Mathématiques
Année 2024-2025

Lycée Pothier - MP1
F. Blache

Programme de colles n° 19 : colles du 24/2 au 28/2

Analyse : variables aléatoires discrètes

— Loi d'une variable aléatoire discrète.
— Couple de variables aléatoires discrètes, loi conjointe, loi marginale.
— Indépendance, suite de variables aléatoires indépendantes.
— Lois usuelles (rappels de première année) : loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli de paramètre p, loi binomiale de paramètres n et p.
— Lois usuelles (programme de seconde année) : loi géométrique, loi de Poisson.
— Approximation de la loi binomiale par une loi de Poisson pour $n \cdot p \approx \lambda$.
— Espérance. Notation $X \in L^1$ pour une variable aléatoire X d'espérance finie.
— Variance. Notation $X \in L^2$ pour une variable aléatoire X telle que X^2 est d'espérance finie.
— Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.
— Loi faible des grands nombres.

Prévisions pour la semaine 20 : probabilités (suite et fin, avec covariance et fonctions génératrices).

Questions de cours spécifiques (les démonstrations doivent être connues, sauf mention contraire) :

- Propriété d'absence de mémoire de la loi géométrique : définition et démonstration.
- Si $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $Y \sim \mathcal{P}(\mu)$ sont deux variables aléatoires indépendantes, alors $X+Y \sim \mathcal{P}(\lambda+\mu)$.
- Approximation de la loi de Poisson par une loi binomiale pour $n \cdot p_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \lambda > 0$.
- Espérances des lois de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson.
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.
- Loi faible des grands nombres, et application au calcul d'une majoration de la probabilité qu'on obtienne moins de 400 piles ou plus de 600 piles dans une suite de 1000 lancers équilibrés et indépendants de pile ou face.