  $K$  le milieu de  $S_1S_2$  (cf. figure).

On observe les interférences sur un écran situé à une distance  $D$  de  $K$ . On donne  $S_1S_2 = a$  et  $KO = D$ .

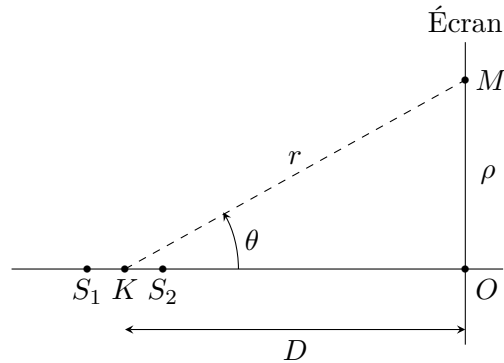


FIGURE 6 –

1. Calculer la différence de marche  $\delta(M)$  entre les deux rayons arrivant en  $M$ , en fonction de  $a$ , et  $\theta$  et  $r = KM$ . Dans le cas où  $a \ll D$ , donner une expression approchée pour  $\delta(M)$ .
2. Décrire assez précisément ce que l'on peut observer sur l'écran.

Dans la suite on pose  $\rho = OM$ .

3. On règle  $a$  pour qu'il existe un maximum d'intensité en  $O$ . Déterminer la distance  $\rho_n$  à laquelle se situe la  $n^{\text{ième}}$  frange brillante.

### 9 Calcul d'une différence de marche

On se donne une source ponctuelle monochromatique  $S$  située à l'infini et deux rayons incidents parallèles issus de cette source, l'un non dévié, et l'autre rentrant en contact avec la surface latérale d'une lame d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$  avec un angle d'incidence  $i$  par rapport à la normale (Figure 7).

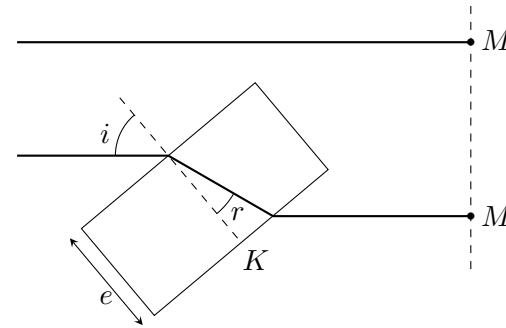


FIGURE 7 –

1. Montrer que la différence de marche  $\delta = (SM) - (SM_0)$  est telle que :

$$\delta = e (n \cos r - \cos i)$$

2. Calculer  $\delta_0$ , différence de marche en incidence normale.
3. Montrer que pour  $i$  petit :  $\delta \approx \delta_0 \left( 1 + \frac{i^2}{2n} \right)$

### 10 Filtre interférentiel \*

On dispose d'une lame de verre à faces parallèles d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$ , éclairée par un signal lumineux monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , en incidence normale à la face supérieure (Figure 8).

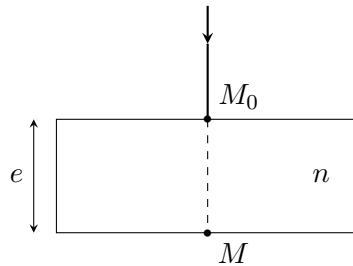


FIGURE 8 –

**Données :**

- Coefficient de réflexion  $r$  sur chaque face de la lame. On le suppose réel, de valeur absolue proche de 1 mais strictement inférieure à 1. On pose  $R = r^2$ .
- Coefficient  $t$  de transmission de la lame.
- On note  $\phi = \frac{4\pi n e}{\lambda_0}$ .

La vibration en un point  $M_0$  sur la face supérieure, à l'entrée de la lame, est  $\underline{s}_0(t) = A e^{i\omega t}$ .

1. Déterminer la vibration  $\underline{s}(t)$  à la sortie de la lame en fonction de  $R$ ,  $t$ ,  $\underline{s}_0(t)$  et de  $\phi$ .
2. Montrer que l'intensité lumineuse est donnée par :

$$I(\phi) = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

L'allure de  $I(\phi)$  est donnée sur la figure 9. Déterminer les abscisses des maxima ainsi que la largeur à mi-hauteur  $\delta\phi$  d'un pic.

