

Liste des questions de cours

Électrocinétique

- Définition d'une somme de Fourier $F_N(t)$ associée à un signal périodique $s(t)$ avec la définition des coefficients A_n et B_n . Énoncé du théorème de Fourier.
- Les différentes solution de l'équation différentielle de l'oscillateur amorti :

$$\ddot{y} + 2m\omega\dot{y}\omega^2 y = 0 \quad \text{et} \quad \ddot{y} + 2m\omega\dot{y}\omega^2 y = 0$$

selon la valeur du discriminant de l'équation caractéristique.

- Fonction de transfert d'un filtre passe-bas du second ordre. Établir la condition de résonance $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ et donner la valeur de la pulsation de résonance $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$.
- Dans le cas d'un filtre passe-bande, établir la relation entre la largeur de la bande passante $\Delta\omega$, la pulsation centrale ω_0 du filtre et le facteur de qualité Q .
- Étant donné un filtre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$, donner la forme de la réponse $s(t)$ dans le cas où :
 - $e(t) = E_m \cos(\omega_e t + \varphi_e)$
 - $e(t) = E_0$ constante
 - $e(t)$ est un signal périodique quelconque de pulsation ω_e .
Expression, avec justification, du spectre en amplitude de $s(t)$ en fonction de celui de $e(t)$.
- Définir un intégrateur parfait. Illustrer le caractère dérivateur d'un filtre dans un certain domaine de fréquences. Citer un exemple.

- Définir un intégrateur parfait. Illustrer le caractère intégrateur d'un filtre dans un certain domaine de fréquences. Citer un exemple.
- Qu'est-ce qu'un échantillonnage? Spectre du signal échantillonné $u_e(t)$ en fonction de celui du signal analogique $u(t)$. Comment retrouver $u(t)$ à partir de $u_e(t)$? Énoncer le théorème de Shannon.
- Qu'est-ce que la quantification du signal échantillonné? Dans le cas d'un signal s'étendant de 0 à U_{\max} , donner la relation entre le pas q , le nombre de bits K sur lequel le signal est codé et la valeur maximale U_{\max} .

Mécanique

- Loi de composition des vitesses (en utilisant la loi de dérivation vectorielle). Définition du point coïncident. Lien avec la vitesse d'entraînement \vec{v}_e .
- Loi de composition des accélérations (en utilisant la loi de dérivation vectorielle). Définition de l'accélération d'entraînement \vec{a}_e et de l'accélération complémentaire \vec{a}_c .
- Expression $\vec{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{HM}$ dans le cas d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe.
- Définition d'un référentiel galiléen. Caractérisation de l'ensemble des référentiels galiléens.
- Énergie potentielle E_P associée à la force d'inertie d'entraînement dans le cas où :
 - R_{ng} en mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré par rapport à un référentiel galiléen.
 - R_{ng} en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.
- Définition de la vitesse de glissement. Indépendance de celle-ci par rapport au choix du référentiel.

- Lois de Coulomb en l'absence et en présence de glissement. Quelques propriétés des coefficients de frottements.

Électrostatique

- Les trois systèmes de coordonnées : cartésien, cylindrique et sphérique. Vecteurs de bases associés et projections sur la base cartésienne.
- Les trois vecteurs déplacement élémentaires $\vec{d\ell}_M$. Les éléments de surface et de volume.
- Définition d'une ligne de champ vectoriel. Exemple de calcul.
- Définition d'un champ électrique par son action sur une charge ponctuelle test q_T . Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle et par N charges ponctuelles.
- Définition du gradient. Son expression dans les trois systèmes de coordonnées.
- Définition du potentiel. Non unicité. Expression de $V(M)$ pour une charge ponctuelle et pour N charges ponctuelles.
- Relation intégrale entre \vec{E} et V . Lien entre V et l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle.
- Démontrer que V décroît le long d'une ligne de champ. Définition d'une surface équipotentielle. Relation entre lignes de champs et surfaces équipotentielles (à démontrer).
- Définition d'un plan de symétrie. Comportement du champ électrique \vec{E} de part et d'autre d'un plan de symétrie π_{Sym} . Cas particulier où le point M est dans le plan de symétrie.
- Définition d'un plan d'antisymétrie. Comportement du champ électrique de part et d'autre d'un plan d'antisymétrie π_{AntiSym} . Cas particulier où le point M est dans le plan d'antisymétrie.
- Théorème de Gauss et calcul de \vec{E} pour une boule uniformément chargée en volume.

