

1 La filière hydrogène. Extrait Mines Ponts MP Chimie 2022

Remarque : La géométrie demandée à la Q2 est hors-programme en MP.

Q1 : La configuration de bore : $1s^2 2s^2 2p^1$.

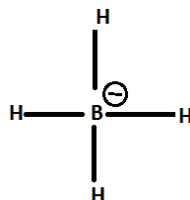
Les électrons de valence sont au nombre de 3 ; Les deux électrons contenus dans l'orbitale 2s et l'électron dans l'orbitale 2p.

Les électrons $2s^2$ sont caractérisés par les deux quadruplets : $\left(n = 2, l = 0, m_l = 0, m_s = \pm \frac{1}{2} \right)$.

L'électron contenu dans l'orbitale 2p peut être caractérisé par l'un des six quadruplets

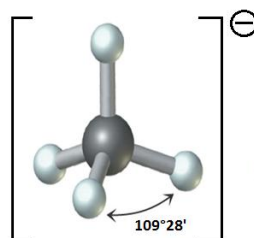
suivants : $\left(n = 2, l = 1, m_l = \begin{cases} +1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}, m_s = \pm \frac{1}{2} \right)$

Q2 : L'ion B^- est isoélectronique que le carbone, la formule de Lewis de BH_4^- ressemble donc à la molécule CH_4 :



Selon la théorie VSEPR elle est de type AX_4 .

La géométrie de cette molécule est un tétraèdre régulier ; l'angle valenciel est $109^\circ 28'$.

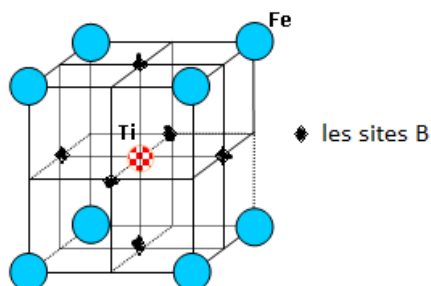


Q3 : Un litre contient 1 mole de Na^+ , donc 1 litre produit $n = 4$ moles de H_2 selon la réaction donnée.

Le volume de H_2 est donc : $V(H_2) = nV_m$ soit : $V(H_2) = 96L$.

Q4 : Un catalyseur augmente uniquement la vitesse de réaction. $V(H_2)$ ne change pas.

Q5 : La maille de l'alliage :



Q6 : Le contact se fait suivant la diagonale du cube ; $a\sqrt{3} = 2(R(\text{Fe}) + R(\text{Ti}))$

$$a = 300 \text{ pm}$$

Q7 : Le site de type B n'est pas régulier car il est formé par 4 atomes du fer et 2 atomes de titane.
En effet :

La distance entre le centre du site et Ti est $\frac{a}{2} = 150 \text{ pm}$.

La distance entre le centre du site et Fe est $\frac{a\sqrt{2}}{2} > 150 \text{ pm}$.

Or le rayon de H est inférieur à 150 pm, donc H ne déforme pas ce site.

Q8 : Le nombre de site de type B est $6 \times \frac{1}{2} = 3$. Donc 3 atome H par maille.

Les atome de fer forment un cubique simple donc le nombre de fer est $8 \times \frac{1}{8} = 1$. Donc 1 atome de Fe par maille.

Le titane : 1 atome au centre.

Dou la formule de l'alliage hydrogéné : FeTiH_3

Q9 : 3 atome de H c'est à dire $\frac{3}{2}$ molécules de H_2 occupent le volume de la maille (a^3).

$$\text{Donc } V'_m = \frac{2Na}{3} a^3, \quad V'_m = 0,0108 \text{ L/mol} \quad \frac{V'_m}{V_m} \approx 2400$$

Conclusion : Pour ce stockage l'hydrogène occupe 2400 fois moins de volume.

2 Identification d'un filtre. Centrale MP 2015

I.E.1) Il faut utiliser un filtre passe-bas qui élimine ces fréquences élevées. Il ne doit garder que les fréquences situées entre 20 Hz et $f_{\max} = 20 \text{ kHz}$, ce qui correspond à l'intervalle de fréquences des signaux audibles par les être humains.