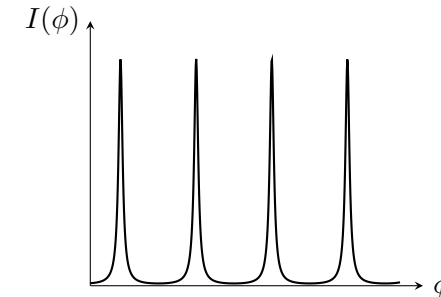


FIGURE 9 –

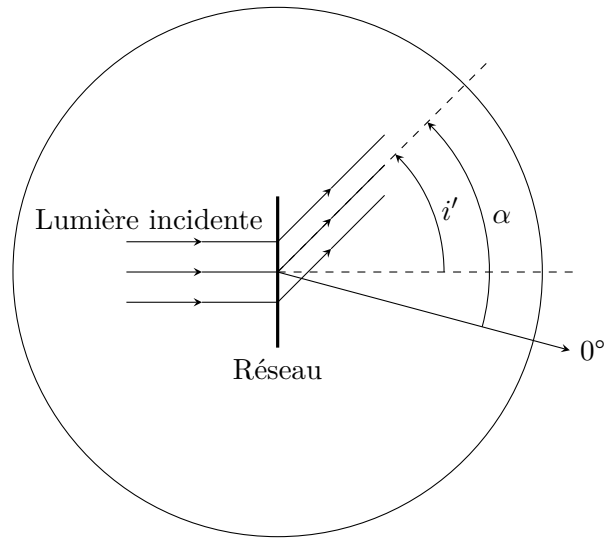
3. La lame est éclairée par de la lumière blanche contenant toutes les longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 800 nm. Montrer que pour  $n = 1,5$  et  $e = 182$  nm la lumière en sortie de la lame est quasi-monochromatique de longueur d'onde centrale  $\lambda_0$  à déterminer. Quelle lampe usuelle émet cette longueur d'onde ?

**11 Réseau \***

Un réseau plan par transmission constitué de  $n$  traits/mm est posé au centre du disque d'un goniomètre gradué de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ . On éclaire ce réseau en incidence normale (angle  $i = 0$ ) avec une lampe à vapeur de mercure placée dans le plan focal objet d'une lentille. On mesure les angles d'émergence de la raie verte, de longueur d'onde  $\lambda = 546,1$  nm, pour différents ordres (figure 10) et on rappelle la formule fondamentale des réseaux :

$$\sin(i') - \sin(i) = p \frac{\lambda}{a}, \quad p \in \mathbb{Z}$$

où  $p$  est l'ordre du réseau et  $a$  le pas du réseau (distance entre deux traits consécutifs).



angle mesuré	ordre
$\alpha_0 = 13^\circ 12'$	0
$\alpha_1 = 30^\circ 34'$	1
$\alpha_2 = 49^\circ 53'$	2
$\alpha_3 = 76^\circ 49'$	3
$\alpha_{-1} = 355^\circ 48'$	-1
$\alpha_{-2} = 336^\circ 32'$	-2
$\alpha_{-3} = 309^\circ 28'$	-3

FIGURE 10 –

- Déterminer le pas  $a$  du réseau.
- On repère une autre radiation monochromatique, aux ordres -2 et 2 :  $\alpha_{-2} = 340^\circ 38'$  et  $\alpha_2 = 45^\circ 43'$ . Déterminer la longueur d'onde  $\lambda'$  de cette radiation.

## 12 Cinétique chimique

On effectue la réaction :  $A_{(g)} \rightarrow 2 B_{(g)} + C_{(g)}$  dans un réacteur isochore et isotherme.

- Quelle est la relation entre la concentration initiale  $C_0$  de A et la pression initiale, puis entre la concentration  $C(t)$  de A et la pression totale  $P(t)$  ?
- La réaction est d'ordre 1 par rapport à A. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $P(t)$ .
- On donne :

t(min)	0	4	10	15	20	30	40	50	100
P(bar)	1	1,15	1,36	1,52	1,66	1,90	2,10	2,26	2,73

En déduire la constante de vitesse  $k$ .

