

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

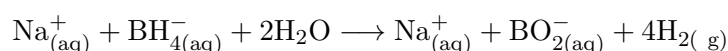
- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

1 La filière hydrogène. Extrait concours Mines-Ponts MP Chimie

Les données utiles à la résolution du problème sont fournies à la fin de l'énoncé.

L'hydrogène est un des vecteurs énergétiques de demain même si les complications liées à sa production et à son stockage limitent son développement. L'hydrolyse, catalysée du tétrahydruoborate de sodium (NaBH_4), est une alternative intéressante pour le stockage et la production embarqués d'hydrogène car, en présence d'eau et d'un catalyseur, cet hydruure chimique produit de façon contrôlée de l'hydrogène pur et du métaborate de sodium.¹

En présence d'un catalyseur adapté, le tétrahydruoborate de sodium est décomposé par l'eau pour produire du dihydrogène selon l'équation suivante :



- Q1.** Donner la configuration électronique du bore dans son état fondamental. Identifier les électrons de valence et donner des quadruplets de nombres quantiques pouvant caractériser ces électrons.
- Q2.** Donner la représentation de Lewis de l'ion tétrahydruoborate BH_4^- . En déduire sa géométrie. Justifier.
- Q3.** Déterminer le volume $V(\text{H}_2)$ de dihydrogène que l'on peut générer à partir de $V = 1,0 \text{ L}$ de solution aqueuse de concentration $C = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en ions sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+$ et en ions tétrahydruoborate $\text{BH}_{4(\text{aq})}^-$ (on se placera dans les conditions standard de température et de pression : $T = 25^\circ\text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$).
- Q4.** La réaction d'hydrolyse peut être catalysée par des catalyseurs à base de platine. Le volume de dihydrogène obtenu serait-il plus élevé si on réalise la réaction en présence de platine ? Justifier.

Stockage du dihydrogène

S'il n'est pas préparé à la demande comme avec l'hydrolyse du tétrahydruoborate de sodium, un des problèmes de l'utilisation du dihydrogène comme vecteur énergétique est son stockage. Des alliages à base de fer et de titane permettent le stockage du dihydrogène. Dans ces composés, l'hydrogène est stocké sous forme atomique (H) et non pas moléculaire (H_2). L'alliage utilisé ici a une structure cubique dans laquelle les atomes de fer occupent les sommets de la maille cubique et un atome de titane son centre. Les sites octaédriques de la structure sont de deux types : type A (situés au milieu de chaque arête) et type B (situés au centre de chaque face).

- Q5.** Représenter la maille cubique de l'alliage de fer/titane.
- Q6.** Calculer le paramètre de maille a associé à cette maille sachant que les atomes de fer et de titane sont en contact mais pas les atomes de fer entre eux.
- Q7.** Les sites octaédriques de type B sont-ils des octaèdres réguliers ? Justifier. Ces derniers seront-ils déformés après introduction d'un atome d'hydrogène ? Justifier.
- Q8.** Des atomes d'hydrogène occupent la totalité des sites octaédrique de type B. Indiquer le nombre d'atomes de fer, de titane et d'hydrogène par maille. Justifier. En déduire la formule de cet alliage hydrogéné.
- Q9.** Calculer le volume molaire V_m' du dihydrogène H_2 stocké dans ce composé en supposant qu'il en occupe tout le volume (on prendra pour valeur de a celle trouvée à la question 6). Comparer au volume molaire V_m d'un gaz parfait à $T = 25^\circ C$ et $P = 1 \text{ bar}$. Conclure.

Constantes usuelles et approximations de calcul.

Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Données numériques.

Volume molaire d'un gaz parfait à $T = 25^\circ C$ et $P = 1 \text{ bar}$: $V_m = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Numéro atomique : $Z(B) = 5$; $Z(Fe) = 26$ et $Z(Ti) = 22$.

Rayons métalliques : $R(Fe) = 125 \text{ pm}$ et $R(Ti) = 145 \text{ pm}$.

Rayon atomique de l'hydrogène : $R(H) = 35 \text{ pm}$.

