FORMATION DES IMAGES - LENTILLES MINCES
INSTRUMENTS D'OPTIQUE

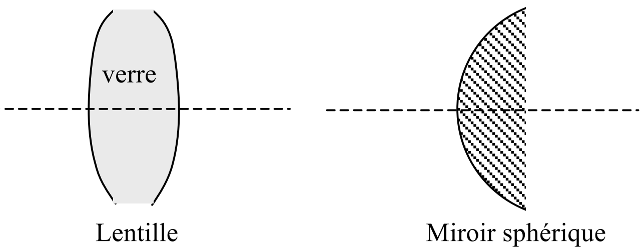
Un des buts fondamentaux de l'optique géométrique est la formation des images par des instruments d'optique. Pour cela, il est nécessaire d'établir une correspondance unique entre un point A (point objet) et un point A' qui est l'image de A par l'instrument.

Table des matières

1 NOTIONS SUR LA FORMATION DES IMAGES

1.1 Définitions

Un instrument d'optique (I.O.) est une suite de dioptres et / ou de miroirs. Par exemple, une lentille est constituée de la succession de deux dioptres air-verre puis verre-air. Un miroir sphérique est un instrument qui se réduit à un seul miroir en forme de sphère.

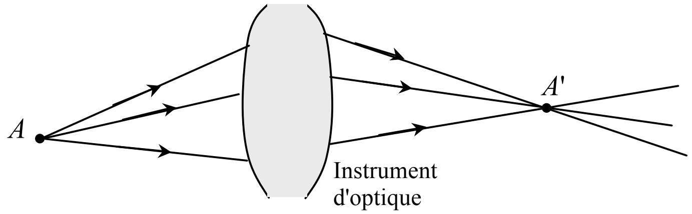


1.2 Stigmatisme rigoureux

Définition (Stigmatisme-objet-image)

Étant donnés deux points A, A' et un instrument d'optique (I.O.), on pose :

- si tout rayon lumineux issu de A et traversant l'instrument d'optique en ressort en passant par A', alors l'instrument d'optique est qualifié de ***stigmatique*** pour ce couple de points (A, A').
- (A, A') est alors un couple de ***points conjugués***. A' est ***l'image*** de A par l'instrument d'optique et A est le ***point objet***.



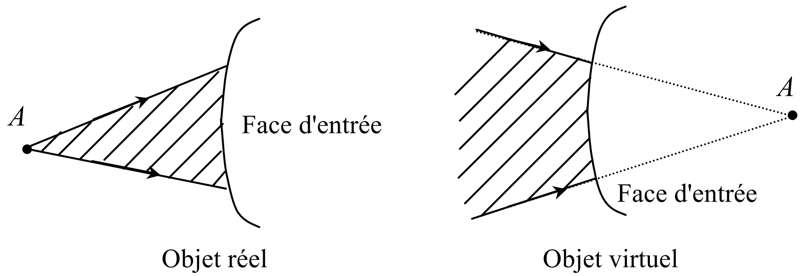
Stigmatisme d'un instrument pour un couple de points (A, A')

En utilisant le principe du retour inverse de la lumière, on peut affirmer que tout rayon lumineux issu de A' et rentrant dans l'instrument d'optique en ressort en passant par A.

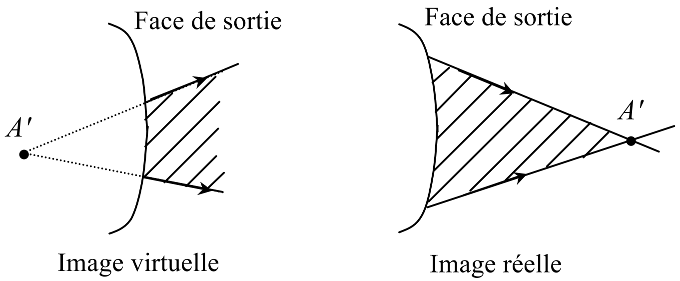
La *face d'entrée* (f.e.) d'un instrument d'optique est le premier dioptre ou le premier miroir rencontré par la lumière qui pénètre dans l'instrument. De même, la *face de sortie* (f.s.) est le dernier dioptre ou miroir rencontré avant que la lumière ne sorte de l'instrument.

Réalité - Virtualité

Un objet est dit ***réel*** s'il est placé avant la face d'entrée. Dans le cas contraire, il est appelé ***virtuel***. Pour un objet réel, les rayons lumineux sont réellement issus de l'objet. Dans le cas d'un objet virtuel, seules les prolongements des rayons lumineux se croisent en cet objet.



De la même manière, une ***image est réelle*** si elle se forme après la face de sortie de l'instrument d'optique ; dans ce cas, les rayons lumineux sortant de l'instrument convergent réellement vers l'image A'. Au contraire, une image sera dite ***virtuelle*** si elle est située avant la face de sortie ; les rayons lumineux ne passent pas réellement par l'image mais seuls leurs prolongements se croisent en A'. Dans ce cas, un observateur regardant la lumière issue de l'instrument aura l'impression qu'elle vient du point A' situé avant la face de sortie de l'instrument.



1.3 Stigmatisme approché

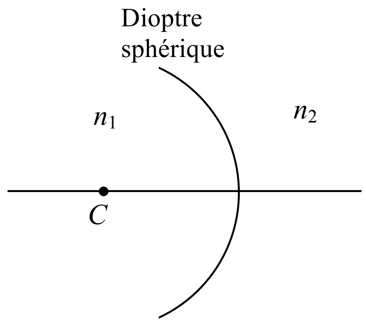
Une étude complète du stigmatisme des instruments d'optique (hors programme) montre que seul un très petit nombre d'instruments d'optique réalisent le stigmatisme pour un couple de points (A, A'). De plus, ces instruments ne sont en général stigmatiques que pour un seul point objet A_0 bien particulier ; tous les points objets autres que A_0 ne possèdent aucune image par l'instrument (les rayons issus de ces points ne se rencontrent pas tous au même endroit après leur passage dans l'instrument).

