

# Dynamique en référentiel non galiléen

## Table des matières

<b>I Changement de référentiel et lois de composition</b>	<b>1</b>
I.1 Mouvement relatif de deux référentiels . . . . .	1
I.2 Description du mouvement d'un point dans $\mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}'$ . . . . .	3
I.3 Notion de point coïncident et de vitesse et accélération d'entraînement . . . . .	4
I.4 Formule de dérivation vectorielle . . . . .	5
I.5 Lois de composition des mouvements avec $\mathcal{R}'$ en translation par rapport à $\mathcal{R}$ . . . . .	5
I.6 Lois de composition des mouvements avec $\mathcal{R}'$ en rotation uniforme par rapport à $\mathcal{R}$ . . . . .	8
I.7 Synthèse . . . . .	10
<b>II Référentiels galiléens et non galiléens</b>	<b>11</b>
II.1 Non-équivalence dynamique des référentiels - référentiels galiléens . . . . .	11
II.2 Principe de relativité galiléenne . . . . .	12
II.3 Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel quelconque . . . . .	13
II.4 Expression des forces d'inertie . . . . .	14
II.5 Lois de la dynamique dans un référentiel quelconque . . . . .	19
<b>III Caractère galiléen approché de quelques référentiels</b>	<b>20</b>
III.1 Rappel des principaux référentiels . . . . .	20
III.2 Galiléen ou non ? . . . . .	20
<b>IV Manifestations du caractère non-galiléen du référentiel terrestre</b>	<b>21</b>
IV.1 Les effets centrifuges dans le référentiel terrestre . . . . .	21
IV.2 Les effets de la force de Coriolis dans le référentiel terrestre . . . . .	22

## Introduction

Nous savons que la vitesse et l'accélération d'un point sont des notions relatives car elles dépendent du référentiel d'étude. Ainsi, deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre, pour lesquels on peut définir deux référentiels distincts, ne perçoivent pas de la même façon les déplacements des objets qui les environnent. Un changement de référentiel s'accompagne donc d'une modification des vecteurs vitesse et accélération. Nous nous intéresserons donc dans une première partie aux formules permettant de passer d'un référentiel à l'autre.

Jusqu'à présent, nous avons étudié les lois de la mécanique dans des référentiels considérés comme galiléens. Néanmoins, il peut être parfois nécessaire, ou même également plus simple, de décrire un mouvement dans un référentiel non galiléen. L'objet de la seconde partie est d'apprendre à utiliser les lois de la mécanique en référentiel non galiléen.

Nous verrons enfin dans quels cas les référentiels usuels peuvent être considérés comme galiléens et nous indiquerons quelques phénomènes mettant en évidence le caractère non galiléen du référentiel terrestre.

## I Changement de référentiel et lois de composition

### I.1 Mouvement relatif de deux référentiels

#### Définition

On rappelle que l'ensemble des points fixes pour un observateur donné constitue son référentiel. Un référentiel est donc un solide.

*Exemple* : montrer le référentiel lié au sol et celui lié au canon dans les animations, puis le cas du manège pour enfants.

• **Référentiel absolu - Référentiel relatif**

Envisageons le cas de deux observateurs en mouvement relatif, l'un définissant le **référentiel absolu**<sup>1</sup>  $\mathcal{R}$  et l'autre le **référentiel relatif**  $\mathcal{R}'$ . On associe aux référentiels les repères d'espace<sup>2</sup> suivants  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et  $(O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$  munis d'horloges identiques<sup>3</sup>.

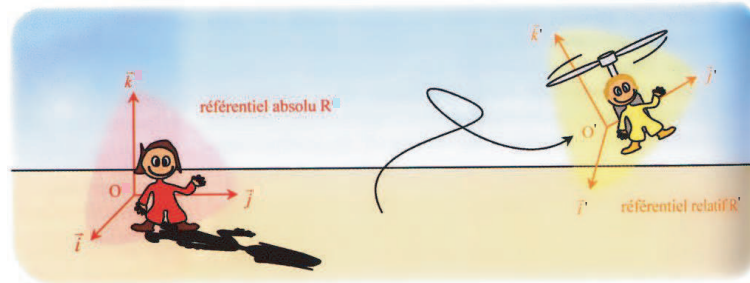


FIGURE 1 – *Mouvement relatif de deux observateurs et de leur référentiel respectif.*

Repère  $\neq$  Référentiel  
syst. de coord. solide de référence

Intéressons nous maintenant au mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Ce mouvement peut toujours être décomposé en<sup>4</sup> :

- une **translation** de son origine  $O'$
- une **rotation** de son trièdre

•  **$\mathcal{R}'$  en translation par rapport à  $\mathcal{R}$**

Le référentiel relatif est en translation par rapport au référentiel absolu lorsque son origine  $O'$  est mobile dans  $\mathcal{R}$ , mais que l'**orientation du trièdre mobile ne varie pas dans le temps**.

*Exemples* : déplacement d'un train par rapport au sol, déplacement de la nacelle d'une grande roue.

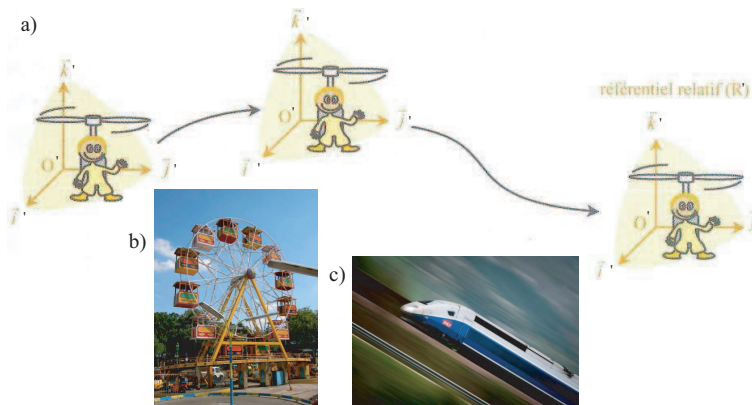


FIGURE 2 – *Exemples de mouvements de translation : a) translation quelconque, b) translation circulaire, et c) translation rectiligne.*

1. La distinction entre référentiel absolu et relatif est pour l'instant arbitraire puisqu'on rappelle que tous les référentiels sont équivalents d'un point de vue cinématique.  
 2. On pourra choisir le système de coordonnées le plus adapté au mouvement : cartésien, cylindrique ou sphérique (voir fiche analyse vectorielle). On notera qu'il n'existe pas qu'un seul repère lié à un référentiel ; exemple des angles de la salle.  
 3. Nous reviendrons sur cette notion lorsque nous évoquerons la relativité restreinte.  
 4. Afin de décrire le cas général, il faudrait considérer une translation combinée à trois rotations (angles d'Euler).

Le mouvement du point  $O'$  par rapport à  $O$  correspond également à celui du référentiel  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Ainsi :

$$\vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \vec{v}(O')_{/\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{OO'}}{dt} \right|_{/\mathcal{R}}$$

*Remarque* : Lorsque ce vecteur est constant dans le temps, on parle alors de **translation rectiligne uniforme**.

•  $\mathcal{R}'$  en rotation uniforme par rapport à un axe fixe de  $\mathcal{R}$

Considérons maintenant le cas d'une rotation du référentiel  $\mathcal{R}'$  par rapport à un axe  $\Delta$  appelé **axe de rotation**, fixe dans le référentiel  $\mathcal{R}$ .

Pour simplifier le problème, on peut choisir d'orienter les axes des repères  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  tels que  $\Delta = Oz = O'z'$  et  $O = O'$ .

Dans ce cas la rotation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  est caractérisée par le **vecteur rotation**  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \dot{\theta} \vec{u}_z$ . Pour une **rotation uniforme**, on a en plus  $\dot{\theta} = cte = \Omega_0$  et donc :

$$\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \Omega_0 \vec{u}_z$$

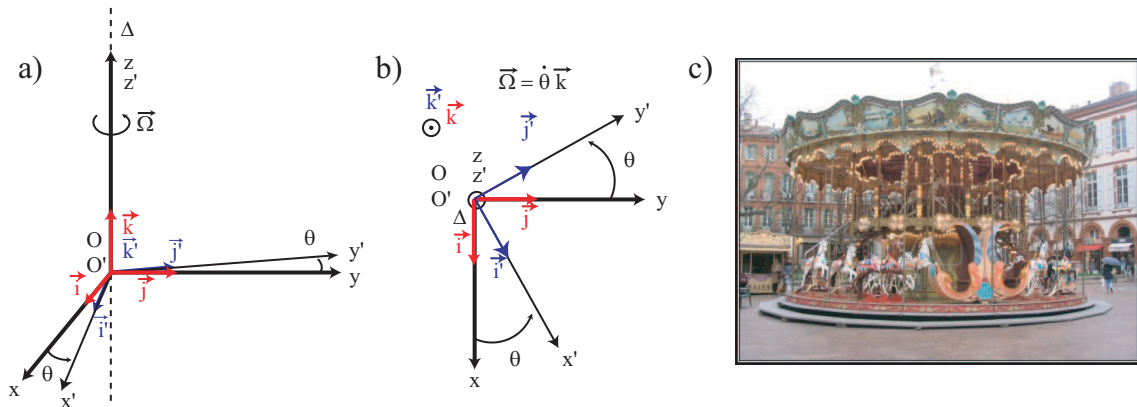


FIGURE 3 – Mouvement de rotation du référentiel  $\mathcal{R}'$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  autour d'un axe fixe. L'axe  $Oz$  est pris comme axe de rotation. a) Représentation à 3 dimensions, b) vue du dessus. c) Un exemple de mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe : le manège.