2 Identification d'un filtre. Extrait concours Centrale MP

I.E – On souhaite enregistrer un signal musical avec une haute fidélité. Le signal à échantillonner possède des harmoniques très élevées, qui risquent de nuire à la qualité de l'enregistrement. Avant la numérisation, le signal doit être filtré. Un document en annexe fournit les spécifications du LMF100, qui est un composant intégré. Il réalise différents types de filtrages, selon les branchements qu'on lui applique. Dans ce document, la grandeur s est égale à $j\omega$ où ω est la pulsation des signaux sinusoïdaux et $j^2 = -1$.

I.E.1) Quel type de filtre doit-on utiliser et pourquoi ? Préciser la bande de fréquences qu'il doit sélectionner.

I.E.2) Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage adaptée à la situation.

I.F – Quatre essais ont été réalisés en laboratoire, à quatre fréquences différentes, avec un filtre d'ordre 2 réalisé avec le LMF100. Sur les quatre oscillogrammes relevés **figure 5**, $s_2(t)$ désigne la tension de sortie du filtre et $s_1(t)$ la tension d'entrée.

Déduire de ces quatre essais la nature du filtre testé, ainsi que ses caractéristiques : fréquence propre, fréquence de coupure, facteur de qualité. Expliciter clairement la démarche et commenter les résultats obtenus.

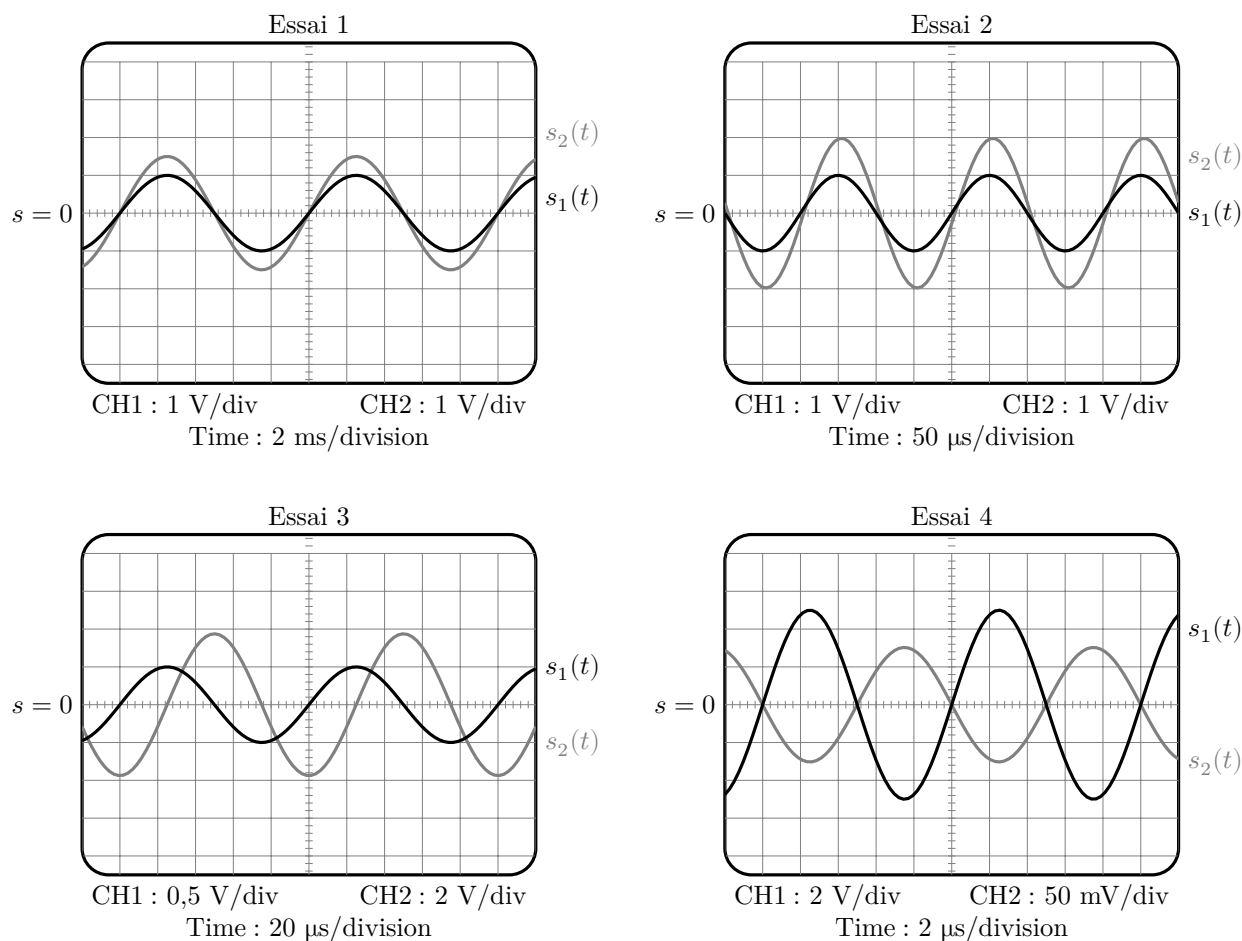
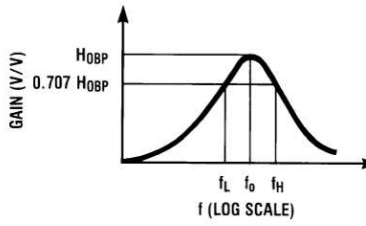