Or, le problème fondamental de la formation des images consiste à construire un instrument capable de donner une image d'un objet étendu (et pas seulement d'un point !) : par exemple, une lunette terrestre doit être capable de former une image agrandie d'un objet éloigné pour pouvoir l'observer dans de meilleures conditions.

On conçoit donc que le stigmatisme est une exigence trop forte. En pratique, on se contente de ce qu'on appelle le ***stigmatisme approché***. Pour le définir, il faut d'abord introduire les notions *d'instrument centré* et de *rayon paraxial*.

Définition 1

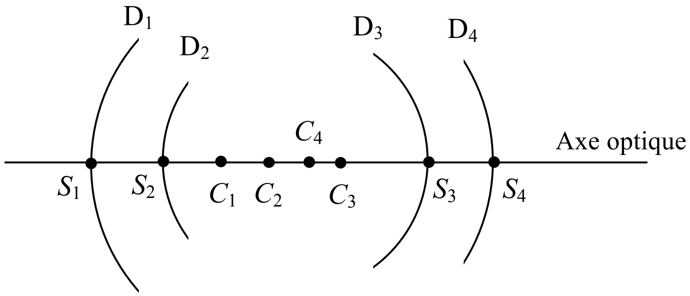
On appelle ***dioptre sphérique*** un dioptre dont la surface est un morceau de sphère ; soit C le centre de cette sphère. Un tel dioptre sépare deux milieux THI d'indices optiques n_1 et n_2.
De même, on appelle ***miroir sphérique*** un miroir dont la surface est de forme sphérique. On appellera C le centre de cette sphère.



Remarque : dioptre ou miroir n'utilisent qu'une partie de la sphère.

Définition 2 (Instrument d'optique centré)

On appelle ***instrument d'optique centré*** une suite de dioptres sphériques et / ou de miroirs sphériques dont les centres C_i sont *alignés* ; ces centres définissent donc une droite qui est axe de symétrie pour l'ensemble de l'instrument d'optique. Cet axe de symétrie porte le nom d'***axe optique*** de l'instrument.



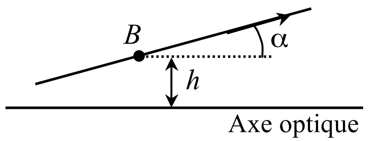
Exemple d'une succession de 4 dioptres sphériques
Instrument centré

Dans ce cas, les points situés à l'intersections des différents dioptres (ou miroirs) et de l'axe optique sont les ***sommets*** S_i de ces dioptres (ou miroirs).

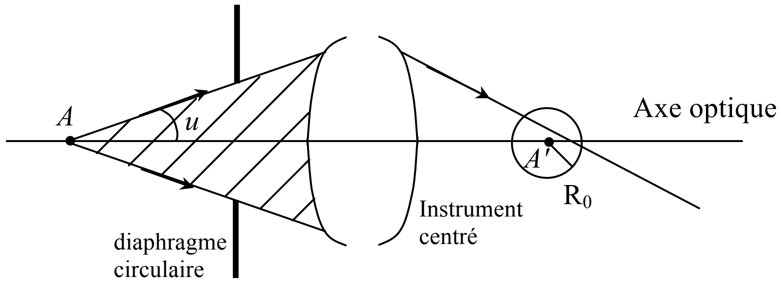
Définition 3 (Rayon paraxial)

On appelle ***rayon paraxial*** un rayon lumineux vérifiant les deux conditions suivantes :

- son angle α avec l'axe optique d'un instrument centré doit être très petit : en pratique, on pourra confondre α avec $\sin\alpha$ ou avec $\tan\alpha$.
- Si B est un point quelconque de ce rayon, la distance h entre B et l'axe optique doit rester très petite.



Soit maintenant un point A placé sur l'axe optique d'un instrument centré. On appelle *ouverture* du faisceau lumineux issus de A, que l'on note u, le *demi-angle au sommet* du cône lumineux issu du point A. Ce faisceau lumineux peut être réalisé en pratique en plaçant un diaphragme circulaire sur le trajet de la lumière pour éliminer les rayons dont l'angle avec l'axe optique est trop important.



Le calcul montre que <u>tous</u> les rayons issus de A contenus à l'intérieur du faisceau d'ouverture u ressortent de l'instrument centré en coupant l'axe optique en des points situés à l'intérieur d'une sphère (Σ) dont le centre est un point A' de l'axe optique et dont le rayon $R_0(u)$ dépend de u et tend vers zéro lorsque u tend vers zéro : $R_0(u) \underset{u\to 0}{\longrightarrow} 0$.

Cette sphère (Σ) est appelée ***tâche image*** du point A. Cela signifie donc que, plus on ferme le diaphragme, plus u diminue et plus le rayon de la tâche image tend vers zéro (en même temps cette tâche devient de moins en moins lumineuse car il y a de moins en moins de rayons qui entrent dans l'instrument).

Or l'oeil et tous les récepteurs optiques (photodiode, etc...) possèdent une *structure granulaire* : les éléments sensibles à la lumière (cellules réceptrices en forme de cônes ou de bâtonnets dans le cas de l'oeil) ont une taille caractéristique g. Deux points lumineux A_1 et A_2 qui se forment sur le même élément sensible ne seront pas différentiés et seront interprétés comme étant un point unique. Pour que les deux points lumineux soient différentiés, il est nécessaire qu'ils impressionnent deux éléments sensibles différents.

C'est pour cela qu'un récepteur optique ne fera aucune différence entre un véritable point et une tâche image à condition que celle-ci ait un rayon R_0 tel que :

$$\boxed{R_0 \leqslant g}$$

En conclusion (Stigmatisme approché) :

Lorsqu'on se limite aux *rayons paraxiaux*, tout objet A de l'axe optique d'un instrument centré possède une image A' acceptable ; cette image est située sur l'axe optique de l'instrument et elle est en fait le centre d'une tâche image.
On dit que l'instrument centré réalise un ***stigmatisme approché*** entre A et A' et qu'il est utilisé dans les ***conditions de Gauss***.