I.2 Description du mouvement d'un point dans  $\mathcal{R}$  ou  $\mathcal{R}'$

Référentiel	Position	Vitesse	Accélération
$\mathcal{R}$	$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	$\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}} = \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}}$	$\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}} = \left( \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \right)_{/\mathcal{R}}$
$\mathcal{R}'$	$\vec{O'M} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$	$\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}'} = \left( \frac{d\vec{O'M}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}'}$	$\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'} = \left( \frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2} \right)_{/\mathcal{R}'}$

Examinons maintenant comment passer d'une description à l'autre, c'est à dire connaissant le mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  et celui de  $\mathcal{R}$  par rapport à  $\mathcal{R}'$ , comment en déduire le mouvement du point  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$ , ou l'inverse.

Comme précédemment, afin de dégager plus facilement les grandes propriétés caractérisant les changements de référentiel, nous nous concentrerons sur les cas particuliers suivants :

- translation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  : connaissant le mouvement d'une personne dans un train (position, vitesse, accélération dans  $\mathcal{R}'$ ), comment exprime t-on le mouvement par rapport au sol (position, vitesse, accélération dans  $\mathcal{R}$ ) ?
- rotation uniforme de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  : connaissant le mouvement d'une personne dans un manège (position, vitesse, accélération dans  $\mathcal{R}'$ ), comment exprime t-on le mouvement par rapport au sol (position, vitesse, accélération dans  $\mathcal{R}$ ) ?

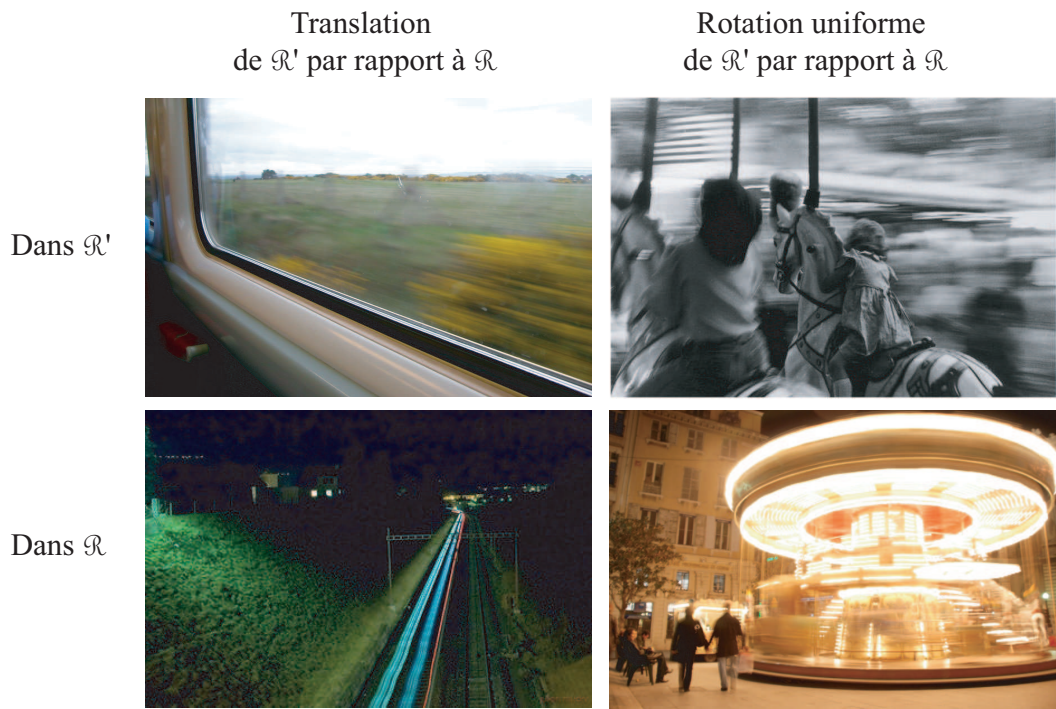


FIGURE 4 – Illustration du changement de référentiel dans deux cas précis : translation et rotation uniforme d'un référentiel par rapport à l'autre. Les lignes visualisées sur les photos marquent la trajectoire d'un point fixe dans un référentiel, vu depuis l'autre référentiel.

### I.3 Notion de point coïncident et de vitesse et accélération d'entraînement

#### Définition

Lorsque l'objet  $M$  étudié est mobile dans le référentiel  $\mathcal{R}'$ , nous allons voir qu'il est utile de définir le **point coïncident**  $M_c$ , qui correspond au point confondu géométriquement avec le point  $M$  à l'instant  $t$  mais qui est fixe par rapport à  $\mathcal{R}$ .

On définit alors la **vitesse d'entraînement** et l'**accélération d'entraînement** du point  $M$  respectivement comme la vitesse et l'accélération du point coïncident  $M_c$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  :

$$\begin{aligned} \text{vitesse d'entraînement} & \quad \vec{v}_e(M) = \vec{v}(M_c)_{/\mathcal{R}} \\ \text{accélération d'entraînement} & \quad \vec{a}_e(M) = \vec{a}(M_c)_{/\mathcal{R}} \end{aligned}$$

Exemple : pour une personne marchant dans un train ou un manège, le point coïncident correspond ainsi au point du sol du train ou du manège qui s'identifie avec les pieds de la personne. Ce point est donc fixe dans le référentiel du train ou du manège mais change à tout instant.

### I.4 Formule de dérivation vectorielle

On admettra<sup>5</sup> la formule générale de changement de référentiel pour une dérivation d'un vecteur  $\vec{U}$  quelconque :



**Formule de dérivation vectorielle**

On peut vérifier sa validité sur un exemple simple, avec  $\vec{U} = \vec{u}_r$  (vecteur de la base mobile lié à  $\mathcal{R}'$ ) :

On retrouve bien le résultat classique.

On peut également montrer que cette relation permet de retrouver celle de Varignon<sup>6</sup>, souvent utile en SI :

La relation entre les vitesses dans un référentiel  $\mathcal{R}$  de deux points quelconques  $M_1$  et  $M_2$  d'un solide  $\mathcal{S}$  attaché à  $\mathcal{R}'$  à un instant donné est :

$$\vec{v}(M_1)_{/\mathcal{R}} = \vec{v}(M_2)_{/\mathcal{R}} + \overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \quad \text{Relation de Varignon}$$

où  $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$  est le vecteur rotation instantanée du solide  $\mathcal{S}$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$ .

**Démo :**

Soient  $M_1$  et  $M_2 \in \mathcal{S} \equiv \mathcal{R}'$ . On a :  $\overrightarrow{M_1M_2} = \vec{C}^{i\acute{e}}$  dans  $\mathcal{R}' \Rightarrow \left(\frac{d\overrightarrow{M_1M_2}}{dt}\right)_{\mathcal{R}'} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{M_1M_2}}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = \underbrace{\left(\frac{d\overrightarrow{M_1M_2}}{dt}\right)_{\mathcal{R}'}}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) \wedge \overrightarrow{M_1M_2}$$

Or  $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_1O} + \overrightarrow{OM_2}$  donc  $\left(\frac{d\overrightarrow{OM_2}}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM_1}}{dt}\right)_{\mathcal{R}} + \vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) \wedge \overrightarrow{M_1M_2}$

$$\Rightarrow \vec{v}(M_2 \in \mathcal{S}/\mathcal{R}) = \vec{v}(M_1 \in \mathcal{S}/\mathcal{R}) + \vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) \wedge \overrightarrow{M_1M_2}$$

### I.5 Lois de composition des mouvements avec $\mathcal{R}'$ en translation par rapport à $\mathcal{R}$

#### a) Composition des positions

Les deux vecteurs positions sont liés à chaque instant par :

On peut en déduire facilement la position dans  $\mathcal{R}$  connaissant le mouvement du point  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  si on connaît par ailleurs le mouvement relatif des deux référentiels.