I.E.2) Afin de respecter le critère de Shannon, il faut que $f_e > 2f_{\max} = 40 \text{ kHz}$. En pratique on choisit $f_e = 44 \text{ kHz}$.

I.F) On remarque qu'en passant de l'essai 1 à l'essai 4, la fréquence des signaux augmente. Ainsi, s_2 est en phase avec s_1 à "basse fréquence" et le déphasage entre s_2 et s_1 devient négatif (retard temporel) au fur et à mesure que la fréquence augmente. Il ne peut donc s'agir que du filtre de la figure 2 (identifié par son diagramme de phase), d'où :

$$H_{\text{LP}}(j\omega) = \frac{H_{\text{OLP}} \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega_0 \omega}{Q}}$$

C'est un filtre passe-bas d'ordre 2.

- **Essai 1 :** s_2 et s_1 sont en phase donc $\omega \ll \omega_0$ et donc $H_{\text{LP}}(j\omega) \approx H_{\text{OLP}}$. On mesure les amplitudes $S_{1m} = 1 \text{ V}$ et $S_{2m} = 1,5 \text{ V}$ et donc :

$$H_{\text{OLP}} = \frac{S_{2m}}{S_{1m}} = 1,5$$

- **Essai 3 :** on remarque que s_2 est en quadrature de phase retard par rapport à s_1 . On en déduit que $\varphi = \arg H = -\pi/2$ ce qui ne peut se produire que pour $\omega = \omega_0$ avec ce filtre.

On mesure la période des signaux : $T = 5 \text{ div} \times 20 \mu\text{s}/\text{div} = 100 \mu\text{s}$. On a donc :

$$f = \frac{1}{T} = 10 \text{ kHz} = f_0$$

Pour $\omega = \omega_0$, le gain du filtre vaut $G = |H| = Q H_{\text{OLP}} = \frac{S_{2m}}{S_{1m}}$. On mesure $S_{2m} = 1,9 \text{ div} \times 2 \text{ V}/\text{div} = 3,8 \text{ V}$ et $S_{1m} = 0,5 \text{ V}$. On a donc :

$$Q = \frac{S_{2m}}{S_{1m} H_{\text{OLP}}} = 5,1$$

On en déduit enfin la fréquence de coupure grâce à la formule donnée par l'énoncé :

$$f_c = 15 \text{ kHz}$$

3 Cyclisme. Extrait concours CCINP 2023

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Q1. À la date t_1 , le récepteur (R) se situe à l'abscisse : $x_R(t_1) = x_0 + vt_1$, l'onde a donc dû parcourir cette distance. Sachant qu'elle se propage à la vitesse c_0 , cela donne :

$$c_0 t_1 = x_0 + vt_1 \iff t_1 = \frac{x_0}{c_0 - v}$$

Entre son émission et sa réception, la seconde impulsion a parcouru la distance : $c_0(t_2 - T_E)$. Or à la réception R se situe en $x_R(t_2) = x_0 + vt_2$. On obtient donc :

$$c_0(t_2 - T_E) = x_0 + vt_2 \iff t_2 = \frac{x_0 + c_0 T_E}{c_0 - v}$$

Q2. En R, la période du train d'impulsion, c'est-à-dire l'intervalle de temps entre la réception des deux impulsions est : $T_R = t_2 - t_1 = \frac{c_0 T_E}{c_0 - v}$.

On en déduit la fréquence :

$$f_R = \frac{1}{T_R} = \frac{c_0 - v}{c_0} \times \frac{1}{T_E} \iff f_R = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) f_E$$

Validation expérimentale

Q3. Système = { voiturette }

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces :

- poids (force conservative) ;
- Réaction normale qui ne travaille pas,
- Pas de réaction tangentielle car frottements négligés.