## 13 Chauffage d'un gaz

Un cylindre à parois adiabatiques est divisé en deux compartiments A et B par un piston étanche coulissant sans frottements et de capacité thermique négligeable. Chaque compartiment contient exactement une mole d'un gaz parfait monoatomique. Dans l'état initial ( $E_0$ ) les deux compartiments sont à la même température  $T_0 = 298$  K et sous la même pression  $P_0 = 1,00$  bar.

- Le piston est réalisé dans un matériau adiabatique. Un courant électrique circule dans la résistance chauffante placée dans le compartiment A ; cela chauffe lentement le gaz dans A et provoque une transformation réversible du gaz dans B. Dans l'état final, la pression du gaz dans le compartiment A est  $P_{AF} = a P_0$  avec  $a > 1$ .

Pour les applications numériques on prendra :  $a = 1,20$ .

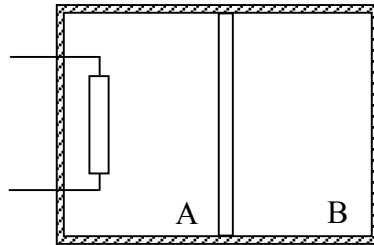


FIGURE 11 –

- Déterminer en fonction de  $T_0$ ,  $a$  et  $P_0$  la pression finale  $P_{BF}$  et la température finale  $T_{BF}$  du gaz dans le compartiment B.
  - Déterminer les volumes  $V_{AF}$  et  $V_{BF}$  de chaque compartiment, ainsi que la température  $T_{AF}$  du gaz dans le compartiment A (toujours en fonction de  $T_0$ ,  $a$  et  $P_0$ ).
  - Quelle est la chaleur  $Q$  cédée par la résistance chauffante ?
2. Reprendre toute l'étude en supposant que le piston est diathermane (on a toujours  $P_{AF} = a P_0$  dans l'état final).

## 14 Pompe à chaleur

On souhaite chauffer l'eau d'une piscine pour passer de  $T_f = 288$  K à  $T_c = 298$  K à l'aide d'une pompe à chaleur (PAC). Celle-ci fonctionne en régime stationnaire et de façon réversible, le fluide circulant dans la pompe échangeant une puissance thermique  $P_c$  avec le corps chaud, une puissance thermique  $P_f$  avec la source froide ; il reçoit une puissance utile  $P_u$  (puissance mécanique).

- Corps chaud : piscine à la température variable  $T$ .

- Source froide : air extérieur à  $T_f$  constante.

Le volume d'eau est  $V = 50$  m<sup>3</sup>. La masse volumique de l'eau liquide est  $\rho = 1,0$  kg.L<sup>-1</sup> ; capacité thermique massique de l'eau liquide  $c = 4,2$  kJ.kg<sup>-1</sup>.

- Représenter sur un schéma les différents transferts d'énergie et donner leurs signes.
- Déterminer la chaleur totale  $Q_c$  reçue par l'eau de la piscine au cours de toute la transformation.
- En déduire  $Q_f$  à partir du second principe écrit entre  $t$  et  $t + dt$  pour le système { Fluide dans pompe à chaleur + corps chaud }. On donne l'entropie massique d'une phase condensée idéale :

$$s(T) = c \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) + s(T_0)$$

- Déterminer  $W_u$  (travail utile total pour toute la transformation) à partir du premier principe appliqué à un système adéquat. Définir l'efficacité de cette PAC et la calculer.

## 15 Mesure de $\gamma$

Un cylindre à parois adiabatiques est divisé en deux compartiments contenant chacun une même quantité d'un gaz parfait de coefficient isentropique  $\gamma = C_p/C_v$ , supposé constant.

Les deux compartiments sont séparés par un piston adiabatique, de surface  $S$ , mobile sans frottements et dont on repère le déplacement par sa position  $x$  par rapport au milieu du cylindre. Le piston est relié par une tige rigide, isolante (et sans fuite de gaz) à une barre conductrice  $ab$  qui peut se mouvoir sans frottement sur deux rails de Laplace distants de  $h$  et fermés à leur extrémité par une résistance  $R$ .

Dans l'état initial, le piston est au milieu du cylindre et les deux compartiments ont le même volume  $V_0 = SL_0$ . Le gaz y est à la même

pression  $P_0$ . Partant de cet état, on écarte le piston de  $x_0 > 0$  et on l'abandonne sans vitesse initiale.