Dans ces conditions, il existe une correspondance entre n'importe quel point A de l'axe optique d'un instrument centré et son "image" A' au sens du stigmatisme approché. On peut noter cela mathématiquement :

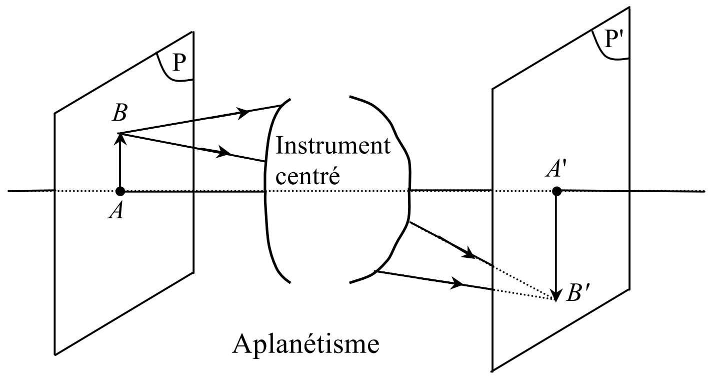
$$A \xmapsto{\text{IO}} A'$$

De plus, le principe du retour inverse de la lumière indique que si A' devient le point objet et qu'on renverse le sens de la lumière, alors tous les rayons paraxiaux se croiseront dans une petite zone autour de A.

1.4 Aplanétisme

Définition (aplanétisme)

Un instrument d'optique centré est dit ***aplanétique*** pour un point A de son axe s'il est stigmatique (au sens approché du terme) pour tous les points objets B voisins de A et situés dans le plan perpendiculaire à l'axe optique de l'instrument passant par A.



Lorsqu'un instrument centré est aplanétique, on montre que les images B' (au sens du stigmatisme approché) des points B sont toutes situées dans le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par le point A' qui est l'image de A.

Lorsqu'un instrument est aplanétique, il y a une correspondance entre n'importe quel point objet B en dehors de l'axe optique (pourvu que B soit suffisamment proche de cet axe pour que seuls des rayons paraxiaux entrent dans l'instrument) et son point image B' au sens du stigmatisme approché. On peut aussi noter cela mathématiquement :

$$B \xmapsto{\text{IO}} B'$$

2 LENTILLES MINCES

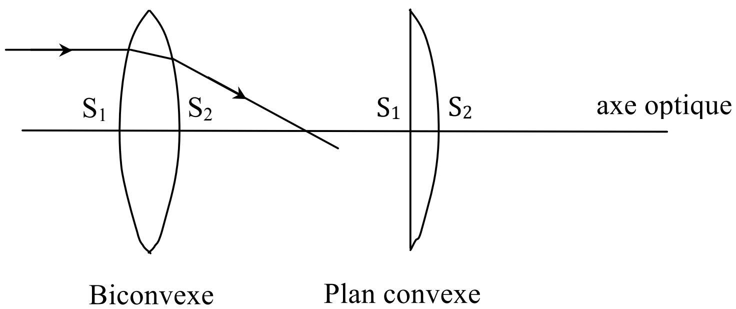
2.1 Définitions

Définition

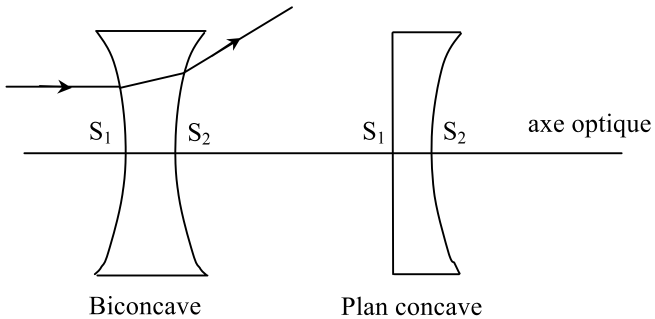
Une ***lentille*** est un bloc homogène de matériau transparent d'indice n délimité par deux dioptres sphériques ou par un dioptre sphérique et un dioptre plan.

Il s'agit donc d'un *instrument centré* dont nous admettrons le stigmatisme approché et l'aplanétisme au voisinage de son axe optique.

- Les lentilles plus épaisses au centre que sur les bords sont ***convergentes*** : elles transforment un rayon incident parallèle à l'axe optique en un rayon qui est rabattu vers cet axe.
- Au contraire, les lentilles plus épaisses sur les bords qu'au centre sont ***divergentes*** : un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en s'éloignant de cet axe.



Lentilles convergentes

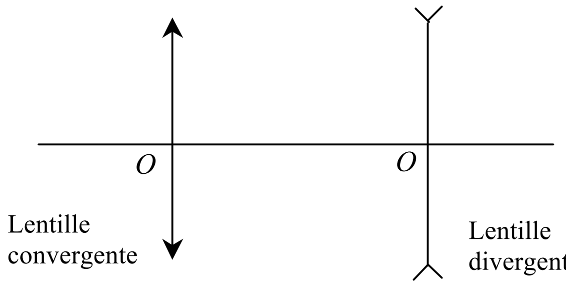


Lentilles divergentes

On note S_1 et S_2 les points situés à l'intersection de la surface de chacun des deux dioptres avec l'axe optique de la lentille (sommets). Une lentille est dite ***mince*** dans le cas où $S_1 \approx S_2$ (l'épaisseur de la lentille est alors très faible). Ces deux points étant pratiquement confondus, ils définissent un point unique O appelé ***centre optique*** de la lentille. On a donc :

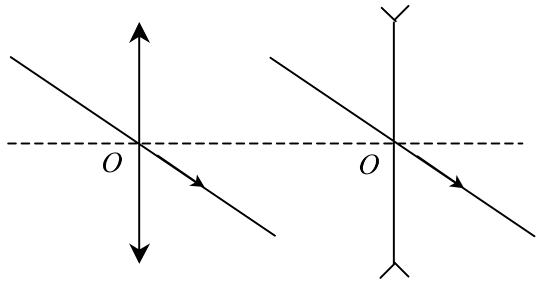
$$\boxed{S_1 \approx S_2 = O}$$

Symboles des lentilles minces convergentes et divergentes



Propriété fondamentale du centre optique (admise) :

Tout rayon lumineux passant par O n'est pas dévié par la lentille.