L'utilisation du théorème de l'énergie mécanique conduit à la conservation de l'énergie mécanique, d'où entre le haut (A) et le bas (B) de la piste inclinée, on obtient :

$$E_m(A) = E_m(B) \iff E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

Or la voiturette est sans vitesse initiale et $z_B = 0$, d'où : $E_c(A) = 0$ et $E_{pp}(B) = 0$. Conclusion :

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \iff \boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

$$\text{A N : } v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} = \sqrt{10} \iff v_B \approx 3 \text{ m.s}^{-1}$$

Q4. À température ambiante, la vitesse de propagation des ondes sonores est de l'ordre de $c_0 = 340 \text{ m.s}^{-1}$. Pour obtenir f_s il suffit de faire $v = 0$ dans la formule proposée par l'énoncé. On obtient donc :

$$\boxed{f_s = f_E}$$

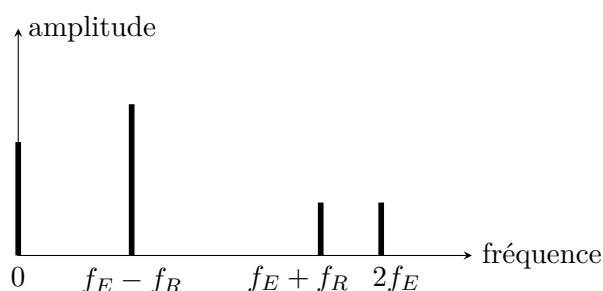
Q5. En prenant $f_s = f_E$, on a :

$$\begin{aligned} s_m(t) &= k s_E(t) s_R(t) = k E_m S_{m1} \cos(2\pi f_E t) \cos(2\pi f_R t + \varphi_1) + k E_m S_{ms} \cos(2\pi f_E t) \cos(2\pi f_E t + \varphi_s) \\ &= \frac{k E_m S_{m1}}{2} \cos(2\pi(f_E - f_R)t - \varphi_1) + \frac{k E_m S_{m1}}{2} \cos(2\pi(f_E + f_R)t - \varphi_1) \\ &\quad + \frac{k E_m S_{ms}}{2} \cos(\varphi_1) + \frac{k E_m S_{ms}}{2} \cos(2\pi(2f_E)t + \varphi_s) \end{aligned}$$

La tension $s_m(t)$ est composée :

- d'une tension constante : $S_0 = \frac{k E_m S_{ms}}{2} \cos(\varphi_1)$;
- de trois tensions sinusoïdales de fréquences respectives :

$$f_E - f_R = 2f_E \frac{v}{c_0} \ll 2f_E ; \quad f_E + f_R = 2f_E \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) \quad (\text{de l'ordre de } 2f_E) \text{ et } 2f_E$$

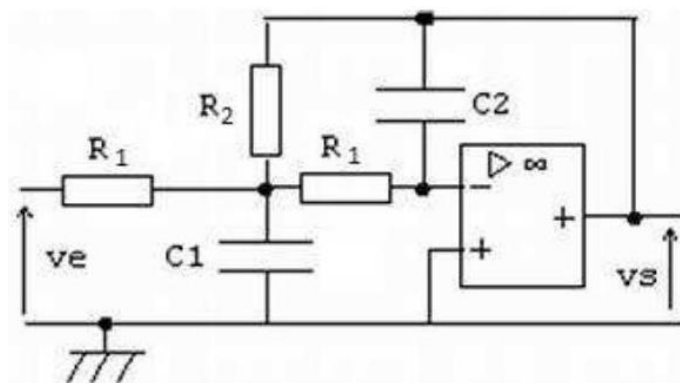


Q6. À la sortie du multiplieur, la tension $s_m(t)$ est la somme de S_0 , de $\frac{k E_m S_{m1}}{2} \cos(2\pi(f_E - f_R)t - \varphi_1)$ et de deux autres termes de fréquences $f_E + f_R$ et $2f_E$. On ne souhaite conserver que les deux premiers termes et éliminer les deux derniers. Il est donc nécessaire d'utiliser un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure qui vérifie :

$$f_E - f_R = 2f_E \frac{v}{c_0} \ll f_c \quad \text{et} \quad f_c \ll f_E + f_R = 2f_E \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) < 2f_E$$