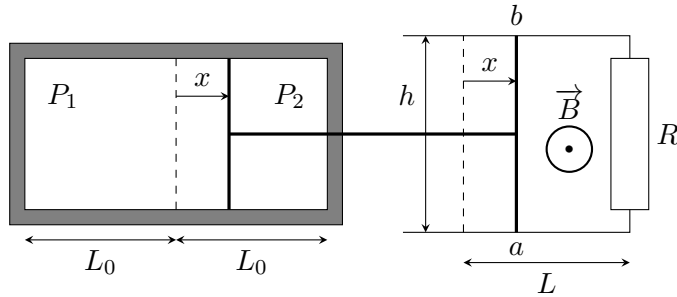


FIGURE 12 –

1. On suppose que les gaz contenus dans chaque compartiment subissent une transformation isentropique.
  - a) Déterminer les pressions  $P_1$  et  $P_2$  qui règnent dans chaque compartiment en fonction du déplacement  $x$ .
  - b) En déduire que, dans le cas où  $|x| \ll L_0$ , la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le piston mobile s'écrit :

$$\vec{F}_p \approx -\frac{2\gamma P_0}{L_0} Sx \vec{e}_x$$

Afin de mesurer le déplacement du piston au cours du temps on utilise le circuit des rails de Laplace fermés sur la résistance  $R$ . Ces rails sont plongés dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B} = B \vec{e}_z$ . On néglige le champ magnétique propre créé par le circuit des rails. La tension  $u(t)$  aux bornes de la résistance  $R$  est visualisée sur un oscilloscope.

2. a) Établir l'expression de  $u(t)$  en fonction entre autres du champ magnétique  $B$  et de la vitesse  $\dot{x}$ .

- b) La masse du système { piston + tige + barre } est  $m$ . Établir à l'aide du théorème du centre d'inertie l'équation différentielle vérifiée par  $u$  et la mettre sous la forme :

$$\ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u} + \omega_0^2 u = 0$$

Quelles sont les expressions de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$  ?

3. a) On s'arrange pour que  $Q \gg 1/2$ . Sur quelles paramètres peut-on agir pour réaliser cela ? Déterminer l'expression de  $u(t)$ . On posera  $\dot{u}(0) = \alpha$ .
- b) On relève sur l'oscilloscope la courbe ci-dessous. L'échelle horizontale est réglée sur 30 ms/carreau. Montrer que ce relevé permet de mesurer le coefficient  $\gamma$ . En déduire sa valeur numérique pour le gaz étudié.

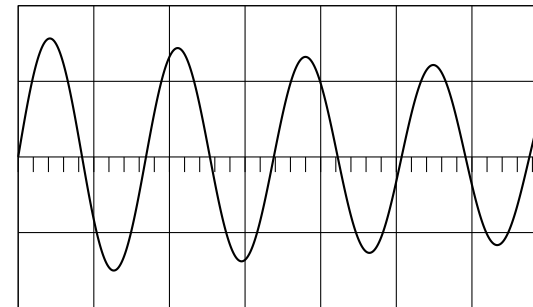


FIGURE 13 –

## 16 Diffusion thermique \*

Un fusible est modélisé par un cylindre d'axe  $Oz$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R$ , de conductivités électrique  $\gamma$  et thermique  $\lambda$ . Un courant

électrique d'intensité  $I$  le parcourt, la densité de courant  $\vec{j} = j \vec{e}_z$  est supposée uniforme dans une section.

On suppose le régime stationnaire et que la température dans le fusible ne dépend que de la distance  $r$  à l'axe  $Oz$  :  $T = T(r)$ .

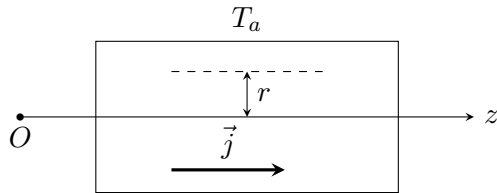


FIGURE 14 –

1. Donner la loi de Fourier. Interpréter le signe  $-$ .
2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au contenu du cylindre d'axe  $Oz$ , de longueur  $L$  et de rayon  $r$ , établir que l'expression de la température  $T(r)$  est :

$$T(r) = T_0 + \frac{j^2}{4\lambda\gamma}(R^2 - r^2)$$

où  $T_0$  est la température en  $r = R$ .