En dérivant cette expression par rapport au temps dans le référentiel absolu, nous allons pouvoir établir une relation entre les vitesses et les accélérations dans chaque référentiel.

5. La démonstration générale ne présente aucune difficulté mais est très pénible.

6. Moyen mnémotechnique : "BABAR" où R est la résultante.

**b) Composition des vitesses**

On cherche la relation entre  $\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}}$  et  $\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}'}$

- $\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}} =$

**Propriété**

Lorsque  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation par rapport à  $\mathcal{R}$  :

$$\underbrace{\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}}}_{\text{vitesse absolue } \vec{v}_a} = \underbrace{\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}'}}_{\text{vitesse relative } \vec{v}_r} + \underbrace{\vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}}_{\text{vitesse d'entraînement } \vec{v}_e}$$

*Exemple* : Reprenons l'exemple d'un homme qui marche dans le train. Sa vitesse vue depuis le sol correspond à sa vitesse dans le train additionnée à la vitesse du train par rapport au sol :

$$\underbrace{\vec{v}_{\text{homme/sol}}}_{\text{vitesse absolue}} = \underbrace{\vec{v}_{\text{homme/train}}}_{\text{vitesse relative}} + \underbrace{\vec{v}_{\text{train/sol}}}_{\text{vitesse d'entraînement}}$$

Notons que cette relation est valable que l'homme se déplace ou non dans le sens de la marche du train. Une vérification expérimentale simple de ce phénomène est de tirer un projectile vers l'arrière d'une voiture exactement à la vitesse de déplacement du véhicule<sup>8</sup> ; le projectile tombe sur le sol sans vitesse !

7.

8. cf vidéo "Mythbusters"

### c) Composition des accélérations

On cherche maintenant la relation entre  $\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}}$  et  $\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'}$

En utilisant la formule de dérivation vectorielle, on obtient, sachant que les deux référentiels ne sont pas en rotation l'un par rapport à l'autre :

$$\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}} =$$

### Propriété

Lorsque  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation par rapport à  $\mathcal{R}$  :

$$\underbrace{\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}}}_{\text{accélération absolue } \vec{a}_a} = \underbrace{\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'}}_{\text{accélération relative } \vec{a}_r} + \underbrace{\vec{a}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}}_{\text{acc. d'entraînement } \vec{a}_e}$$

### d) Cas particulier de la translation rectiligne uniforme (transformation de Galilée)

Si  $\mathcal{R}'$  est en translation rectiligne uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$  alors  $\vec{v}(O')_{/\mathcal{R}} = \vec{v}_e = c\vec{t}_e = \vec{V}$  et  $\vec{a}(O')_{/\mathcal{R}} = \vec{a}_e = \vec{0}$ .

Les lois de compositions s'écrivent alors :  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{V} \\ \vec{a}_a = \vec{a}_r \end{array} \right.$  **Transformation de Galilée**

### Remarque

Ces relations sont incompatibles avec le principe de relativité<sup>a</sup> posé par Einstein. Ce principe non intuitif stipule que "la célérité de la lumière dans le vide est indépendante du référentiel d'étude". En effet, supposons qu'un flash lumineux soit émis par une lampe vers l'avant d'un train roulant à  $V = 300\text{km.h}^{-1}$ . Dans le train, la lumière se propagerait à la vitesse  $c$ , et à la vitesse  $c + V > c$  par rapport au sol...

Les relations classiques de composition des vitesses ne restent valable que si la notion de **temps absolu** est valable, c'est à dire si le temps s'écoule de façon identique dans les deux référentiels. Dans le cadre de la **cinématique relativiste**, Einstein a montré que la transformation de Galilée était remplacée par la **transformation de Lorentz**, qui fait apparaître le terme

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}$$

dans les équations, et qui tend vers l'unité lorsque la vitesse  $v_e$  d'entraînement entre les deux référentiels est très petite devant la célérité de la lumière dans le vide  $c$ .

<sup>a</sup>. Nous reparlerons de ce principe et de sa "preuve expérimentale" apportée par Michelson grâce à son interféromètre dans le chapitre correspondant.



Remarque

On notera que la relativité restreinte, qui sort du cadre du programme de MP, mais déjà évoquée brièvement en TS, conduit à des résultats surprenants comme le fait que la longueur et le temps dépendent du référentiel d'étude : ces résultats conduisent à des paradoxes bien connus comme le paradoxe des jumeaux ou le fait qu'une voiture de 4m dans son référentiel propre puisse rentrer dans un garage de 2m de long. Ces phénomènes font intervenir le facteur correctif  $\gamma$  et ne sont donc significatifs que si la vitesse relative entre les deux référentiels est proche de la vitesse de la lumière (ici  $v_{voiture} \simeq 0.9 \times c \dots$ ).

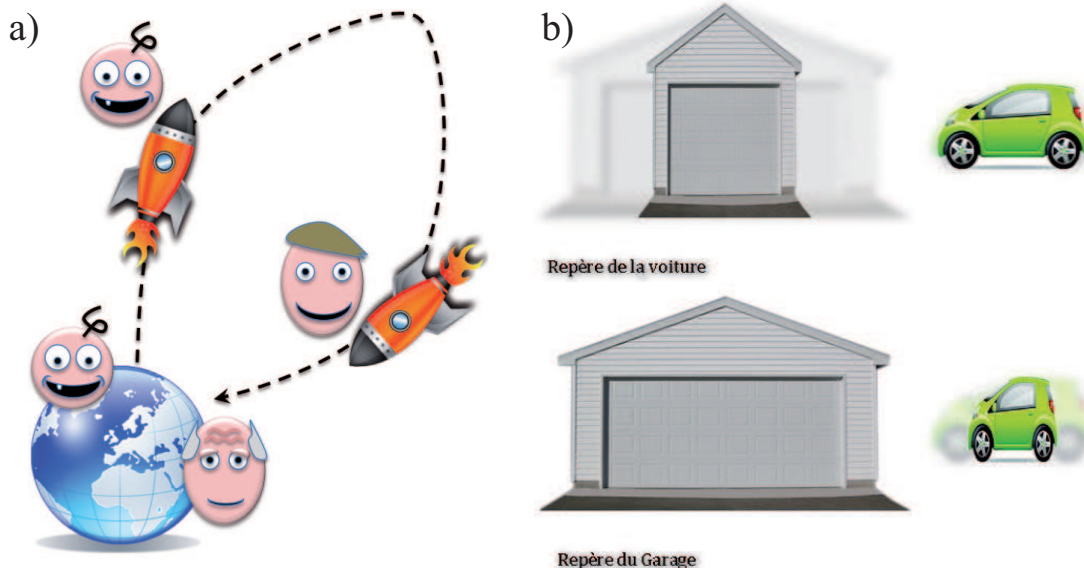


FIGURE 5 – Illustration de la dilatation des durées et de la contraction des longueurs. a) Paradoxe des jumeaux : celui qui reste sur Terre est plus vieux au retour de son frère. b) la longueur d'un objet dépend du référentiel !

**I.6 Lois de composition des mouvements avec  $\mathcal{R}'$  en rotation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$**

Reprenons les notations introduites précédemment pour une rotation. Le référentiel  $\mathcal{R}'$  de repère  $(O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$  tourne autour de l'axe  $Oz$ , noté  $\Delta$  du référentiel  $\mathcal{R}$  de repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On choisit  $O' = O$ ,  $\vec{k}' = \vec{k}$  et on pose  $\theta = (\vec{i}, \vec{i}') = (\vec{j}, \vec{j}')$ . On posera  $\dot{\theta} \vec{k} = \vec{\Omega}_0$  pour une rotation uniforme autour de  $\Delta$ .