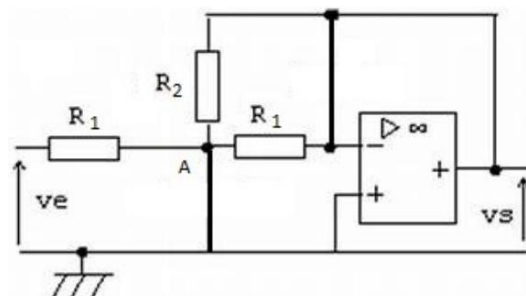
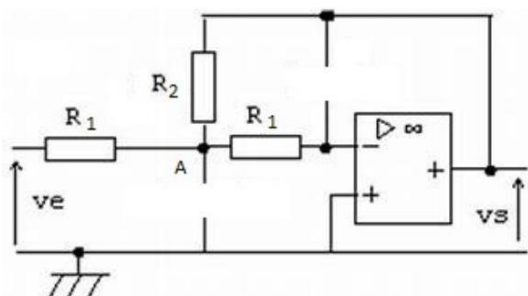
En remarquant que $\frac{v}{c_0}$ est de l'ordre de 1×10^{-2} , on peut choisir $f_c = 10 \times 2f_E \frac{v}{c_0}$ pour que les deux inégalités précédentes soient vérifiées.

Q7. Remarque importante : le schéma du montage avec l'ALI est faux ! Il ne permet pas d'obtenir les fonctions de transfert proposées dans l'énoncé. Le bon montage est donné ci-dessous. Cette erreur n'était pas pénalisante pour une étude qualitative mais a pu beaucoup perturber les candidats qui ont cherché à calculer la fonction de transfert.



Pour déterminer la nature du filtre sans calcul, nous remplaçons dans le montage les condensateurs par leurs équivalents à basse et haute fréquence :

- Basse fréquence ($f \ll f_0$) : les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts (figure de gauche).



On a alors, en supposant les courants d'entrée i_+ et i_- nuls (ALI parfait) et $v_+ = v_-$ (régime linéaire pour un ALI parfait) :

$$\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_s}{R_2} \quad \text{avec} \quad V_A = v_- = v_+ = 0$$

d'où

$$V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

- Haute fréquence ($f \gg f_0$) : les condensateurs sont remplacés par des fils (figure de droite). On a : $V_s = v_-$ et $v_+ = 0$. Or $v_- = v_+$ (ALI idéal en régime linéaire) donc $V_s = 0$.

Le filtre laisse passer les signaux de basse fréquence mais coupe les signaux de haute fréquence : c'est un filtre passe-bas.

En faisant tendre ω vers 0 et vers $+\infty$ dans les fonctions de transfert $\underline{H}_1$ et $\underline{H}_2$, on remarque que $\underline{H}_1$ est la fonction de transfert d'un filtre passe bas de gain statique G_0 et $\underline{H}_2$ celle d'un filtre passe-haut.

Le montage (le bon, pas celui de l'énoncé) correspond donc à la fonction de transfert $\underline{H}_1$.

Q8. À partir de l'étude qualitative, on obtient :

$$G_0 = \frac{V_s}{V_e}(\omega = 0) = -\frac{R_2}{R_1}$$

Q9. Remarque : la question est mal posée. On dirait que l'énoncé confond pulsation propre et pulsation de coupure ... ω_0 est la pulsation propre du filtre. Concrètement ... ? C'est la pulsation pour laquelle les asymptotes BF et HF se croisent dans le diagramme de Bode en gain.

On va donc supposer qu'il s'agit de ω_c , pulsation de coupure du filtre, c'est-à-dire la pulsation pour laquelle le gain est égal à $G(0)/\sqrt{2}$. Dans ce cas, on a déjà répondu à la question en Q.6 : il suffit de multiplier les inégalités par 4π pour passer des fréquences aux pulsations.

$$4\pi f_E \frac{v}{c_0} \ll \omega_c \quad \text{et} \quad \omega_c \ll 4\pi f_E \left(1 - \frac{v}{c_0}\right)$$

Q10. Mesurons la fréquence des signaux sur l'oscillogramme. La période est de 5 ms donc la fréquence est $f = \frac{1}{T} = 200$ Hz.