Figure 5

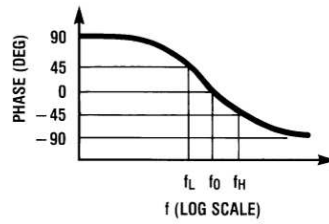
Annexe

Filtres réalisables avec le LMF100

$$H_{BP}(s) = \frac{H_{OBP} \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

$$Q = \frac{f_0}{f_H - f_L}; f_0 = \sqrt{f_L f_H}$$

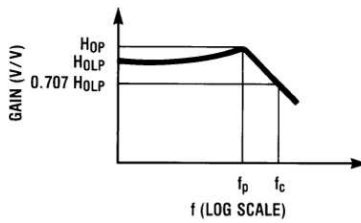
$$f_L = f_0 \left(\frac{-1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

$$f_H = f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

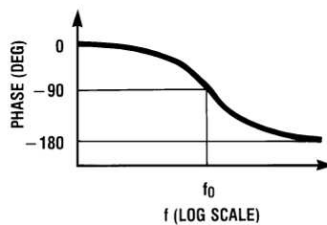
$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

FIGURE 1. 2nd-Order Bandpass Response

$$H_{LP}(s) = \frac{H_{OLP}\omega_0^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

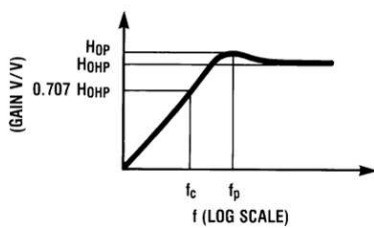
$$f_c = f_0 \times \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}}$$

$$f_p = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

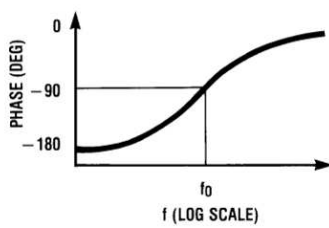
$$H_{OP} = H_{OLP} \times \frac{1}{\frac{1}{Q} \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 2. 2nd-Order Low-Pass Response

$$H_{HP}(s) = \frac{H_{OHP}s^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(b)



$$f_c = f_0 \times \left[\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}} \right]^{-1}$$

$$f_p = f_0 \times \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \right]^{-1}$$

$$H_{OP} = H_{OHP} \times \frac{1}{\frac{1}{Q} \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 3. 2nd-Order High-Pass Response

3 Cyclisme. Extrait concours CCINP

Formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Partie II - Mesure de vitesse par effet Doppler

Les cinémomètres laser sont utilisés pour mesurer la vitesse des cyclistes depuis la route. Ils sont un outil d'analyse des performances instantanées des cyclistes. Leur principe de fonctionnement repose sur le double effet Doppler.