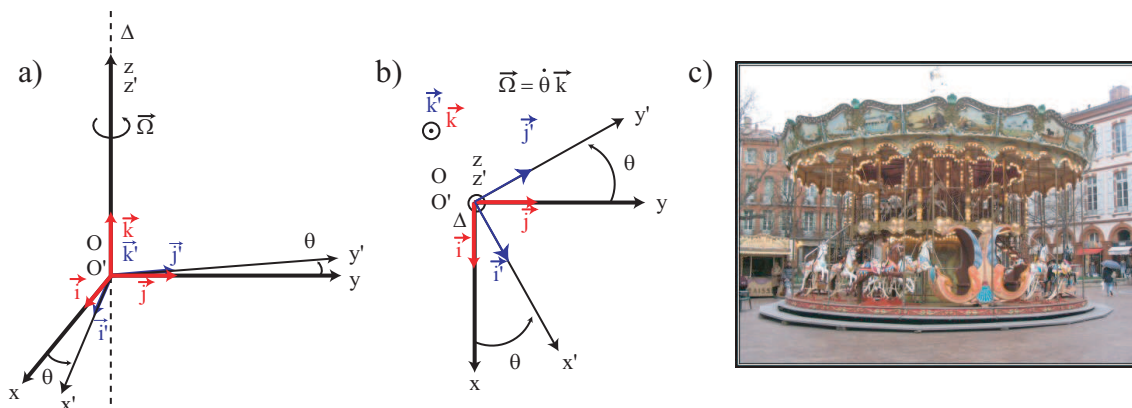


FIGURE 6 – Mouvement de rotation du référentiel  $\mathcal{R}'$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  autour d'un axe fixe. L'axe  $Oz$  est pris comme axe de rotation. a) Représentation à 3 dimensions, b) vue du dessus. c) Un exemple de mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe : le manège.



**a) Composition des positions**

$\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M}$ , or  $\vec{OO'} = \vec{0}$  à tout instant, donc :



**Composition des positions**

**b) Composition des vitesses**

On cherche la relation entre  $\vec{v}(M)_{/R}$  et  $\vec{v}(M)_{/R'}$ .

•  $\vec{v}(M)_{/R} =$

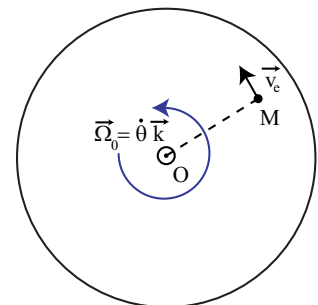
**Propriété**

Lorsque  $R'$  est en mouvement de rotation uniforme par rapport à  $R$  :

$$\underbrace{\vec{v}(M)_{/R}}_{\text{vitesse absolue } \vec{v}_a} = \underbrace{\vec{v}(M)_{/R'}}_{\text{vitesse relative } \vec{v}_r} + \underbrace{\vec{\Omega}_0 \wedge \vec{OM}}_{\text{vitesse d'entraînement } \vec{v}_e}$$

*Exemple* : Reprenons l'exemple d'un enfant qui marche dans un manège. Sa vitesse vue depuis le sol correspond à sa vitesse dans le manège additionnée à une vitesse d'entraînement :

$$\underbrace{\vec{v}_{\text{enfant/sol}}}_{\text{vitesse absolue}} = \underbrace{\vec{v}_{\text{enfant/manège}}}_{\text{vitesse relative}} + \underbrace{\vec{\Omega}_{0\text{manège/sol}} \wedge \vec{OM}}_{\text{vitesse d'entraînement}}$$



La vitesse d'entraînement se simplifie ici en  $\vec{v}_e = r\theta\vec{u}_\theta$  en coordonnées cylindriques. Le point coïncident  $M_c$  décrit donc un cercle.

**c) Composition des accélérations**

Cherchons la relation entre  $\vec{a}(M)_{/R}$  et  $\vec{a}(M)_{/R'}$  en utilisant la formule de dérivation composée et en utilisant le fait que la rotation est uniforme :

$\vec{a}(M)_{/R} =$

**Propriété**

Lorsque  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de rotation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$  :

$$\underbrace{\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}}}_{\text{acc. abs. } \vec{a}_a} = \underbrace{\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'}}_{\text{acc. rel. } \vec{a}_r} + \underbrace{2\vec{\Omega}_0 \wedge \vec{v}(M)_{/\mathcal{R}'}}_{\text{acc. de Coriolis } \vec{a}_c} + \underbrace{\vec{\Omega}_0 \wedge (\vec{\Omega}_0 \wedge \overrightarrow{OM})}_{\text{acc. d'entraînement } \vec{a}_e}$$

Simplifions l'expression de l'accélération d'entraînement en appelant  $H$  le projeté orthogonal de  $M$  sur  $Oz$  :

Nous reviendrons par la suite sur l'interprétation des termes d'accélération d'entraînement et de Coriolis.

**I.7 Synthèse**

Mouvement	Vitesse	Accélération
<b>Translation</b>		
<b>Translation rectiligne uniforme</b>		
<b>Rotation uniforme</b>		

Transition : Nous avons vu les conséquences cinématiques d'un changement de référentiel, c'est à dire comment déduire la vitesse et l'accélération d'un point dans un référentiel absolu, connaissant sa vitesse et son accélération dans un référentiel relatif.

Nous allons voir maintenant les conséquences dynamiques d'un changement de référentiel, c'est à dire comment déduire les forces s'exerçant sur un objet dans un référentiel absolu, connaissant celles s'exerçant sur l'objet dans un référentiel relatif.

Nous allons notamment essayer de répondre aux questions suivantes, relativement simples :

- "Une personne en vélo lâche une balle alors qu'elle roule à vitesse constante. Où tombe la balle ? Devant, derrière, ou à la verticale de sa main ?"
- "Ceci est-il modifié lorsque le vélo ne se déplace plus à vitesse constante ?"

## II Référentiels galiléens et non galiléens

### II.1 Non-équivalence dynamique des référentiels - référentiels galiléens

Afin de bien comprendre la différence entre les référentiels d'un point de vue dynamique, envisageons les deux situations ci-dessous avec deux cosmonautes.

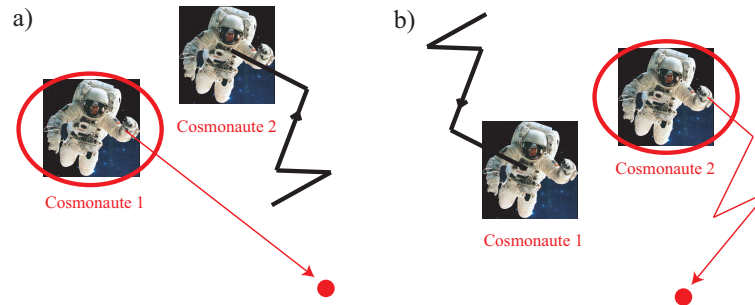


FIGURE 7 – Deux cosmonautes se trouvent dans une région de l'espace dépourvue de matière. Ils sont donc initialement isolés. Le cosmonaute 2 se déplace ensuite aléatoirement en utilisant de petits réacteurs fixés à sa combinaison. Du point de vue de chacun des deux cosmonautes, c'est à dire en choisissant comme référentiel l'un ou l'autre des deux cosmonautes, le confrère est perçu comme se déplaçant aléatoirement. En revanche, le mouvement d'une balle lancée dans l'espace, isolée dès qu'elle quitte la main du cosmonaute, n'aura une trajectoire rectiligne que par rapport au premier cosmonaute. Les deux référentiels sont donc différents. On dira que le premier est **galiléen**, et que le second est **non-galiléen**.

Tous les référentiels ne sont donc pas équivalents. En effet, un objet isolé a un mouvement rectiligne uniforme dans certains référentiels appelés galiléens, et une trajectoire différente dans d'autres référentiels.

#### Définition

**Rappel : Il existe des référentiels privilégiés appelés référentiels galiléens, dans lesquels un objet isolé est immobile ou a un mouvement rectiligne uniforme.**

Le principe d'inertie - ou première loi de Newton - suppose l'existence de tels référentiels. Ceci est impossible à vérifier expérimentalement car on ne pourra jamais arriver à isoler parfaitement un corps pour tester ce principe. Cependant, on constate que certains référentiels peuvent être considérés comme galiléens : c'est par exemple le cas du référentiel terrestre pour les expériences simples de mécanique réalisables dans un laboratoire.

#### Propriété

**Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen.**

*Démonstration :*

Transition : Nous avons déjà une information supplémentaire sur le problème du patineur : le référentiel du cycliste est galiléen lorsque celui-ci roule à vitesse constante. Essayons d'aller encore plus loin afin de répondre à la question posée initialement.

## II.2 Principe de relativité galiléenne

Autour de 1600, Galilée observe que dans un navire aucune expérience de mécanique ne permet de distinguer si le navire est immobile au port ou s'il est en mouvement uniforme : une expérience mécanique (chute d'un corps, mouvement d'un pendule, etc.) donne des résultats identiques. Ceci l'amène à énoncer le principe suivant :

### Définition

**Principe de relativité galiléenne** : le principe fondamental de la dynamique est invariant par changement de référentiel galiléen. C'est à dire que les "vraies forces" (poids, force de rappel d'un ressort...) sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Revenons sur l'exemple du vélo. Nous avons prouvé que le référentiel du cycliste était galiléen. On notera  $\mathcal{R}'_g$  le référentiel du vélo et  $\mathcal{R}_g$  le référentiel terrestre.