C'est cohérent avec l'affichage sur l'oscillogramme qui indique 199,996 Hz.

La fréquence d'émission f_E est de 40 kHz. Ainsi, $f_c = 20 f_E \frac{v}{c_0} \approx 7$ kHz. On a donc $f \ll f_c$, ce qui confirme que l'essai est réalisé à "basse fréquence".

On peut alors mesurer le rapport $\frac{V_s}{V_e}$. L'amplitude du signal d'entrée est de 100 mV et celle du signal de sortie 10 V. De plus, les signaux sont en opposition de phase. On a alors $\frac{V_s}{V_e} = -1,0 \times 10^2$. OR :

$$\frac{V_s}{V_e} = G_0 = -\frac{R_2}{R_1} \implies R_2 = -R_1 G_0 \quad \text{soit} \quad \boxed{R_2 = 100 \text{ k}\Omega}$$

Q11. Pour déterminer les expressions des tensions de sortie $s_1(t)$ et $s_2(t)$, il faut déterminer l'amplitude et la phase de ces signaux grâce à la fonction de transfert. Les signaux de sortie auront la même pulsation que les signaux d'entrée (filtre linéaire).

(a) Signal d'entrée $e_1(t)$: $\omega = \omega_0$. On a alors $\underline{H}_1 = \frac{G_0}{2jm} = \frac{G_0}{j\sqrt{2}}$.

L'amplitude du signal de sortie s'écrit alors : $S_{1m} = |\underline{H}_1| E_{1m} = \frac{|G_0|}{\sqrt{2}} E_{1m} = \frac{R_2}{\sqrt{2}R_1} E_{01}$ (ce qui confirme bien que $\omega_0 = \omega_c$ avec le choix de la valeur de m).

La phase à l'origine du signal de sortie s'écrit alors : $\varphi_{1s} = \varphi_{1e} + \arg(\underline{H}_1) = \frac{\pi}{2}$ (car $G_0 < 0$). Finalement, on obtient

$$s_1(t) = \frac{R_2}{\sqrt{2}R_1} E_{01} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{R_2}{\sqrt{2}R_1} E_{01} \sin(\omega_0 t)$$

(b) Signal d'entrée $e_2(t)$: $\omega = 100 \omega_0$. On a alors $\underline{H}_1 \simeq \frac{G_0}{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = -\frac{G_0}{10^4}$.

L'amplitude du signal de sortie s'écrit alors : $S_{2m} = |\underline{H}_1| E_{2m} = \frac{|G_0|}{10^4} E_{2m} = \frac{R_2}{10^4 R_1} E_{02}$.

La phase du signal de sortie s'écrit alors : $\varphi_{2s} = \varphi_{2e} + \arg(\underline{H}_1) = 0$. Finalement, on obtient :

$$s_2(t) = \frac{R_2}{10^4 R_1} E_{02} \cos(100 \omega_0 t)$$

Q12. À la sortie du montage, on doit obtenir un signal de fréquence $f_E - f_R$ (avec une composante continue en présence d'obstacles fixes pour lesquels s_E et s_R ont la même fréquence).

On s'intéresse ici à la fréquence de la composante variable. La donnée de deux oscillogrammes n'est pas forcément intéressante et peut, au contraire, perturber les candidats (on voit une sorte de "battement" dans l'oscillogramme 2 ...).

On utilise ici l'oscillogramme 3 et on mesure la fréquence du signal. On compte 7 carreaux pour 4 périodes donc $T = \frac{7}{4}$ ms puis $f = \frac{4}{7}$ kHz.

Enfin

$$v = \frac{c_0 f}{2f_E} \quad \text{donc} \quad v = \frac{3,4 \cdot 10^2 \times 4 \times 10^3}{14 \times 4 \times 10^4} = \frac{3,4}{1,4} \approx 2,5 \text{ m/s}$$

On obtient bien l'ordre de grandeur prévu en Q3.