Un rayon passant par O n'est pas dévié

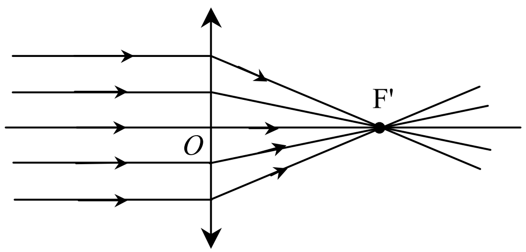
2.2 Foyers et construction des images

2.2.1 Foyers, distance focale image

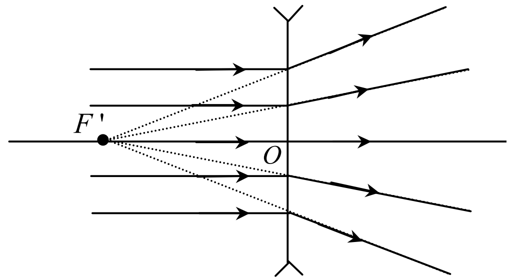
Une lentille convergente transforme un faisceau incident parallèle à l'axe optique en un faisceau convergent en un point F' de l'axe appelé *foyer image* de la lentille. La distance du centre optique au foyer image, comptée algébriquement dans le sens de propagation de la lumière, est la distance focale image f de la lentille. On a donc :

$$\boxed{f = \overline{OF'}}$$

$f > 0$ dans le cas d'une lentille convergente.

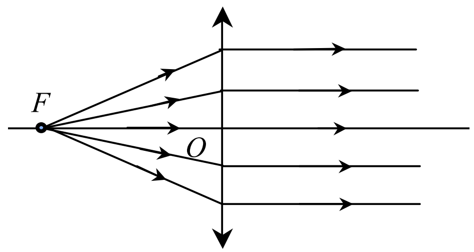


Au contraire, une lentille divergente transforme un faisceau incident parallèle à l'axe optique en un faisceau divergent, dont la prolongation coupe un point F' sur l'axe optique appelé aussi *foyer image* de la lentille divergente. La distance focale image f est toujours définie par $f' = \overline{OF'}$ mais $f < 0$ dans ce cas.

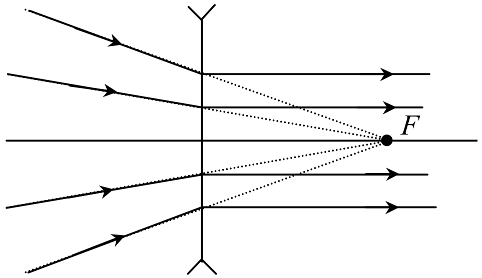


Pour toutes les lentilles minces (convergentes ou divergentes), le point F symétrique de F' par rapport au centre optique O est le ***foyer objet*** de la lentille. On admet la propriété :

Tout rayon lumineux qui passe par le point F est transformé par la lentille en un rayon parallèle à l'axe optique



Dans le cas d'une lentille convergente, les rayons passent réellement par le foyer objet. Au contraire, pour une lentille divergente, seuls les prolongements de ces rayons passent par F.



On peut reformuler ces propriétés géométriques de tracés de rayons lumineux en termes d'objet - image. En effet, un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique de la lentille provient d'un point objet A_∞ situé à l'infini sur l'axe optique. De même, un ensemble de rayons émergents de la lentille parallèlement à l'axe optique va "converger" vers une image A'_∞ située à l'infini sur l'axe optique (c'est en fait le cas limite d'un faisceau convergent vers un point A' qui tend vers l'infini).

- Le foyer image F' est l'image d'un point objet A_∞ situé à l'infini sur l'axe optique. F' est une *image réelle* dans le cas d'une lentille convergente ; F' est une *image virtuelle* dans le cas d'une lentille divergente.
- Le foyer objet F est le point objet dont l'image A'_∞ est située à l'infini sur l'axe optique. F est un *objet réel* dans le cas d'une lentille convergente ; F est un *objet virtuel* dans le cas d'une lentille divergente

La ***distance focale*** f de la lentille est donnée par :

$$\boxed{f = \overline{FO} = \overline{OF'}}$$

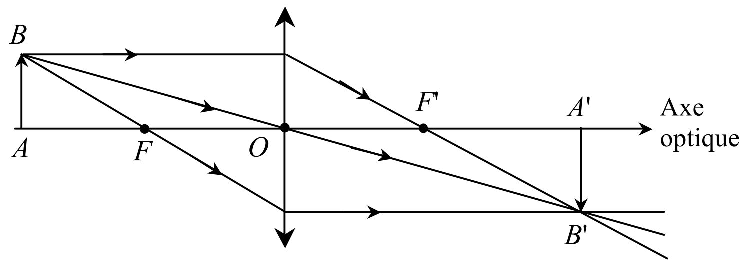
2.2.2 Construction des images

Une lentille mince est un instrument aplanétique : en conséquence, tout objet AB perpendiculaire à l'axe optique et tel que B reste au voisinage de cet axe, possède une image $A'B'$ perpendiculaire à l'axe optique.