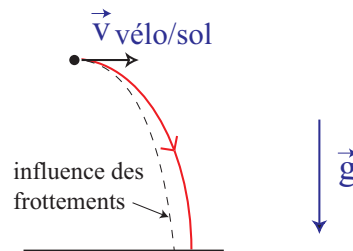
- Dans  $\mathcal{R}_g$  (référentiel lié au sol) :

L'application du PFD à la balle dans  $\mathcal{R}_g$  s'écrit :

$$m \vec{a}(M)_{/\mathcal{R}_g} = \vec{P}$$

Le mouvement est donc une **chute libre**. Comme la balle a une vitesse initiale horizontale  $\vec{v}_{\mathcal{R}'_g/\mathcal{R}_g}$ , sa trajectoire dans le référentiel terrestre est une **parabole**.

Dans le référentiel terrestre



*Vérification expérimentale* : On vérifie bien le mouvement parabolique de la balle dans la vidéo visionnée en mode "image par image".

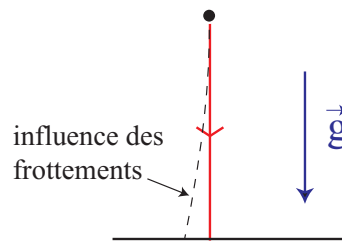
- Dans  $\mathcal{R}'_g$  (référentiel lié au vélo) :

D'après le principe de la relativité galiléenne, le principe fondamental de la dynamique est inchangé dans  $\mathcal{R}'_g$ , c'est à dire que la balle n'est toujours soumise qu'à son poids, et qu'elle est donc également en **chute libre** :

$$m \vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'_g} = \vec{P}$$

On s'attend donc à voir la balle tomber **verticalement** dans le référentiel du vélo puisque celle-ci est lâchée sans vitesse initiale dans ce référentiel. **Tout se passe comme si le vélo était immobile.**

## Dans le référentiel du vélo



*Vérification expérimentale* : On le vérifie bien expérimentalement en lâchant un objet alors qu'on marche.

### Remarque

- *Reposons maintenant la question du début du chapitre dans un autre contexte : "Dans un train roulant en ligne droite à vitesse constante, où tombe un objet lâché sans vitesse initiale dans le train ? Tombera-t-elle devant, derrière, ou à la verticale du point de lancement de la balle ?".*

*Il est plus facile de répondre à cette question car on a déjà tous constaté qu'aucune déviation perceptible n'avait lieu ni dans un sens ni dans l'autre. Il existe cependant une différence entre ces deux exemples, laquelle ?.*

*On a négligé les frottements de l'air sur la balle dans le cas du vélo. Dans ce cas, il faudrait rajouter une force de frottement fluide dans chacune des deux expressions du PFD. La balle tombera en fait légèrement derrière la verticale de la main du lanceur, à cause des frottements de l'air, qui ont été négligés ici.*

*En revanche, une balle tombera strictement aux pieds d'une personne dans un train.*

*C'est cette différence qui intuitivement nous fait répondre que la balle tombe derrière le cycliste.*

- *Que se passe-t-il si on remplace la balle par une boule de pétanque : tombe-t-elle plus vite, plus loin ? Oui, car la force des frottements de l'air est indépendante de la masse, mais pas le poids, donc le rapport entre les deux forces est inversement proportionnel à  $m$  et la boule de pétanque subit moins l'effet des forces de frottements dans son accélération : elle atteint donc le sol très légèrement plus tôt et va légèrement plus loin (elle tombe davantage à la verticale de la main) :*

$$\vec{a} = \frac{\lambda \vec{v}}{m} + \vec{g}$$

*le terme en  $1/m$  tend vers 0 lorsque  $m \rightarrow \infty$ .*

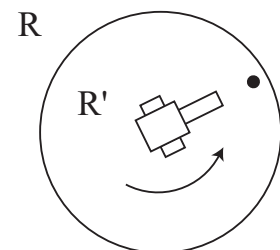
Transition : Qu'en est-il maintenant si le vélo ne va plus à vitesse constante, ou si le train accélère ?

## II.3 Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel quelconque

### a) Insuffisance du PFD pour expliquer le mouvement des projectiles dans un référentiel en rotation

Un canon sur un plateau en rotation par rapport à un référentiel galiléen tire des boulets. Les boulets sont pseudo-isolés si l'on néglige les frottements :

- Dans le référentiel du sol, les boulets vont en ligne droite.
- Dans le référentiel du plateau, les boulets sont déviés, mais par quelle(s) action(s), puisque les forces sont invariantes par changement de référentiel ?



b) Enoncé du PFD dans un référentiel quelconque

**Principe fondamental de la dynamique généralisé, applicable dans un référentiel non galiléen  $\mathcal{R}$  :**

$$m \vec{a}(M)_{/\mathcal{R}'} = \sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

avec  $\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}_e$  : force d'inertie d'entraînement  
 $\vec{f}_{ic} = -m\vec{a}_c$  : force d'inertie de Coriolis

Si l'on connaît le mouvement d'un référentiel quelconque  $\mathcal{R}'$  par rapport à un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_g$ , on peut écrire le PFD dans  $\mathcal{R}'$  sans changer l'expression des forces d'interactions, à condition de leur ajouter des **forces d'inertie**, parfois appelées **pseudo-forces** car elles dépendent du référentiel<sup>9</sup>.

Remarques :

- $\vec{f}_{ie}$  et  $\vec{f}_{ic}$  ont la dimension d'une force (M.L.T<sup>-2</sup>) mais **ne résultent pas d'une interaction**. Elles traduisent le caractère non galiléen éventuel de  $\mathcal{R}$ .
- Un point  $M$  est en équilibre dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen si  $\vec{v}_r = \vec{a}_r = \vec{0}$  donc  $\vec{f}_{ic} = \vec{0}$ . Le principe fondamental de la statique généralisé s'écrit :  $\sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} = \vec{0}$

## II.4 Expression des forces d'inertie

Comme nous l'avons fait pour les calculs de changement de référentiel, nous allons successivement étudier deux cas : la translation, et la rotation uniforme d'un référentiel par rapport à un référentiel de référence galiléen.

### a) $\mathcal{R}'$ en translation par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$

•

9. Attention, on pourrait croire que la force de Lorentz s'exerçant sur une particule chargée de charge  $q$  et de vitesse  $\vec{v}$  en présence d'un champ électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{B})$  dépend du référentiel car  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ , cependant il n'en est rien car c'est le champ magnétique qui dépend du référentiel, comme nous le reverrons en induction.

- **Exemples concrets** : personne plaquée sur son siège lors d'une accélération, projetée vers l'avant lors d'un freinage, principe simplifié des accéléromètres à piezoélectriques (Wiimote).
- **Exemple détaillé 1** : le retour du plateau oscillant

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est posé sur un plateau horizontal. Le plateau est animé d'un mouvement vibratoire de sorte que la position verticale du plateau est donnée par  $z = A\cos(\omega t)$ , où  $\omega$  est la pulsation et  $A$  est l'amplitude des oscillations.

Quelle relation doit lier  $A$ ,  $\omega$  et  $g$  (champ de pesanteur) pour que  $M$  reste toujours en contact avec le plateau ?

- **Exemple détaillé 2** : Pendule simple en équilibre relatif dans un train

On considère un train animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération constante par rapport au référentiel lié au sol, considéré comme galiléen <sup>a</sup> :

$$\vec{a}_{\text{train/sol}} = c\vec{e}$$

Un pendule (fil de longueur  $\ell$  au bout duquel est accrochée une masse  $m$ ) est suspendu au plafond d'un wagon. Quelle sera la position d'équilibre de la masse  $m$  par rapport au wagon ?

---

<sup>a</sup>. Dans le cas où le train roule à vitesse constante, nous avons vu que tout se passait comme si le train était immobile, c'est à dire que le fil du pendule reste vertical.



Transition : Nous allons maintenant nous intéresser notamment aux forces s'exerçant sur nous lorsqu'on tourne par rapport au référentiel terrestre, en voiture, dans un manège... L'une d'entre elles, la force centrifuge, est bien connue, et facile à ressentir - c'est celle-ci qui nous tire vers l'extérieur du virage dans une voiture - mais nous allons voir qu'une seconde force existe, la force de Coriolis, difficile à ressentir à notre échelle, et donc par conséquent moins intuitive.

b)  $\mathcal{R}'$  en rotation uniforme par rapport à un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_g$

α) Force centrifuge : La force d'inertie d'entraînement  $\vec{f}_{ie}$  est appelée dans ce cas **force centrifuge**.

$$\vec{f}_{ie} = m\Omega_{0\mathcal{R}'/\mathcal{R}_g}^2 \overrightarrow{HM}$$

Propriétés :

— *Exemples concrets* : pendule en rotation, manège, tourniquet, virage en voiture, centrifugeuse pour séparer des molécules de différente masse, pour décanter un vin, pour essorer la salade, régulateur de Watt, vaisseau dans "2001 l'Odyssée de l'espace"... Comment lutter contre l'inertie dans un tourniquet ou dans les tasses d'Eurodisney?