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Un émetteur E fixe, situé en O, envoie un train d'impulsions (figure 1) à la fréquence f_E , qui se propage suivant $\vec{e}_x$ à la célérité $c_0 > 0$. Le récepteur R, situé à l'abscisse x_0 à la date $t = 0$, est animé d'un mouvement uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Sa position est déterminée par son abscisse notée $x_R(t)$ (figure 2). Il reçoit le train d'impulsions émis de E (figure 3).



FIGURE 1 – Train d'impulsions à l'émission en E (fréquence f_E et période $T_E = 1/f_E$)



FIGURE 2 – Émetteur E et récepteur R



FIGURE 3 – Train d'impulsions à la réception en R (fréquence f_R et période $T_R = 1/f_R$)

- Q1.** En considérant que la première impulsion a été émise en E à la date $t = 0$, exprimer en fonction de x_0 , c_0 et de v , la date t_1 à laquelle cette première impulsion est reçue en R. Sachant que la deuxième impulsion a été émise en E, à la date $t = T_E$, exprimer la date t_2 à laquelle est reçue en R la deuxième impulsion en fonction de T_E , x_0 , c_0 et de v ?

- Q2.** En déduire la fréquence f_R du train d'impulsions reçue en R en fonction de f_E , v et de c_0 .

Dans un cinémomètre à effet Doppler, l'émetteur et le récepteur sont tous deux situés au niveau de l'appareil : E et R sont confondus. L'émetteur envoie une onde de fréquence f_E qui se réfléchit sur le cycliste et retourne alors en E. On admettra dans ce cas que $f_R = f_E \left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right)$ où v est la vitesse du cycliste et c_0 la célérité de l'onde.

Validation expérimentale

On se propose ici de valider le fonctionnement du cinémomètre à double effet Doppler dans le cadre du laboratoire de sciences physiques en utilisant des voitures. Celles-ci acquièrent une vitesse en descendant d'une piste inclinée de dénivelé h , où elles sont lâchées avec une vitesse initiale nulle, puis roulent sur un support horizontal (figure 4).

Un émetteur envoie une onde sonore de fréquence $f_E = 40$ kHz. Le récepteur reçoit l'onde réfléchie par la voiture, de fréquence $f_R = f_E \left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right)$, mais aussi une onde réfléchie par les obstacles fixes.

Sur l'oscilloscope utilisé, deux fréquences ne peuvent être distinguées ("résolues") que si leur écart relatif dépasse 20 %.

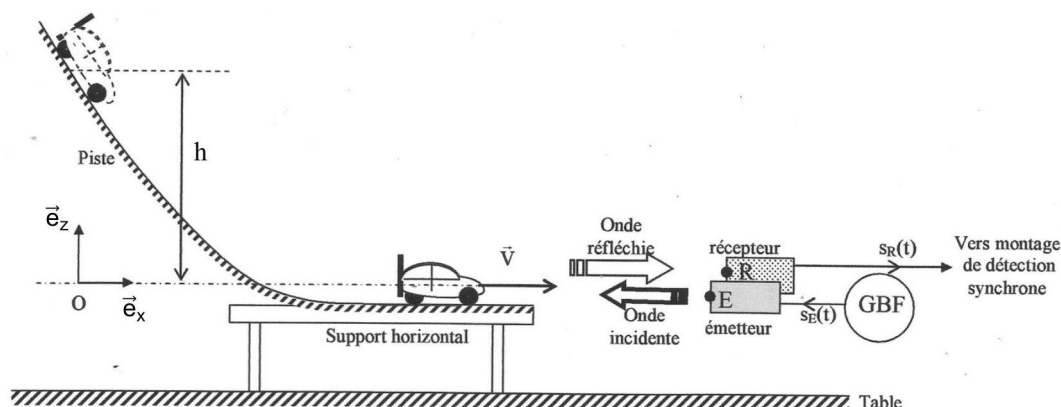


FIGURE 4 – Maquette du laboratoire

- Q3.** En négligeant tout frottement, déterminer l'expression de la vitesse de la voiturette une fois arrivée sur la portion horizontale de la piste, en fonction de g et de h . Évaluer cette vitesse avec un chiffre significatif en prenant $h \approx 50$ cm.