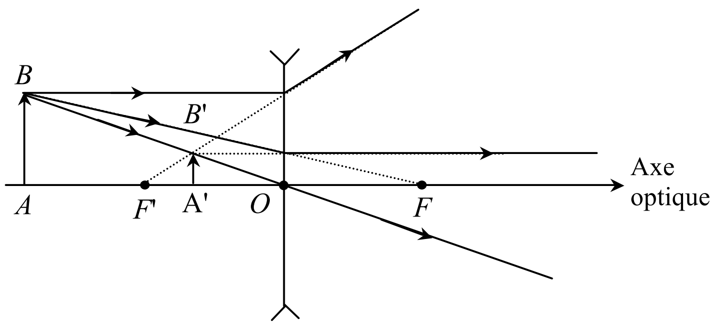
Pour construire l'image B' d'un point B en dehors de l'axe optique, on utilise deux des trois rayons issus de B décrits ci-dessous :

1. le rayon qui passe par le centre optique O : il n'est pas dévié par la lentille ;
2. le rayon qui est parallèle à l'axe optique et qui ressort en passant par le foyer principal image F' ;
3. le rayon qui passe par F et qui émerge de la lentille parallèle à l'axe optique.

Exemple 1 : objet réel placé avant le foyer objet F d'une lentille mince convergente. Le tracé permet de construire le point image B' et on en déduit A' : l'image est réelle et renversée.



Exemple 2 : objet réel placé avant le foyer image F' d'une lentille mince divergente : l'image est virtuelle et droite (seuls les prolongements des rayons émergents de la lentille passent par B').



2.2.3 Plans focaux

Définitions (Plans focaux)

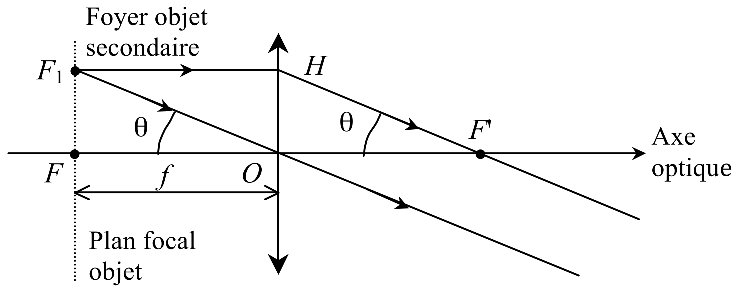
Les plans perpendiculaires à l'axe optique passant respectivement par le foyer objet F et par le foyer image F' s'appellent respectivement ***plan focal objet*** et ***plan focal image***.

- Un point F_1 du plan focal objet est appelé ***foyer objet secondaire***.
- Un point F_1' du plan focal image est appelé ***foyer image secondaire***.

Propriétés

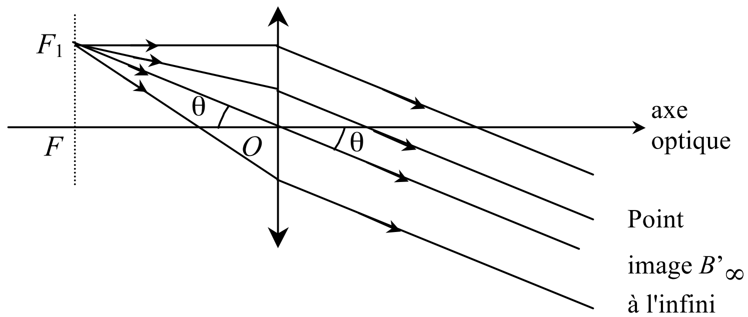
1. Un foyer objet secondaire F_1 possède un point image B'_∞ qui est situé à l'infini en dehors de l'axe optique de la lentille.

$$\boxed{F_1 \overset{L}{\mapsto} B'_\infty}$$



Comme $FF_1 = OH$ et que $FO = OF' = f$ (distance focale), on remarque que les deux rayons émergents de la lentille sont parallèles et font tous les deux un angle θ avec l'axe optique. Ces deux rayons "se coupent donc à l'infini". Comme on a supposé que la lentille était un instrument aplanétique, le point F_1 possède nécessairement une image qui est justement le "point de convergence" de ces rayons.

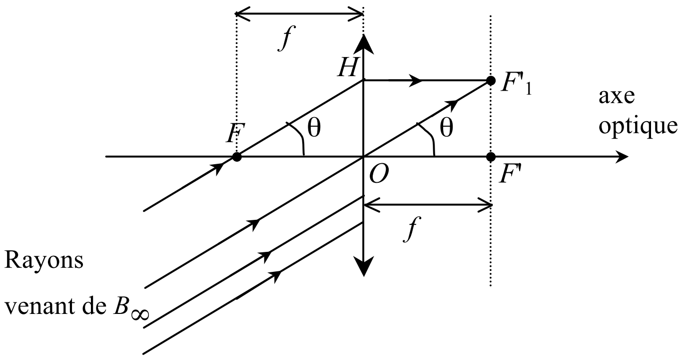
En résumé, le point image B'_∞ de F_1 est un point situé à l'infini, dans la direction du rayon issu de F_1 qui passe par O (rayon non dévié incliné d'un angle θ).



2. **Foyer image secondaire**. Un foyer image secondaire F'_1 est l'image d'un point objet B_∞ situé à l'infini en dehors de l'axe optique de la lentille.

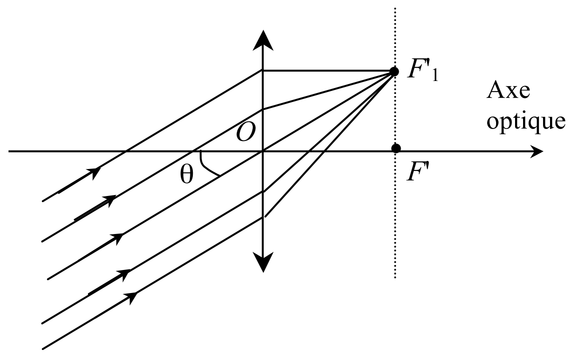
$$\boxed{B_\infty \overset{L}{\mapsto} F'_1}$$

On peut montrer cela en remarquant que les rayons lumineux issus de B_∞ qui arrivent sur la lentille sont tous parallèles entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique, avec un angle θ. Parmi ces rayons, on peut en isoler deux particuliers : celui qui passe par le centre optique O et celui qui passe par le foyer objet F.