- **Exemple détaillé pour la force centrifuge** : Pendule simple relié à une tige en rotation uniforme

Une tige horizontale  $Ox$  est mise en rotation uniforme autour d'un axe vertical avec une vitesse angulaire  $\vec{\Omega}_0$  constante. Un pendule simple (point  $M$  de masse  $m$  relié à un fil sans masse de longueur  $\ell$  dont l'extrémité est reliée à la tige) est attaché en  $O$ .

Quel angle fait le pendule avec la verticale, lorsque le pendule est au repos dans le référentiel de la tige en rotation?

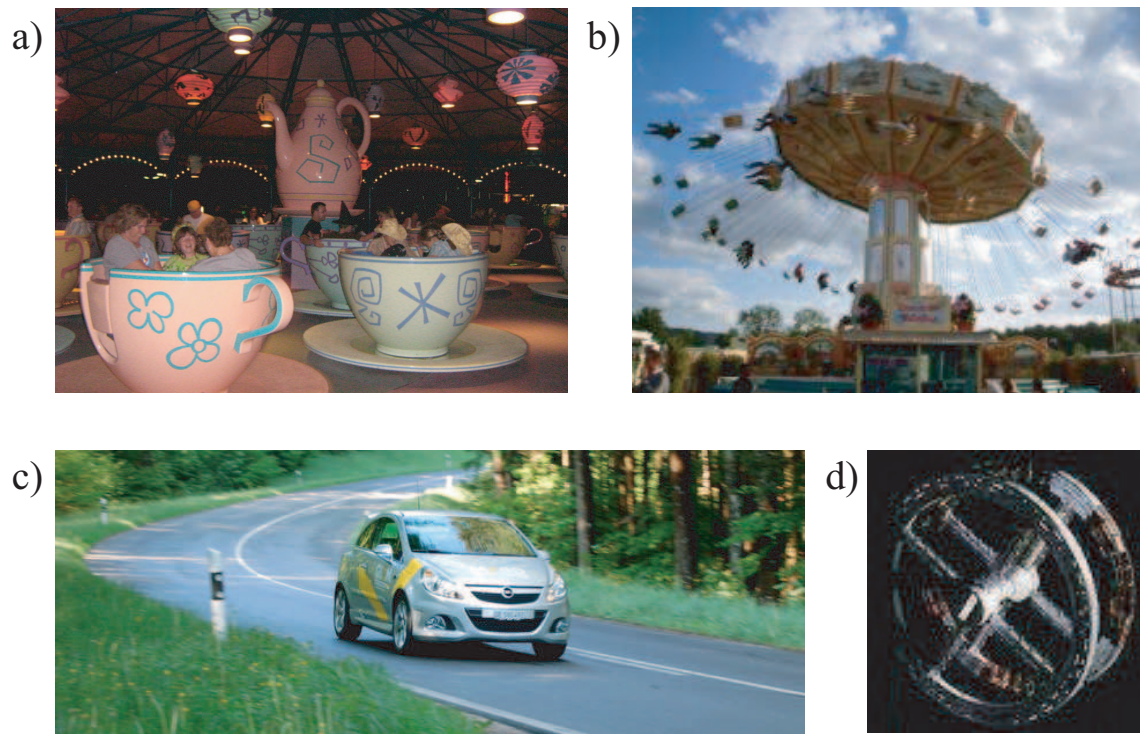


FIGURE 8 – Exemples de phénomènes dans lesquels des forces centrifuges interviennent.

β) **Force de Coriolis** : L'autre force  $\vec{f}_{ic}$  est la **force de Coriolis**.

$$\vec{f}_{ic} = -2m\vec{\Omega}_{0\mathcal{R}'/\mathcal{R}_g} \wedge \vec{v}(M)_{/\mathcal{R}'}$$

Propriétés :

— *Exemples concrets* : Cette force est très faible, et nécessite des conditions particulières pour être ressentie.

- Dans un train, faisons un calcul d'ordre de grandeur pour savoir si on peut le ressentir en courant dans l'allée centrale alors que le train prend une courbe.

- Examinons maintenant le cas d'un manège en rotation uniforme dans lequel la force de Coriolis serait la force d'inertie dominante lorsqu'on s'y déplace.

Remarque

|| On notera que c'est la force de Coriolis qui "faisait tourner les boulets"  
|| dans le cas de la vidéo du canon.

Nous reviendrons sur des exemples de l'influence de la force de Coriolis dans la section suivante, car celle-ci a davantage d'influence à grande échelle. La rotation de la Terre a notamment des conséquences très importantes, comme nous le verrons.

• **Exemple détaillé pour la force de Coriolis** : Anneau glissant sur une tige en rotation

Une tige horizontale  $Ox$  est mise en rotation uniforme autour d'un axe vertical avec une vitesse angulaire  $\vec{\Omega}_0$  constante. Un anneau  $M$  de masse  $m$  peut coulisser sans frottement sur la tige et est abandonné sans vitesse initiale par rapport à la tige à une distance  $x_0$  de l'axe.

Etudions le mouvement de  $M$  par rapport à la tige tant qu'il reste sur la tige.

## II.5 Lois de la dynamique dans un référentiel quelconque

Il est immédiat de démontrer que les théorèmes de la mécanique vus dans un référentiel galiléen peuvent être généralisés au cas d'un référentiel non galiléen en tenant compte du caractère non galiléen de celui-ci par l'intermédiaire des forces d'entraînement et de Coriolis, et des énergies potentielles associées.

Pour un système de points matériels, on obtient donc :

**Théorème de l'énergie cinétique :** 
$$\left( \frac{dE_c}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_{ng}} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int} + \mathcal{P}_{F_{ie}}$$

On rappelle que la puissance des forces de Coriolis est toujours nulle.

**Théorème de l'énergie mécanique :** 
$$\left( \frac{dE_m}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_{ng}} = \mathcal{P}_{ext,nc} + \mathcal{P}_{int,nc}$$

où l'énergie potentielle comprend le terme d'énergie potentielle d'inertie d'entraînement lorsque cela est possible<sup>10</sup>.

10. Avec une rotation non uniforme, la force d'inertie d'entraînement ne dérive pas d'une énergie potentielle, et il faut revenir au théorème de l'énergie cinétique.

**Théorème du moment cinétique :**

$$\left( \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_{ng}} = \vec{M}_{O, F_{ext}} + \vec{M}_{O, F_{ie}} + \vec{M}_{O, F_{ic}}$$

où  $O$  est un point fixe du référentiel non galiléen  $/\mathcal{R}_{ng}$ .

*Transition* : Le principe d'inertie postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen. Qu'en est-il des référentiels usuels ? Nous allons donc tenter de répondre à la question suivante : "Dans quel cas les référentiels usuels peuvent-ils être considérés comme galiléens ?"

### III Caractère galiléen approché de quelques référentiels

#### III.1 Rappel des principaux référentiels

- **Référentiel de Copernic  $\mathcal{R}_C$**  : repère associé ayant pour centre  $O_C$ , centre de gravité du système solaire et pour axes trois axes fixes dirigés vers trois étoiles très éloignées.  $O_C$  est quasiment confondu avec le centre  $O_S$  du Soleil. Il est le meilleur référentiel galiléen à l'échelle du système solaire<sup>11</sup>.
- **Référentiel de Képler ou héliocentrique  $\mathcal{R}_H$**  : repère associé ayant pour centre  $O_S$ , centre du Soleil et pour axes les mêmes axes que le référentiel de Copernic.
- **Référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_G$**  : repère associé ayant pour centre  $O_T$ , centre de la Terre et pour axes les mêmes axes que le référentiel de Copernic.

Dans  $\mathcal{R}_C$ ,  $\mathcal{R}_G$  effectue un mouvement de translation elliptique (quasi-circulaire) :

$$\begin{cases} \vec{v}_{\mathcal{R}_G/\mathcal{R}_C} = \vec{v}(G)/\mathcal{R}_C \\ \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_G/\mathcal{R}_C} = \vec{0} \end{cases}$$

Le référentiel géocentrique peut donc souvent être considéré comme galiléen, sauf pour expliquer quelques phénomènes astronomiques (marées par exemple).