Le récepteur reçoit plusieurs signaux réfléchis : celui qui nous intéresse obtenu par réflexion sur la voiture et ceux réfléchis par les obstacles fixes environnants. Pour distinguer tous ces signaux, il faut utiliser une méthode indirecte : la détection synchrone.

- Q4.** Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans l'air à température ambiante. Quelle est la fréquence f_s des ondes réfléchies par les obstacles fixes (statiques) ?

Le principe d'un montage à détection synchrone est décrit sur le synoptique suivant (figure 5) :

Les ondes sonores émises par l'émetteur E et reçues par le récepteur R sont converties en tensions électriques $s_E(t) = E_m \cos(2\pi f_E t)$ et $s_R(t) = S_{m1} \cos(2\pi f_R t + \varphi_1) + S_{ms} \cos(2\pi f_s t + \varphi_s)$.

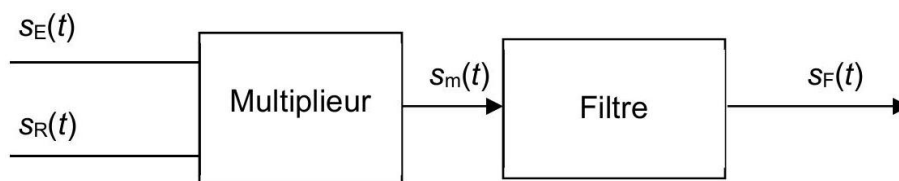


FIGURE 5 – Détection synchrone

Ces deux tensions sont envoyées sur un multiplieur de constante $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$. On a : $s_m(t) = k s_E(t) s_R(t)$. La tension $s_m(t)$ est alors filtrée avant d'être envoyée sur l'oscilloscope.

- Q5.** Montrer que la tension $s_m(t)$ est la somme d'une tension constante S_0 et des trois tensions sinusoïdales dont on explicitera les fréquences. Tracer l'allure du spectre en amplitude de $s_m(t)$.
- Q6.** On souhaite que le signal filtré $s_F(t)$ ne contienne plus qu'une tension constante et une tension sinusoïdale de fréquence $f_E - f_R$. Quel type de filtre doit-on utiliser ? Comment choisir sa fréquence de coupure f_c ?

On se propose d'étudier quelques aspects liés au filtre.

Le montage électronique du filtre est décrit par la figure 6. L'ALI est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.

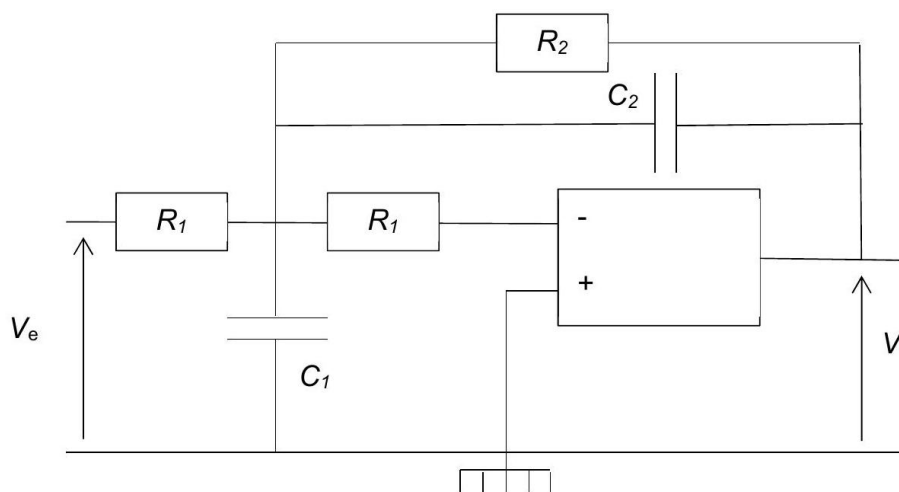


FIGURE 6 – Filtre

- Q7.** Déterminer sans calcul la nature du filtre et préciser parmi les deux fonctions de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega)$, laquelle correspond à ce montage :

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{G_0}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{et} \quad \underline{H}_2(j\omega) = \frac{-G_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- Q8.** Déterminer le gain G_0 de ce filtre en fonction de R_1 et R_2 .
- Q9.** Préciser le sens concret de la pulsation ω_0 . Exprimer, sous la forme de deux inégalités fortes faisant intervenir les grandeurs v , c_0 et f_E , les deux contraintes que doivent vérifier

la pulsation ω_0 . Proposer en fonction de v , c_0 et de f_E , une expression de ω_0 qui satisfasse le compromis précédent.