Comme $FO = f$, ces deux rayons se croisent après leur traversée de la lentille en un point F'_1 situé à la distance f de la lentille, à la hauteur du point H : F'_1 est donc un foyer image secondaire. Comme la lentille est aplanétique, F'_1 est l'image de B_∞ et l'ensemble des rayons du faisceau incident vont se croiser en F'_1 après traversée de la lentille.

En résumé, un foyer image secondaire F'_1, image d'un point B_∞ situé à l'infini en dehors de l'axe optique se trouve à l'intersection du plan focal image et du rayon lumineux passant par le centre optique O (rayon non dévié).



.

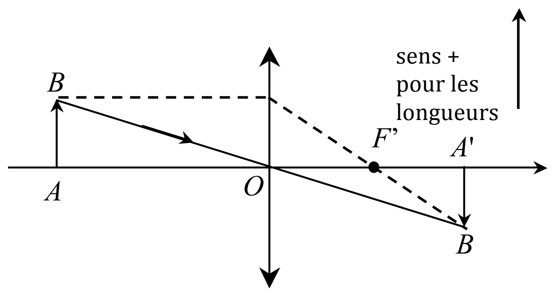
2.3 Formules de grandissement et relations de conjugaison

2.3.1 Grandissement

Considérons un objet AB perpendiculaire à l'axe optique et soit $A'B'$ son image par la lentille mince. Un sens positif ayant été choisi pour mesurer les longueurs perpendiculaires à l'axe optique, on définit le grandissement de la lentille par :

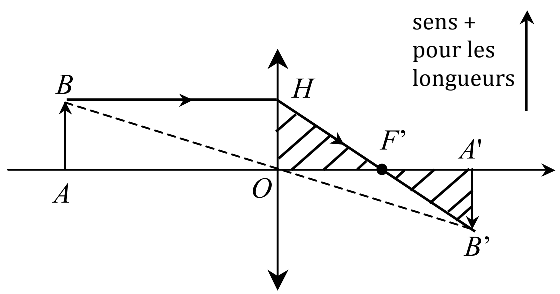
$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$$

En considérant certains rayons particuliers et en utilisant le théorème de Thales pour les triangles semblables, on peut donner plusieurs expressions équivalentes à γ. Faisons-le pour une lentille convergente (on obtient exactement les mêmes résultats pour une lentille divergente).



Les deux triangles AOB et $A'OB'$ sont semblables et opposés par leur sommet commun O. Le théorème de Thales donne :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$



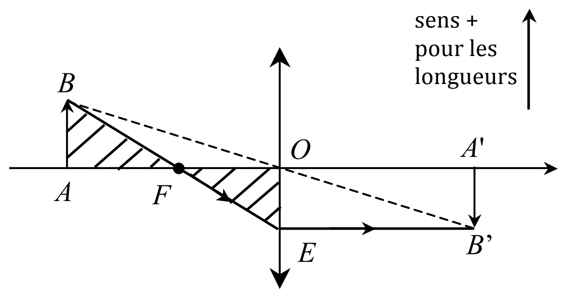
De même, les triangles OHF' et $F'A'B'$ sont semblables et opposés par leur sommet commun F', d'où (Thales) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

d'où :

$$\boxed{\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f}}$$

avec $f = \overline{OF'}$: distance focale de la lentille.



Enfin, les triangles ABF et FOE sont semblables et donc (toujours Thales) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

et donc :

$$\boxed{\gamma = \frac{f}{\overline{FA}}}$$

puisque $f = \overline{FO}$.

Remarque

On obtient exactement les mêmes expressions de γ pour une lentille divergente, sauf que $f < 0$.

2.3.2 Relations de conjugaison

Il y a deux relations de conjugaison à connaître : la ***relation de Newton*** et celle de ***Descartes***. Elles sont équivalentes et le choix de l'une ou l'autre est affaire de commodité dans les calculs. *Ces deux relations ne sont valables pour pour des points objet A et image A' sur l'axe optique de la lentille.*

a) Relation de Newton

En comparant les deux dernières expressions du grandissement, on déduit une relation entre le point A et son image A' sur l'axe :

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f} = \frac{f}{\overline{FA}}$$

d'où :

$$\boxed{\overline{FA}\;\overline{F'A'} = -\,f^2}$$ [1]

Cette relation de conjugaison porte aussi le nom de relation de conjugaison avec *origine double aux foyers*.

b) Relation de conjugaison de Descartes

On part de la relation de conjugaison de Newton et on transforme à l'aide de la relation de Chasles :

$$\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f + \overline{OA} \quad \text{et} \quad \overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'} = -f + \overline{OA'}$$

d'où :

$$(f + \overline{OA})(-f + \overline{OA'}) = -\,f^2$$

c'est à dire

$$-\,f^2 + f\,\overline{OA'} - f\,\overline{OA} + \overline{OA}\,\overline{OA'} = -\,f^2$$

En simplifiant un peu et en divisant cette égalité par le produit $-\,f\,\overline{OA}\,\overline{OA'}$, on obtient la relation cherchée :

$$\boxed{-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f}}$$ [2]

ce qui est la ***relation de conjugaison de Descartes***, encore appelée relation de conjugaison avec origine au centre optique O de la lentille.