- **Référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$**  : repère ayant également pour centre  $O_T$ , centre de la Terre, mais dont les axes suivent la rotation de la Terre.

Dans  $\mathcal{R}_G$ ,  $\mathcal{R}_T$  a un mouvement de rotation uniforme :

$$\begin{cases} \vec{v}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_G} = \vec{0} \\ \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_G} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_G} \end{cases}$$

Le référentiel terrestre est en rotation autour de l'axe des pôles, quasiment fixe dans le référentiel géocentrique. Cette rotation est décrite par le vecteur rotation  $\vec{\Omega}$ , dirigé selon l'axe des pôles, et de norme  $\Omega = \frac{2\pi}{T_{sid}}$  où  $T_{sid} = 86164s$  est la durée du jour sidéral, c'est-à-dire le temps que met la Terre à faire un tour sur elle-même. Cette durée se distingue de  $T_{solaire} = 24h = 86400s$  à cause de la rotation de la Terre autour du soleil.

#### III.2 Galiléen ou non ?

Le principe d'inertie postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen. Qu'en est-il des référentiels usuels ?

**Comment savoir si un référentiel peut être considéré comme galiléen ?** il faut vérifier si le principe fondamental de la dynamique appliqué dans ce référentiel décrit correctement le mouvement des corps. En pratique, cela est vérifié si l'échelle de temps considérée est très inférieure au temps caractéristique de variation du mouvement du référentiel d'étude par rapport à un référentiel galiléen de référence.

Par exemple, le **Référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$**  :  $\mathcal{R}_T$  est en mouvement de rotation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}_G$  :  $\mathcal{R}_T$  n'est donc pas galiléen *a priori*.

11. On notera qu'il existe encore de meilleurs référentiels galiléens, comme le celui lié à notre galaxie, ou même celui lié au fond diffus cosmologique.

Nous allons voir dans la section suivante des exemples de phénomènes mettant en évidence le caractère non galiléen de  $\mathcal{R}_T$ .

*Néanmoins, le référentiel terrestre peut être localement considéré comme galiléen pour la majeure partie des phénomènes se produisant **au voisinage de la surface de la Terre** et dont la durée est très inférieure à une journée :*

$$t \ll \text{période de rotation} = \frac{2\pi}{\Omega_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_G}}$$

Transition : Nous avons vu que le référentiel terrestre n'était pas galiléen. Néanmoins, il peut être considéré comme galiléen, de façon approchée, pour l'étude de mouvements sur de petites échelles spatiales et temporelles.

Pour des mouvements à grande échelle étudiés dans le référentiel terrestre, il faut faire intervenir des forces d'inertie : force d'inertie d'entraînement (force centrifuge) et force d'inertie de Coriolis.

## IV Manifestations du caractère non-galiléen du référentiel terrestre

### IV.1 Les effets centrifuges dans le référentiel terrestre

#### a) Non rotondité de la Terre

La conséquence la plus évidente de la force centrifuge est l'aspect ovale de la Terre <sup>a</sup>. Cette force est d'autant plus importante que les points de la Terre sont éloignés de l'axe de rotation de la Terre sur elle-même, et tend à déformer légèrement le globe terrestre (l'effet est volontairement très exagéré sur la figure ci-contre).

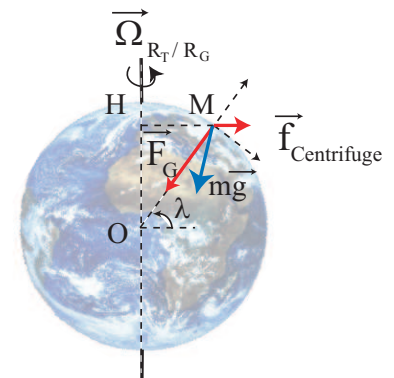
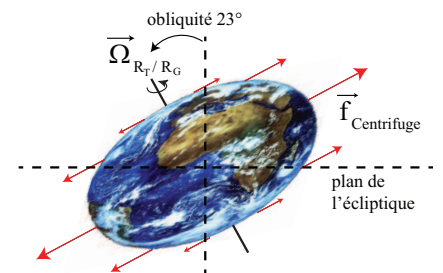
<sup>a</sup>. L'effet d'aplatissement au niveau des pôles est cependant faible : écart d'1/300ème seulement entre le rayon au niveau des pôles et au niveau de l'équateur.

#### b) Définition du poids

On définit la verticalité d'un lieu par la direction d'un fil à plomb à l'équilibre dans le référentiel terrestre.

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, nous allons montrer que la verticale d'un lieu à la surface du globe ne passe pas par le centre de la Terre à cause de la force centrifuge.

On étudie un point  $M$  de masse  $m$  suspendu à un fil à plomb à la surface de la Terre. Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$  qui est en mouvement de rotation uniforme (vitesse angulaire  $\vec{\Omega}_T = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_G}$ ) par rapport au référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_G$  considéré comme galiléen.



Le poids s'écrit donc :

$$\vec{P} = \underbrace{m\vec{G}_T}_{\text{composante gravitationnelle}} + \underbrace{m\Omega_T^2 \overrightarrow{HM}}_{\text{composante inertielle}}$$

Et on définit le champ de pesanteur par :  $\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} = \vec{G}_T + \Omega_T^2 \overrightarrow{HM}$

Remarques :

### IV.2 Les effets de la force de Coriolis dans le référentiel terrestre

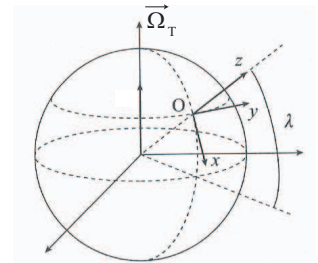
#### a) Expression de la force de Coriolis dans un repère lié au référentiel terrestre

Soit un point  $M$  de masse  $m$  ayant une vitesse relative  $\vec{v}_r$  par rapport au référentiel terrestre non galiléen.

La force de Coriolis exercée sur le point  $M$  a pour expression

$$\vec{f}_{ic} = -2m\vec{\Omega}_T \wedge \vec{v}_r$$

où  $\vec{\Omega}_T$  est le vecteur rotation de la Terre autour de l'axe des pôles.



Soit  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  un repère lié à la Terre et dont l'origine se situe à la surface de la Terre.

Dans ce repère, la force de Coriolis s'écrit (on notera qu'à l'équateur,  $\lambda = 0$  et on  $\vec{\Omega} = -\vec{u}_x$ ) :

#### b) Effet de la force de Coriolis sur les mouvements horizontaux

##### • Expression de la force de Coriolis

Intéressons-nous maintenant à l'effet de la force de Coriolis sur les mouvements horizontaux (on a donc  $z = \text{cte}$ ). Nous nous limitons alors à la composante horizontale (selon  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$ ) de cette force :

$$\vec{f}_{ich} = -2m\Omega_T \begin{pmatrix} -\dot{y} \sin \lambda \\ \dot{x} \sin \lambda \\ 0 \end{pmatrix} = -2m\Omega_T \sin \lambda \vec{u}_z \wedge \vec{v}_r$$

Comment cette force va-t-elle modifier les mouvements horizontaux ?

Cela va dépendre du signe de  $\sin \lambda$ , donc du signe de  $\lambda$ . Le comportement sera alors différent selon que l'on se trouve dans l'hémisphère Nord ou l'hémisphère Sud.

On s'aperçoit que la force de Coriolis tend à dévier les corps perpendiculairement à leur vitesse  $\vec{v}_r$  : dans l'hémisphère Nord, la déviation a lieu vers la droite du déplacement, tandis que dans l'hémisphère Sud, elle a lieu vers la gauche. Nous allons voir quelques conséquences de cette déviation.



### • Le pendule de Foucault

Cette expérience, réalisée par Léon Foucault, consiste simplement à laisser osciller un pendule, lâché sans vitesse initiale. Si le référentiel terrestre était galiléen, le pendule devrait osciller dans un plan vertical constant déterminé par sa position initiale. Or, s'il oscille suffisamment longtemps, une lente rotation du plan des oscillations est constatée. Ceci a pu être mis en évidence en installant, en mars 1851, un pendule de 67 mètres au Panthéon à Paris.

Ce phénomène ne peut être expliqué qu'en prenant en compte la force de Coriolis. En effet, dans le plan horizontal, celle-ci dévie le pendule en permanence vers la droite dans l'hémisphère Nord, ce qui entraîne la rotation du plan des oscillations dans le sens horaire (voir figure ci-dessous). Ceci constitue donc une preuve du caractère non galiléen du référentiel terrestre. Foucault avait même annoncé sur son affiche : "*Venez voir la Terre tourner*".