Les valeurs choisies pour les composants sont $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $C_1 = 3,2\text{ nF}$ et $C_2 = 1,2\text{ nF}$ de sorte que ω_0 vérifie la relation précédente avec $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Un signal sinusoïdal délivré par un GBF est envoyé en entrée du filtre et est enregistré sur la voie 1 de l'oscilloscope (figure 7).

On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope le signal issu du filtre.

La base de temps est de 1 ms par division comme indiqué en bas de l'écran. Les sensibilités verticales sont de 100 mV par division pour la voie 1 et de 5 V par division pour la voie 2.

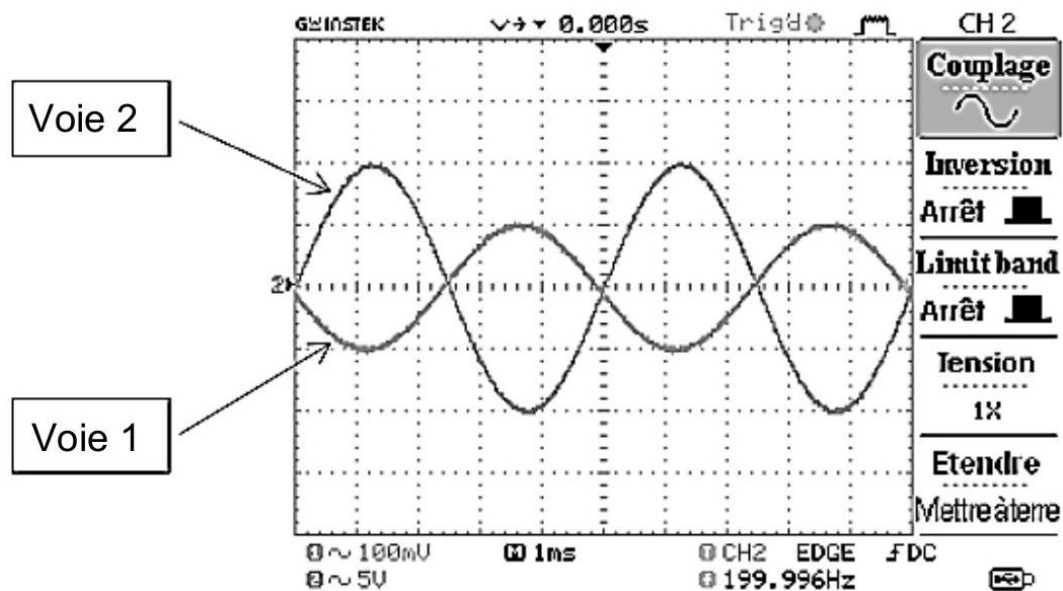


FIGURE 7 – Oscillogramme 1

- Q10.** Qu'est ce qui permet de qualifier cet essai d'essai en basse fréquence ? Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme 1, la valeur numérique de la résistance R_2 .
- Q11.** Deux autres essais ont été réalisés en envoyant les tensions sinusoïdales suivantes en entrée du filtre :
- $e_1(t) = E_{01} \cos(\omega_0 t)$;
 - $e_2(t) = E_{02} \cos(100 \omega_0 t)$.

Déterminer les expressions analytiques des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ recueillies en sortie du filtre.

On considère maintenant le montage complet lié à la détection synchrone. Lorsque la tension $s_m(t)$, issue du multiplieur, est envoyée en entrée du filtre, on obtient les oscillogrammes 2 et 3, représentés sur les figures 8 et 9. Le mode d'affichage de l'oscilloscope est AC.