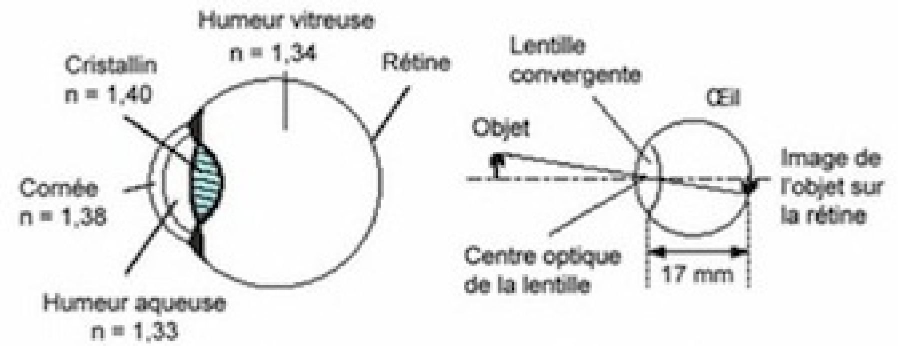
1. Cette relation est valable aussi bien pour une lentille convergente que pour une lentille divergente.
2. cf note 1. Relation de conjugaison valable pour tous les types de lentilles, convergente ou divergente.

3 NOTIONS SUR LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

3.1 Fonctionnement de l'oeil

L'oeil est un système optique complexe. Un rayon lumineux qui pénètre dans l'oeil traverse successivement la cornée, l'humeur aqueuse, le cristallin et l'humeur vitreuse pour, finalement, tomber sur la rétine. Tous ces milieux sont caractérisés par des indices de réfraction différents.

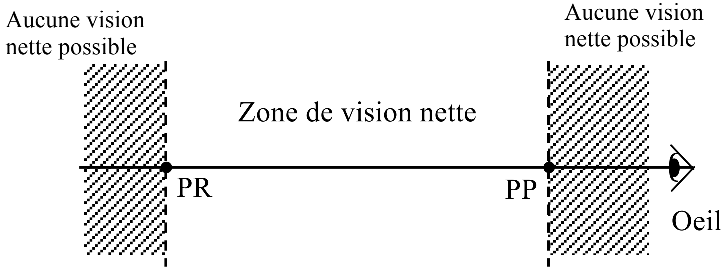
On peut cependant faire un *modèle simple* de l'oeil en le considérant comme formé par une seule lentille mince convergente donnant une image réelle sur un écran (la rétine) situé à 17 millimètres du centre optique.



Les muscles entourant le cristallin permettent de faire de l'oeil un système optique de ***distance focale variable***. De ce fait, la zone de vision nette est située entre deux points :

- Le *Punctum Remotum* (PR) définit la *distance maximale* de vision nette. Il est placé à la distance D_{max} de l'oeil. Ce point est vu nettement lorsque les muscles agissent au minimum : c'est le point qui est vu nettement lorsque l'oeil est au repos.

- Par action des muscles oculaires (et donc variation de la distance focale) l'être humain peut voir nettement des points situés de plus en plus près : on dit qu'il ***accommode***.
- Le *Punctum Proximum* (PP) définit la *distance minimale* de vision nette. Il est situé à la distance D_{min} de l'oeil. Ce point est vu nettement lorsque les muscles oculaires agissent au maximum, d'où une certaine fatigue lorsqu'on observe ce point longtemps. Aucun point plus proche que le (PP) ne peut être vu nettement, quels que soient les efforts d'accomodation.

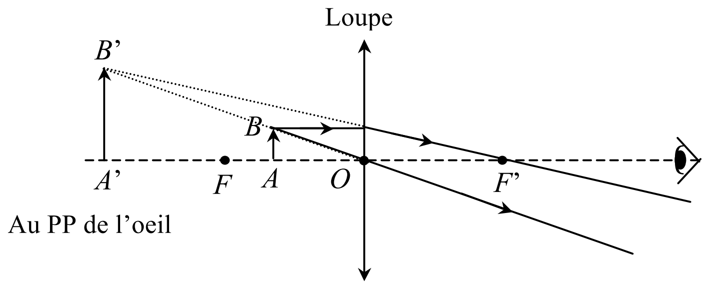


- Un oeil "normal", qu'on appelle aussi ***emmétrope***, permet une vision distincte entre $D_{max} \to +\infty$ et D_{min}. En moyenne, $D_{min} = 25$ cm.
- Pour un oeil myope, D_{max} reste finie.

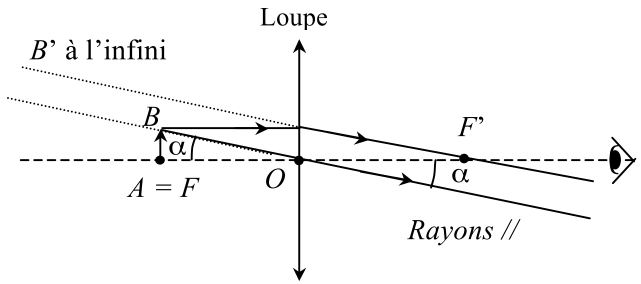
3.2 La loupe

Il s'agit d'un instrument d'optique permettant d'agrandir de petits objets proches de l'oeil.

Bien qu'une loupe réelle soit un peu plus complexe, on peut la modéliser par une seule lentille convergente (L) qui donne d'un objet AB orthogonal à l'axe optique une image $A'B'$ *virtuelle agrandie*, idéalement située au Punctum Remotum (PR) de l'oeil de l'utilisateur (pour des raisons de confort d'observation et d'absence de fatigue). Pour cela, il est nécessaire que AB soit situé entre le plan focal objet de (L) et le centre optique O.



Pour un oeil emmétrope, AB doit être dans le plan focal objet afin que son image, toujours virtuelle, soit rejetée à l'infini. Les rayons lumineux issus de B' émergent alors de la loupe en un faisceau de rayons parallèles entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique. Si α est l'angle d'inclinaison, on le retrouve au sommet du triangle AOB (le rayon passant par O n'étant pas dévié).