- Théorème de Gauss et calcul de \vec{E} pour un cylindre uniformément chargé en volume. Calcul du potentiel.
- Théorème de Gauss et calcul de \vec{E} pour un plan uniformément chargé.
- Le modèle du condensateur plan idéal. Calcul de \vec{E} en tout point de l'espace à partir du résultat du plan infini. Calcul de la capacité C .
- Expressions de $\text{div } \vec{a}$ et de $\text{rot } \vec{a}$ en coordonnées cartésiennes
- Équations locales de Maxwell - Gauss et de Maxwell - Faraday.
- Définition du laplacien Δf d'un champ scalaire. Équation de Poisson pour V ou de Laplace dans le vide.

Magnétostatique

- Expression du vecteur densité volumique de courant \vec{j} . Lien avec l'intensité électrique i_S .
- Équation de conservation de la charge : intégrale puis locale.
- Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de \vec{B} pour un cylindre infini parcouru par \vec{j} uniforme.
- Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de \vec{B} pour un solénoïde infini (modélisé par un empilement de spires circulaires jointives) parcouru par un courant d'intensité I (On admet que $\vec{B} = \vec{0}$ en dehors du solénoïde).
- Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de \vec{B} pour une nappe de courant délimitée par deux plans infinis et parcourue par \vec{j} uniforme.
- Les équations locales de la magnétostatique. Démonstration de l'équation de Maxwell - Ampère.

Dipôles électrostatique et magnéto

1. Modèle du doublet de charges $-q$ et $+q$. Expression du potentiel $V(M)$ à grande distance (on fera tout le développement limité). En déduire le champ électrostatique $\vec{E}(M)$.
2. Expression générale du moment dipolaire électrique \vec{p}_O pour n charges ponctuelles. Montrer que si la charge totale est nulle alors $\vec{p}_O = \vec{p}$ est indépendant du point O . Définition des barycentres N et P des charges négatives et positives. Relation avec \vec{p} . En conclusion, définition d'un dipôle électrostatique.
3. Résultante des force $\vec{F}_{(el)}$ et moment des forces \vec{Gamma} exercés sur un dipôle électrostatique plongé dans un champ extérieur \vec{E}_{ext} uniforme (expressions et démonstration). Expression (sans démonstration) de la force et du moment lorsque le champ \vec{E}_{ext} n'est plus uniforme.

Électromagnétisme : régimes variables

1. Équations de Maxwell. Formulation locale et intégrale.
2. Compatibilité avec l'équation de conservation de la charge électrique.
3. Transformation galiléenne de \vec{E} et \vec{B} . Incompatibilité entre électromagnétisme et mécanique.
4. Définition d'un conducteur ohmique, loi d'Ohm locale. Application au calcul de la résistance d'un conducteur cylindrique de longueur ℓ et de section S en régime permanent.
5. Équations de propagation dans le vide pour \vec{E} et \vec{B} .
6. Définir une onde plane.
7. Vérifier que $s(x, t) = f(x-vt)+g(x+vt)$ est solution de l'équation de d'Alembert unidimensionnelle.
8. Relation de structure d'une onde électromagnétique plane progressive (sans démonstration).
9. Définir une onde plane progressive sinusoïdale. Expliciter la double périodicité temporelle et spatiale. Relation entre λ , T et v .
10. Représentation complexe des champs \vec{E} et \vec{B} d'une OPPH EM. Règles de calcul. Transpositions des équations de Maxwell dans le domaine complexe et conséquences
11. OPPH EM linéairement polarisée selon un vecteur unitaire \vec{u}_P .
12. Établir le bilan d'énergie électromagnétique pour un volume V fixe. En déduire l'identité de Poynting. Donner les expressions de u_{em} et de $\vec{\pi}$ (sans démo).
13. Justifier la simplification de l'équation de Maxwell - Ampère dans un milieu conducteur ohmique. Établir les équations de diffusion pour \vec{E} et \vec{B} .
14. Établir la solution $\vec{E}(x, t) = \text{Re}[E(x) \exp(-i\omega t)\vec{u}_y]$ du champ électrique dans un métal réel occupant le demi espace $x > 0$ et vérifiant $\vec{E}(0, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y$.
15. Définir un plasma et établir la relation constitutive reliant \vec{j} et \vec{E} (en notation complexe et en régime sinusoïdal forcé) avec toutes les hypothèses. En déduire l'expression de la conductivité complexe $\underline{\gamma}$.
16. Connaissant la relation $\vec{j} = \underline{\gamma} \vec{E}$ et l'expression de $\underline{\gamma}$ (donnée), établir la relation de dispersion reliant k et ω dans le plasma. Expression de la pulsation de plasma ω_p .
17. Une onde incidente \vec{E}_i OPPH polarisée rectilignement arrivant sur un plan métallique parfait situé en $x = 0$, déterminer le champ électrique \vec{E}_r de l'onde réfléchie. Déterminer les champs magnétiques \vec{B}_i et \vec{B}_r puis les champs résultants \vec{E} et \vec{B} .
18. Définition générale d'une onde stationnaire
19. Une cavité unidimensionnelle étant limitée par deux plans conducteurs parfaits situés en $x = 0$ et $x = L$, déterminer une

solution de la forme :

$$\vec{E} = \text{Re}[E(x) \exp(-i\omega t) \vec{u}_y]$$

Montrer qu'il y a quantification des fréquences.