3. Le comportement en surface est gouverné par des phénomènes conducto-convectifs. On rappelle que le flux thermique à travers une interface solide - air de surface  $S$  est donné par la loi de Newton :  $\Phi_{\text{th}} = h(T_0 - T_a)S$  où  $T_0$  est la température de surface du fusible et  $T_a$  celle de l'air ambiant.
  - a) On suppose que  $Rh \ll \lambda$ . En déduire la valeur de  $T_0$  et déterminer la température maximale  $T_{\text{max}}$  du fusible.
  - b) Soit  $T_f$  la température de fusion du fusible. À partir de quelle intensité  $I_c$  le fusible commence-t-il à fondre ?

## 17 Isolation thermique d'une maison

Une petite maison est modélisée par quatre murs de  $12 \text{ m}^2$  chacun. Deux de ces murs sont pleins et les deux autres comporte chacun une fenêtre de surface  $3,0 \text{ m}^2$ . L'épaisseur d'un mur est  $e_1 = 30 \text{ cm}$  et celle d'une vitre est  $e_2 = 6,0 \text{ mm}$ . La température extérieure est  $T_e = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

On donne les conductivités thermiques du béton :  $\lambda_1 = 2,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et du verre  $\lambda_2 = 1,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

1. Calculer la résistance thermique d'un mur plein.
2. Déterminer la résistance thermique totale de l'ensemble des quatre murs et des vitres.
3. Comment est modifiée cette résistance thermique dans le cas où on tient compte des échanges thermiques par conducto-convection avec l'air ? On donne le coefficient  $h$  de ces échanges :  $h = 5,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-2}$ .
4. Déterminer la puissance thermique à fournir au local pour maintenir sa température à  $T_i = 19^\circ\text{C}$ .

## 18 Chauffage par un fil

On considère un récipient cylindrique de hauteur  $h$  et de rayon  $R$  qui contient de l'eau de conductivité thermique  $\lambda$ . Ce récipient est traversé en son centre par un fil de cuivre de rayon  $a < R$  et de résistivité électrique  $\rho$ , parcouru par un courant électrique constant d'intensité  $I$ .

Les parois latérales extérieures du récipient sont maintenues à une température constante  $T_0$ . On se place en régime stationnaire et on néglige les effets de bord ; la température de l'eau s'écrit alors  $T(r)$  où  $r$  est la distance à l'axe  $Oz$ . La température du fil de cuivre est constante.

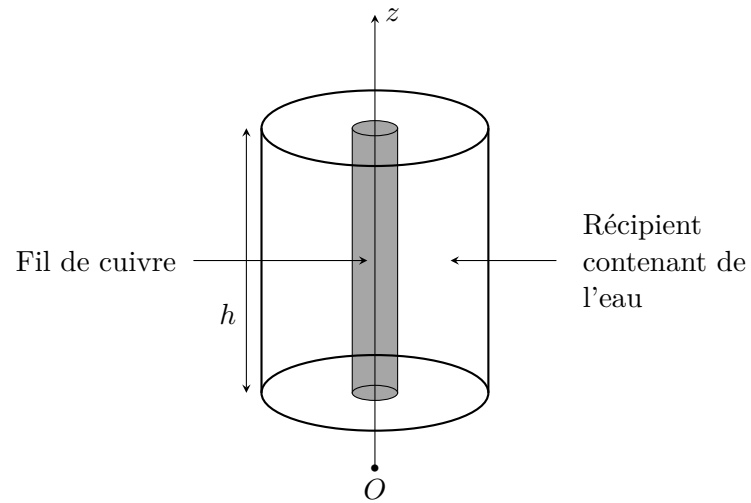


FIGURE 15 –

1. À l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué au contenu d'un cylindre de rayon  $r \in ]a, R[$ , établir que  $T(r)$  vérifie l'équation :

$$r \frac{dT}{dr}(r) = - \frac{\rho}{2\pi^2 \lambda a^2} I^2$$

2. Établir la loi de répartition de la température  $T(r)$  dans l'eau.