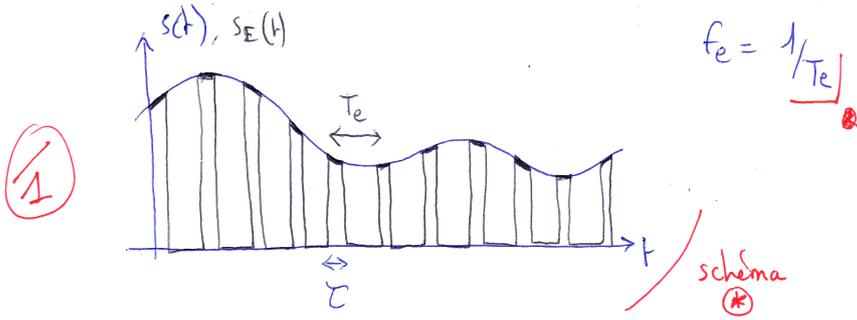


Correction - Interrogation de cours n°2

10

1 Traitement numérique du signal

• Faire un schéma permettant d'illustrer l'échantillonnage d'un signal analogique $s(t)$ avec un échantillonneur bloqueur. On fera apparaître sur le schéma le signal $s(t)$ d'une couleur, et le signal échantillonné $s_E(t)$ d'une autre couleur. On fera figurer également la période d'échantillonnage T_e , la fréquence d'échantillonnage f_e , et le temps τ pendant lequel le convertisseur analogique-numérique stocke une information sous forme binaire.



• Démontrer le fait qu'il existe une duplication du spectre autour des multiples de la fréquence d'échantillonnage dans le cas d'un signal $s(t)$ sinusoïdal.

15

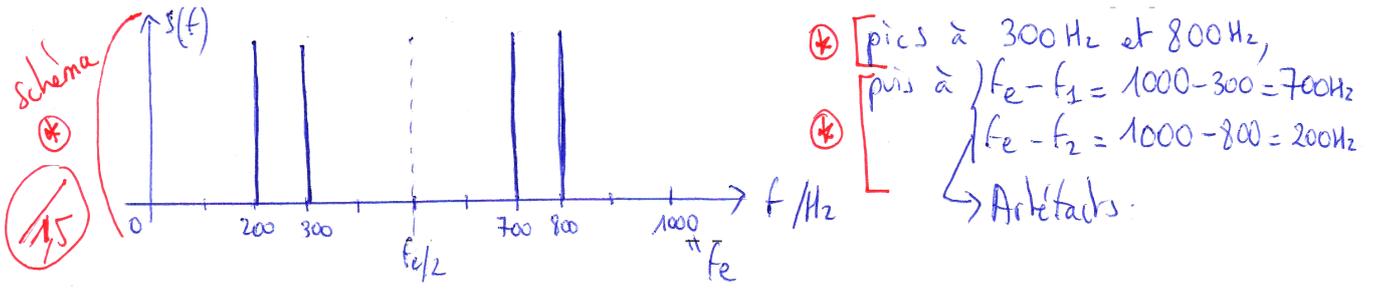
Si $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$, comme $s_E(t) = s(t) \times p(t)$ de période T_e .
 avec $p(t)$ un peigne de fréquence périodique, donc décomposable en série de Fourier sous la forme : $p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n f_e t + \varphi_n)$ *

calcul } donc $s_E(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n f_e t + \varphi_n) \right]$

* $s_E(t) = A a_0 \cos(2\pi f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A c_n}{2} \left[\cos(2\pi(n f_e + f_0)t + \varphi_n) + \cos(2\pi(n f_e - f_0)t + \varphi_n) \right]$

"signal" valeurs des fq * duplication du signal aux fréquences $|f_0 + n f_e|$ et $|f_0 - n f_e|$

• Exemple : on échantillonne un signal $s(t) = A \cos(2\pi f_1 t) + B \cos(2\pi f_2 t)$ avec $A = B = 1 V$, $f_1 = 300 Hz$ et $f_2 = 800 Hz$. Représenter le spectre obtenu avec un analyseur de spectre fonctionnant par FFT avec $f_e = 1000 Hz$, sur la plage $[0, f_e]$ uniquement, sans chercher à déterminer l'amplitude de chaque pic.



- Qu'appelle-t-on la résolution spectrale dans le spectre du signal échantillonné (phrase attendue) ? On donnera la formule qui la lie aux grandeurs caractéristiques de l'échantillonnage.

Résolution spectrale = intervalle minimal entre 2 valeurs de f (*)

1/2

$$\Delta f_{\min} = \frac{f_e}{N} = \frac{1}{NT_e} = \frac{1}{\Delta T_{\text{tot}}}$$

fréquence

- Énoncer le critère de Shannon lors de l'échantillonnage d'un signal analogique. Exemple : on veut échantillonner un signal de fréquence $f_0 = 1 \text{ kHz}$, quelle valeur minimale de f_e faut-il prendre ?

Critère de Shannon : $f_e > 2 f_{0,\text{max}}$ (*)

1,5 si $f_0 = 1 \text{ kHz}$, il faut $f_e > 2 \text{ kHz}$. (*)

- On veut réaliser le filtrage passe-haut d'un signal numérique $x(t) = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$. Donner une relation de récurrence permettant de programmer ce filtrage. Le signal de sortie sera noté $y(t) = \{y_0, y_1, \dots, y_{N-1}\}$.

Pour un passe haut du premier ordre : $H = \frac{Kj\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{s(\omega)}{e(\omega)}$ $\rightarrow = 1$ après (*)

$\Rightarrow j\frac{\omega}{\omega_c} e(\omega) = (1+j\frac{\omega}{\omega_c}) s(\omega) \Rightarrow \frac{1}{\omega_c} \frac{de}{dt} = s(t) + \frac{1}{\omega_c} \frac{ds}{dt}$ (*)

passage en réel

1/2, 1/5

① $\frac{1}{\omega_c} \frac{e_n - e_{n-1}}{T_e} = s_n + \frac{1}{\omega_c} \frac{s_n - s_{n-1}}{T_e}$ (*)

passage en numérique avec $f_e = 1/T_e$

$\Rightarrow e_n - e_{n-1} = s_n(\omega_c T_e + 1) - s_{n-1}$

$\Rightarrow s_n = \frac{s_{n-1}}{1 + \omega_c T_e} + \frac{e_n - e_{n-1}}{1 + \omega_c T_e}$ (*) + donnée de s_0 (*)

Autre possibilité :

② $\frac{1}{\omega_c} \frac{e_{n+1} - e_n}{T_e} = s_n + \frac{1}{\omega_c} \frac{s_{n+1} - s_n}{T_e}$

$\Rightarrow e_{n+1} - e_n = s_{n+1} + s_n(\omega_c T_e - 1)$

$\Rightarrow s_{n+1} = s_n(1 - \omega_c T_e) + e_{n+1} - e_n$ + donnée de s_0