20. Les deux approximations nécessaires au cadre du rayonnement dipolaire. Définition des zones statiques intermédiaire et de rayonnement.
21. Connaissant les expressions de \vec{E} et de \vec{B} , calculer le vecteur de Poynting et en déduire la puissance rayonnée P_{ray} à travers une sphère de centre O et de rayon r .

Optique

1. Définition du chemin optique. Surface d'onde et surface équi-phase. Identité des deux types de surfaces.
2. Énoncé du théorème de Malus. Application au théorème des images : montrer l'indépendance du chemin optique vis à vis du rayon lumineux joignant un objet A et son image A' dans un instrument d'optique stigmatique.
3. Montrer la relation fondamentale des phases, liant les phases $\phi(A)$ d'un point A et $\phi(B)$ d'un point B situés sur le même rayon lumineux issu d'une source ponctuelle monochromatique S donnée.
4. Intensité lumineuse. Définition pour une vibration lumineuse $a(M, t)$. Durée de détection T_d d'un capteur : ordres de grandeur. Application : montrer que pour une vibration monochromatique $a(M, t) = A(M) \cos(\phi(M) - \omega t)$ on a :

$$I(M) = \frac{K}{2} A^2(M)$$

5. Donner les trois conditions pour obtenir des interférences en optique.

6. Établir la relation de Fresnel des interférences à deux ondes lorsque les deux ondes sont strictement sinusoïdales (monochromatiques) et de même fréquence ν .
7. Établir les différentes expressions de la différence de marche $\delta(M)$ dans le cas du montage des trous d'Young : observation sur un écran à une distance finie D ou bien dans le plan focal image d'une lentille mince.
8. Donner et expliquer le critère de visibilité des franges dans le cas d'une source monochromatique étendue ou bien d'une source ponctuelle polychromatique.
9. Dans le cas des interférences à N ondes, calculer le déphasage $\Delta\phi$ entre deux ondes passant par deux trous consécutifs. En déduire la formule des réseaux (dans le cas où $N \gg 1$) à partir de la condition : $\Delta\phi = 2\pi p$ où $p \in \mathbb{Z}$ est l'ordre d'interférence du réseau.
10. Interféromètre de Michelson : modèle avec les deux sources secondaire S_1 et S_2 (définir ces points) et modèle des deux miroirs. Justifier ce dernier modèle par des schémas explicitant la marche des rayons.
11. Montage en lame d'air avec une source ponctuelle S à distance finie : définir ce montage. Calcul de la différence de marche pour des interférences observées à l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille convergente : montrer que $\delta = 2e \cos(i)$ à l'aide des deux sources ou du modèle des deux miroirs.
12. Montage en lame d'air. Localisation des franges pour une source étendue. Calcul du rayon des anneaux brillants dans le plan focal image en fonction du numéro n de l'anneau.
13. Montage en lame d'air. Cas d'une source ponctuelle S à l'infini et d'une observation sur un écran à distance finie. Tracé des 2 rayons venant interférer en un point M de l'écran. Calcul de la différence de marche δ .

14. Montage en coin d'air : définition. Localisation des franges dans le cas d'une source étendue. Calcul de la différence de marche δ en un point de la surface des miroirs. Expression de l'interfrange i .

Thermodynamique

1. Énoncer la loi de Fourier et justifier le signe "-" qui intervient. Donner quelques ordres de grandeur de la conductivité thermique λ .
2. Faire un bilan d'énergie sur une tige cylindrique d'axe Ox et de section S avec une température de la forme : $T = T(x, t)$. Établir l'équation vérifiée par T .
3. Faire un bilan d'énergie appliqué à une coquille cylindrique dans le cas d'une symétrie cylindrique : $T = T(r, t)$.
4. Même question avec une symétrie sphérique : $T = T(r, t)$ en raisonnant sur une coquille sphérique.
5. Loi de Newton à l'interface entre un solide et un fluide. Application à une ailette de refroidissement en forme de tige cylindrique de rayon R en contact avec l'atmosphère de température T_a . Établir l'équation vérifiée par T en raisonnant sur une tranche située entre x et $x + dx$.
6. Établir l'expression de la résistance thermique d'une tige de longueur L , section S et conductivité thermique λ .
7. Établir le premier principe appliqué à un système ouvert avec un fluide en écoulement stationnaire (machine avec une entrée et une sortie).
8. Diagramme $(\ln(P), h)$: courbe de saturation, isothermes, isentropiques et isotitres. Justifier l'allure des isothermes dans le domaine du gaz à basse pression et dans le domaine du liquide. Justifier la pente positive des isentropiques.