Pour l'oscillogramme 2, la base de temps est de 5 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

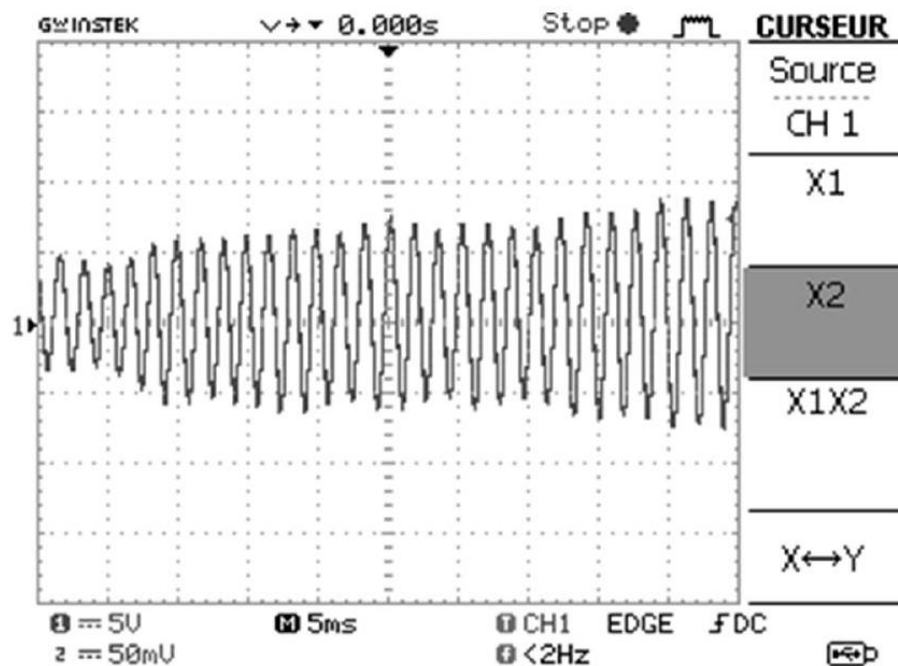


FIGURE 8 – Oscillogramme 2

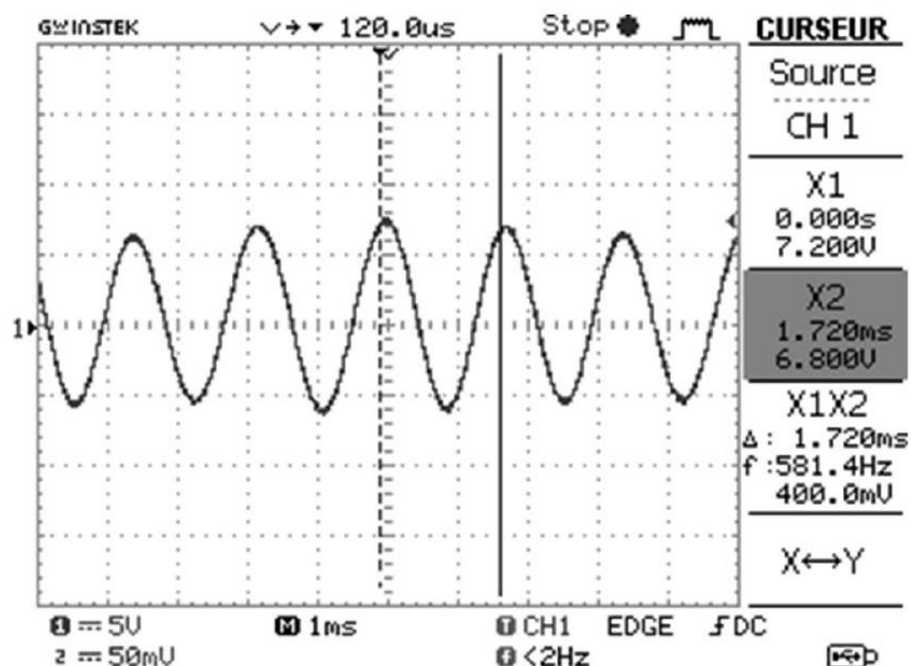


FIGURE 9 – Oscillogramme 3

Pour l'oscillogramme 3, la base de temps est de 1 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

- Q12.** À l'aide des oscillogrammes 2 et 3, évaluer avec un seul chiffre significatif, la vitesse v de la voiturette, lorsqu'elle roule sur le support horizontal.