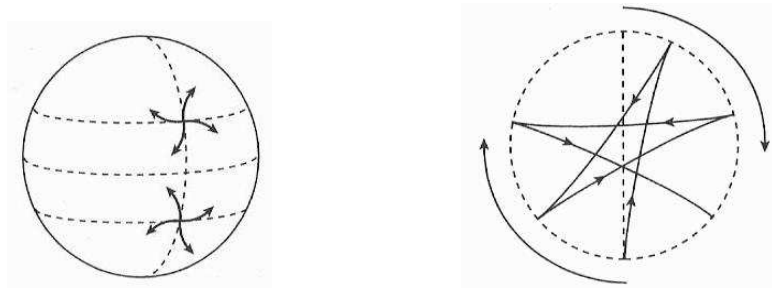
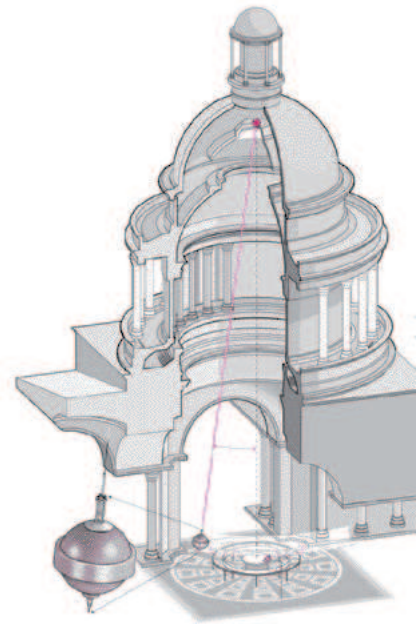


FIGURE 9 – (A gauche) Déviations des mouvements horizontaux par la force de Coriolis. (A droite) Déviation du plan des oscillations du pendule de Foucault sous l'effet de la force de Coriolis dans l'hémisphère Nord.

### • Anticyclones et dépressions

Sur les photos de la Terre prises par satellite, les masses nuageuses mettent en évidence l'existence de grands tourbillons atmosphériques : les anticyclones et les dépressions.

L'air tend en effet à se déplacer des zones de haute pression (anticyclones) vers les zones de basse pression (dépressions). La force de Coriolis dévie alors ces courants vers la droite dans l'hémisphère Nord, si bien qu'un tourbillon se forme autour d'une dépression dans le sens trigonométrique. De même, l'air fuyant une zone de haute pression se met à tourner dans le sens horaire autour d'elle.

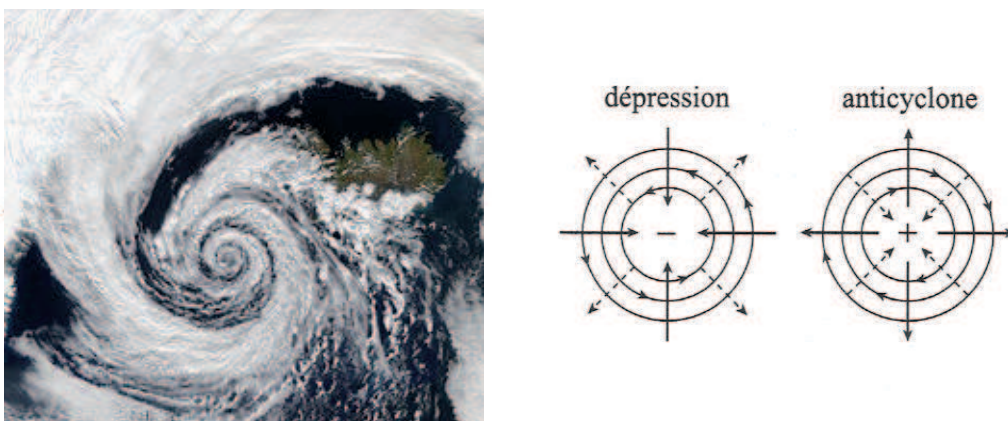


FIGURE 10 – (A gauche) Dépression au-dessus de l'Islande. (A droite) Anticyclones et dépressions.

- **Les alizés**

Il existe, dans la zone intertropicale, de grands mouvements atmosphériques. L'air chauffé au niveau du sol monte au niveau de l'équateur, se déplace à haute altitude vers les tropiques puis redescend à ce niveau et retourne vers l'équateur en se déplaçant au niveau du sol.

Lorsque l'air se déplace des tropiques vers l'équateur, il subit la force de Coriolis qui le dévie vers l'ouest, quel que soit l'hémisphère considéré. Cela crée un vent très régulier d'est en ouest, de part et d'autre de l'équateur, dont la vitesse moyenne est de l'ordre de  $20 \text{ km.h}^{-1}$  : ce sont les alizés.

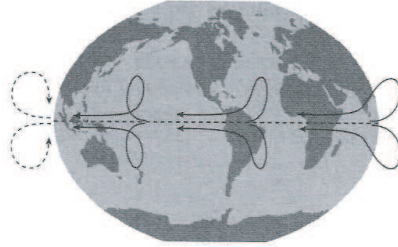


FIGURE 11 – Formation des alizés.

- **Vidange d'un lavabo**

Une idée communément répandue est que la rotation de la Terre détermine le sens de rotation de l'eau lors de la vidange d'un lavabo ou d'une baignoire. Celle-ci tournerait dans le sens horaire dans l'hémisphère sud, et dans le sens inverse dans l'hémisphère nord.

En fait, un calcul d'ordre de grandeur permet de montrer que l'influence de la force de Coriolis est si faible à cette échelle qu'elle n'induit qu'une déviation de l'ordre du micromètre de la masse d'eau en rotation. C'est donc surtout la géométrie du récipient et les conditions initiales qui déterminent le sens de rotation lors de la vidange, et non l'hémisphère dans lequel se fait l'expérience.

### c) Effet de la force de Coriolis sur les mouvements verticaux

- **Expression de la force de Coriolis**

On ne s'intéresse maintenant qu'à des mouvements verticaux, donc  $\dot{x} = \dot{y} = 0$ . On a alors :

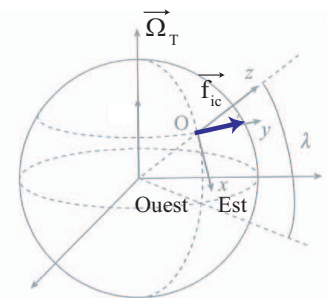
$$\vec{f}_{ic} = -2m\Omega_T \dot{z} \cos \lambda \vec{u}_y$$

Il existe donc une force horizontale qui va tendre à dévier les corps de leur trajectoire. Si l'on s'intéresse à des corps en chute verticale,  $\dot{z} < 0$ . De plus, comme  $\lambda < 90^\circ$ ,  $\cos \lambda > 0$ . Il existe donc une déviation selon l'axe  $\vec{u}_y$ , c'est à dire une déviation vers l'Est, que l'on soit dans l'hémisphère Sud ou l'hémisphère Nord.

- **Déviation vers l'est**

Un corps est lâché d'une altitude  $h$  sans vitesse initiale. Si le référentiel terrestre était galiléen, le corps ne subirait que la force de pesanteur verticale et il rencontrerait le sol à la verticale de son point de départ. Or, des mesures précises ont mis en évidence un décalage vers l'est du point de chute<sup>12</sup>. Ceci ne peut être expliqué que par la force de Coriolis.

Historiquement, cette expérience, réalisée par Reich en 1833 dans un puits de mine, a fourni la première preuve expérimentale de la rotation de la Terre. En lâchant un objet d'une hauteur  $h = 158 \text{ m}$ , à la latitude  $\lambda = 51^\circ$ , il a observé une déviation moyenne  $\Delta y = 2,8 \text{ cm}$  par rapport à un fil à plomb.



12. Attention, cette déviation est contre-intuitive si on considère le raisonnement faux suivant : la Terre a eu le temps de tourner entre le début et la fin de la chute, ce qui conduirait à une déviation vers l'ouest car la Terre tourne de l'est vers l'ouest. Le raisonnement simple qui permet d'expliquer la déviation vers l'Est dans le référentiel géocentrique est que la vitesse initiale horizontale de l'objet lâché étant plus grande que celle du fond du puits à cause de la rotation de la Terre car l'objet est plus loin de l'axe de rotation, l'objet tombe "devant" le centre du fond du puits.

## Conclusion

Nous avons vu comment prendre en compte l'application des lois de la mécanique dans un référentiel non galiléen. On ne se placera dans un tel référentiel que lorsque cela permet de **simplifier** l'étude du mouvement. Par exemple, le mouvement d'une personne se déplaçant dans un manège tournant sera beaucoup plus facile dans le référentiel du manège, dans lequel il faudra bien entendu prendre en compte l'influence des forces d'inertie.