Chimie

1. Définition des grandeurs molaires partielles $X_{m,i}$ associées à une grandeur extensive X . Relations entre X et les $X_{m,i}$ à l'aide du théorème d'Euler. Cas particulier de l'enthalpie libre G et des potentiels chimiques μ_i .
2. Expression générale des potentiels chimiques μ_i en fonction des activités a_i . Expressions des activités pour les différents types de constituants physico-chimiques.
3. Définition d'une grandeur de réaction $\Delta_r X$ et propriété fondamentale $\Delta_r X = \sum_i \nu_i X_{m,i}$. Définition d'une grandeur standard $\Delta_r X^0(T) = \sum_i \nu_i X_{m,i}^0(T)$. Donner sans démonstration les trois relations entre $\Delta_r G$, $\Delta_r H$ et $\Delta_r S$ ou, de manière alternative, les trois relations entre $\Delta_r G^0(T)$, $\Delta_r H^0(T)$ et $\Delta_r S^0(T)$.
4. Quotient réactionnel Q et relations $\Delta_r G = \Delta_r G^0(T) + RT \ln Q$, $\Delta_r S = \Delta_r S^0(T) - R \ln Q$ et $\Delta_r H = \Delta_r H^0(T)$.
5. Critère d'évolution et critère d'équilibre d'une réaction chimique. Loi d'action des masses et définition de la constante d'équilibre $K^0(T)$.
6. Loi de Van't Hoff.
7. Énoncer sans démonstration les lois de modération de Van't Hoff et de Le Châtelier.
8. Expressions des enthalpies libres électrochimiques $\Delta_r g^0$ pour une demi-équation électronique.
9. Décrire le montage à 3 électrodes pour mesurer une courbe intensité - potentiel.
10. Décrire les diverses formes d'une courbe intensité potentiel selon la présence ou non des deux formes Ox et Red d'un couple. Décrire le phénomène de palier.
11. Relation (sans démonstration) $u = \Delta u_{ESH} + R_{int} i$ pour une pile ou un électrolyseur. Identifier Δu_{ESH} sur le graphique des

courbes intensités potentiel dans le cas d'un fonctionnement en générateur (pile) et d'un fonctionnement en récepteur (accumulateur ou électrolyseur).

12. Corrosion des métaux : définir les zones d'immunité, de corrosion et de passivation sur un diagramme potentiel - pH donné.

Physique statistique

1. Établir la relation fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur \vec{g} :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

2. Statistique quantique pour un système où chaque particule possède deux niveaux d'énergie ε_1 et ε_2 . Calcul de l'énergie moyenne $\langle \varepsilon \rangle$, de l'écart type $\Delta\varepsilon$. Cas d'un système formé de N de ces particules indépendantes : énergie moyenne $\langle E \rangle$, écart type ΔE et capacité thermique C_V .
3. Énoncer le théorème de fluctuation (sans démonstration) : $\Delta E = \sqrt{C_V k_B T}$.
4. Définir un degré de liberté quadratique et énoncer le théorème d'équi-répartition de l'énergie. Application au gaz parfait monoatomique : montrer que $U = \frac{3}{2} nRT$.

Mécanique quantique

1. Énoncer les postulats de la mécanique quantique.
2. Donner l'équation de Schrödinger.
3. Connaître la définition du vecteur densité de courant de probabilité \vec{j} .
4. Définir un état stationnaire quantique. Montrer qu'il est nécessairement de la forme :

$$\Psi_{stat}(M, t) = \varphi(M) \exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right)$$

5. Donner l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour la partie spatiale $\varphi(M)$ de l'état stationnaire quantique.
6. Connaître toute la démarche pour étudier un état stationnaire quantique soumis à une marche de potentiel de hauteur V_0 : solutions de l'équation de Schrödinger indépendante du temps, conditions aux limites, coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de probabilité r et t , coefficients de réflexion et de transmission en probabilité R et T . Remarque : aucune expression n'est à connaître par cœur.