Interro 3 – Barème – Note sur 10 (1 point par ⊛)

1) Le point coïncident M_c est le point qui coïncide avec M à l'instant t, mais qui est fixe dans le référentiel R'. ⊛

$$\left.\begin{array}{l}\vec{V}_e(M) = \vec{V}(M_c)_{/R} \\ \vec{a}_e(M) = \vec{a}(M_c)_{/R}\end{array}\right) ⊛$$

2) $$\boxed{\left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{/R} = \left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{U} \quad (1)}$$ ⊛

3) $$\vec{a}(M)_{/R} = \left.\frac{d\,\vec{V}(M)_{/R}}{dt}\right)_{/R}$$ ⊛

$$= \frac{d}{dt}\left[\vec{V}(M)_{/R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM}\right]_{/R}$$

$$\underset{(1)}{=} \frac{d}{dt}\left[\vec{V}(M)_{/R'}\right]_{/R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{V}(M)_{/R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \underbrace{\frac{d\vec{OM}}{dt}_{/R}}_{\vec{V}(M)_{/R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM}}$$

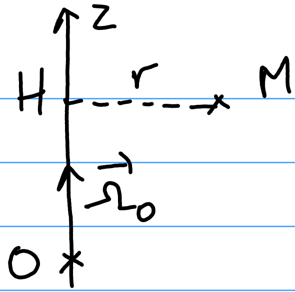
⊛ $$\left\{ = \vec{a}(M)_{/R'} + 2\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{V}(M)_{/R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM}) \right.$$

⊛ $$\left\{ \text{or pour } M_c : \vec{a}(M_c)_{/R} = \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM}) = \vec{a}_e \right.$$

(les autres termes s'annulent car M_c fixe dans R')

Finalement : $$\boxed{\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c}$$ ⊛

absolue — relative — entraînement — Coriolis

4) 

$$\vec{\Omega}_0 \wedge (\vec{\Omega}_0 \wedge \vec{OM}) = \vec{\Omega}_0 \wedge (\vec{\Omega}_0 \wedge (\vec{OH}+\vec{HM}))$$
$$= \Omega_0 \vec{u_z} \wedge (\Omega_0 \vec{u_z} \wedge r\vec{u_r})$$
$$= r\Omega_0^2 \vec{u_z} \wedge \vec{u_\theta}$$
$$= -r\Omega_0^2 \vec{u_r}$$

5) PFD dans R galiléen : $m\vec{a}(M)_{/R} = \sum \vec{F}_{ext}$

or $\vec{a}(M)_{/R} = \vec{a}(M)_{/R'} + \vec{a_e} + \vec{a_c}$

donc $$\boxed{m\vec{a}(M)_{/R'} = \sum \vec{F}_{ext} \underbrace{- m\vec{a}_e}_{\vec{f_{ie}}} \underbrace{- m\vec{a}_c}_{\vec{f_{ic}}}}$$

Le PFD se généralise donc à tous les référentiels en ajoutant des forces d'inerties $\vec{f_{ie}}$ et $\vec{f_{ic}}$.