Cas d'un oeil emmétrope

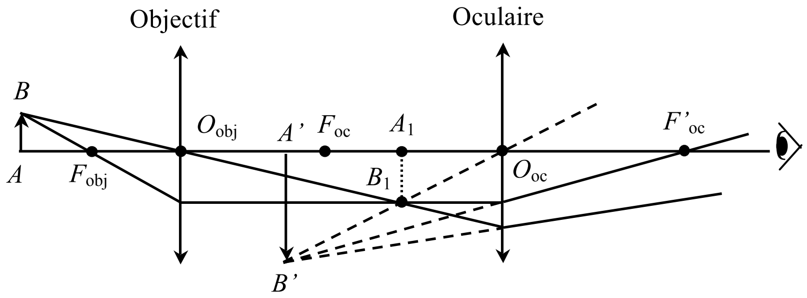
3.3 Le microscope

Une loupe est assez rapidement limitée pour agrandir de très petits objet de l'ordre du μm. Pour remédier à cela, on utilise un microscope formé d'un objectif et d'un oculaire, qui opère en deux étapes :

- L'objectif donne d'un petit objet AB orthogonal à l'axe optique une image réelle A_1B_1 agrandie. A_1B_1 est *l'image intermédiaire*.
- A_1B_1 sert d'objet pour l'oculaire qui est une loupe. Celui-ci en donne une image virtuelle agrandie $A'B'$ encore une fois idéalement située au Punctum Remotum de l'oeil de l'observateur.

Schéma de principe :

$$AB \overset{Obj}{\longmapsto} A_1B_1 \overset{Oc}{\longmapsto} A'B'$$



Dans le cas particulier d'un oeil emmétrope, il faut que $A'B'$ soit rejetée à l'infini : cela impose que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de l'oculaire, donc $A_1 = F_{oc}$.

3.4 La lunette astronomique

Une lunette astronomique est destinée à l'observation d'objets lointains. Comme le microscope, elle est formée d'un objectif (Obj) et d'un oculaire (Oc) :

- L'objectif donne d'un objet lointain AB, perpendiculaire à l'axe optique, une image réelle A_1B_1.
- L'oculaire sert encore une fois de loupe et donne de A_1B_1 une image virtuelle agrandie $A'B'$ située au PR de l'oeil.

En première approximation on peut modéliser (Obj) et (Oc) par deux *lentilles minces*. L'objectif est toujours une lentille mince convergente mais l'oculaire peut être soit une lentille convergente (cas de la lunette de Newton), soit une lentille divergente (cas de la lunette de Galilée).

Notons f_{obj} et f_{oc} les distances focales images de (Obj) et (Oc) et $x'x$ l'axe optique.

- Si D est la distance entre AB et l'objectif, le fonctionnement normal de la lunette impose $D >> f_{obj}$: on peut donc considérer que l'objet est à l'infini et que son image A_1B_1 est située dans le *plan focal image* de (Obj), d'où $A_1 = F'_{obj}$ avec F'_{obj} foyer image de l'objectif.
- Les rayons issus de A forment un faisceau parallèle // à $x'x$. Ceux issus de B forment un faisceau de rayons parallèles inclinés par rapport à $x'x$ et formant un angle α avec celui-ci : B_1 est situé à l'intersection du plan focal image de (Obj) et du rayon particulier passant par le centre optique O_{obj} (rayon non dévié).

- Pour que $A'B'$ soit virtuelle il est nécessaire que A_1B_1 soit située entre le foyer objet F_{oc} et le centre optique O_{oc} de l'oculaire.

Dans le cas particulier d'un oeil emmétrope, $A'B'$ est "rejetée" à l'infini, ce qui impose que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de (Oc). On aura donc le schéma de fonctionnement ci-dessous :

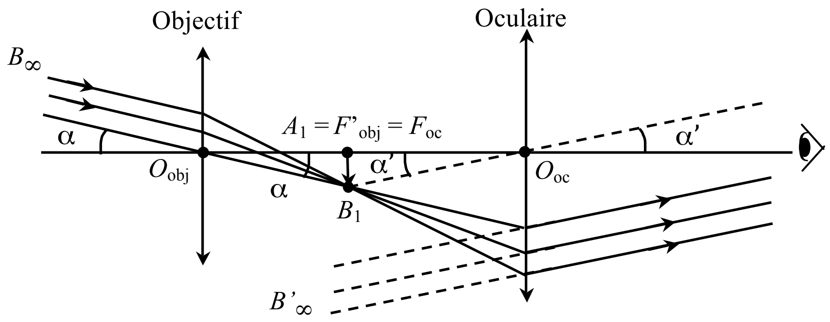
$$\left\{ \begin{array}{c} A_\infty \\ B_\infty \end{array} \right\} \overset{(Obj)}{\longmapsto} \left\{ \begin{array}{c} A_1 = F'_{obj} = F_{oc} \\ B_1 \end{array} \right\} \overset{(Oc)}{\longmapsto} \left\{ \begin{array}{c} A'_\infty \\ B'_\infty \end{array} \right\}$$

ce qui impose :

$$\boxed{F'_{obj} = F_{oc}}$$

Conclusion

Le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire. Tout faisceau de rayons parrallèles entrant dans la lunette en ressort en formant un faisceau de rayons parallèles : on dit que la lunette est réglée en ***instrument afocal***.



Lunette astronomique réglée en afocal

Soient α et α' les angles des faisceaux incidents et émergents de la lunette. On définit le ***grandissement angulaire*** par :

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha}}$$

En raisonnant dans les triangles rectangles $O_{obj}A_1B_1$ et $O_{oc}A_1B_1$, on peut écrire :

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_{obj}F'_{obj}} \quad \text{et} \quad \tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{F_{oc}O_{oc}}$$

Comme les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss, les angles sont petits : $\tan\alpha \approx \alpha$ et $\tan\alpha' \approx \alpha'$. D'autre part, en notant que $O_{obj}F'_{obj} = f_{obj}$ et que $F_{oc}O_{oc} = f_{oc}$ (distances focales), on obtient la formule classique :

$$\boxed{G = \frac{f_{obj}}{f_{oc}}}$$