TD n°4 - Contact entre deux solides - Lois du frottement de glissement

1 Résolution de problème - Code de la route

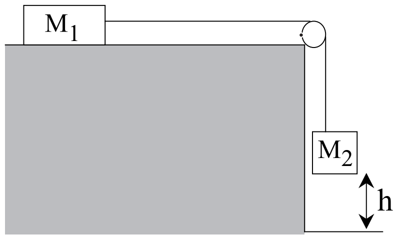
Commenter cet extrait du code de la route, valeurs numériques à l'appui :

À 90 km.h^{-1}, sur une route sèche, on parcourt avant de s'arrêter : 25m pendant la seconde de réaction et 54m pendant le freinage ; la distance d'arrêt est 79m.

On donne le coefficient de frottement statique entre un pneu et la route : $f_{pneu/asphalte} \simeq 0.6$.

2 Mesure d'un coefficient de frottement

Une masse M_1 est mobile sur un plan horizontal avec un coefficient de frottement cinétique f ; elle est relié par l'intermédiaire d'un fil sans masse et d'une poulie parfaite et de moment d'inertie négligeable à une masse M_2 qui est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus d'un obstacle qui limite sa chute. On désigne par $h + d$ la distance parcourue par M_1 sur le plan horizontal avant de s'arrêter.

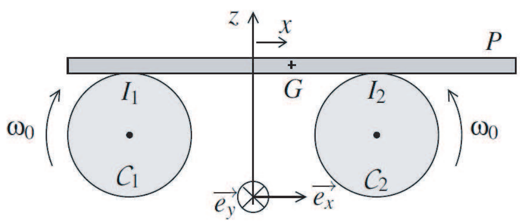


Calculer le coefficient f en fonction de M_1, M_2, h et d à l'aide d'une méthode énergétique.

Réponses : $f = \dfrac{M_2}{M_1 + \frac{d}{h}(M_1 + M_2)}$.

3 Expérience de Timochenko

Deux cylindres identiques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de rayon a tournent avec une vitesse angulaire constante ω_0 autour de leur axe dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ supposé galiléen, les sens de rotation étant opposés. Les axes des deux cylindres sont fixes dans $\mathcal{R}$, parallèles, dans un même plan horizontal et leur distance est L. Une planche P d'épaisseur négligeable devant a et L et de masse m est placée sur les cylindres.



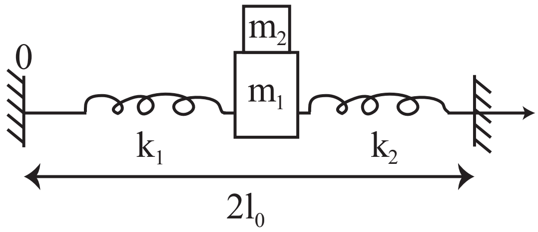
Celle-ci est suffisamment longue pour que le contact existe toujours ; il y a glissement aux points de contact I_1 et I_2, avec un coefficient de frottement f pour le contact entre la planche et chacun des cylindres. On repère la position du centre de masse G de la planche par l'abscisse x.

1. Déterminer la composante normale de la résultante de l'action de chaque cylindre sur la planche, en fonction de m, g, L. *On notera que l'application du théorème de moment cinétique à la plaque dans le référentiel terrestre n'est pas modifiée ici par rapport à son expression "habituelle" bien que le point G soit mobile.* Commentaires ?
2. Montrer que si $-a\omega_0 < \dot{x} < a\omega_0$ alors la composante tangentielle de la résultante de l'action de $\mathcal{C}_1$ (resp. $\mathcal{C}_2$) sur P est positive (resp. négative).
3. Établir l'équation du mouvement de la planche. En déduire son mouvement.
   Quel peut être l'application de cette expérience ?
4. Par un calcul direct, déterminer la puissance dissipée par les frottements.

Réponses : 1. $N_1 = \frac{mg}{L}\left(\frac{L}{2} - x\right)$ et $N_2 = \frac{mg}{L}\left(\frac{L}{2} + x\right)$, 2. $T_1 = fN_1$ et $T_2 = -fN_2$, 3. $\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0$ avec $\Omega_0 = \sqrt{\frac{2gf}{L}}$, 4. $\mathcal{P} = -fmg\left(\frac{2x\dot{x}}{L} + a\omega_0\right)$.

4 Système à deux masses et deux ressorts

On considère deux masses m_1 et m_2 de dimensions négligeables devant les autres longueurs du problème et deux ressorts k_1 et k_2 de même longueur à vide ℓ_0 disposés comme le montre la figure ci-contre. On notera f le coefficient de frottement statique entre les deux masses.



Le système est initialement au repos. On note $x = 0$ l'abscisse de cette position d'équilibre. On décale légèrement l'ensemble $\{m_1 + m_2\}$ de sa position d'équilibre jusqu'en $x_0 \neq 0$ et on lâche l'ensemble sans vitesse initiale.

À quelle condition sur x_0 les masses m_1 et m_2 restent-elles solidaires pendant tout le mouvement ?

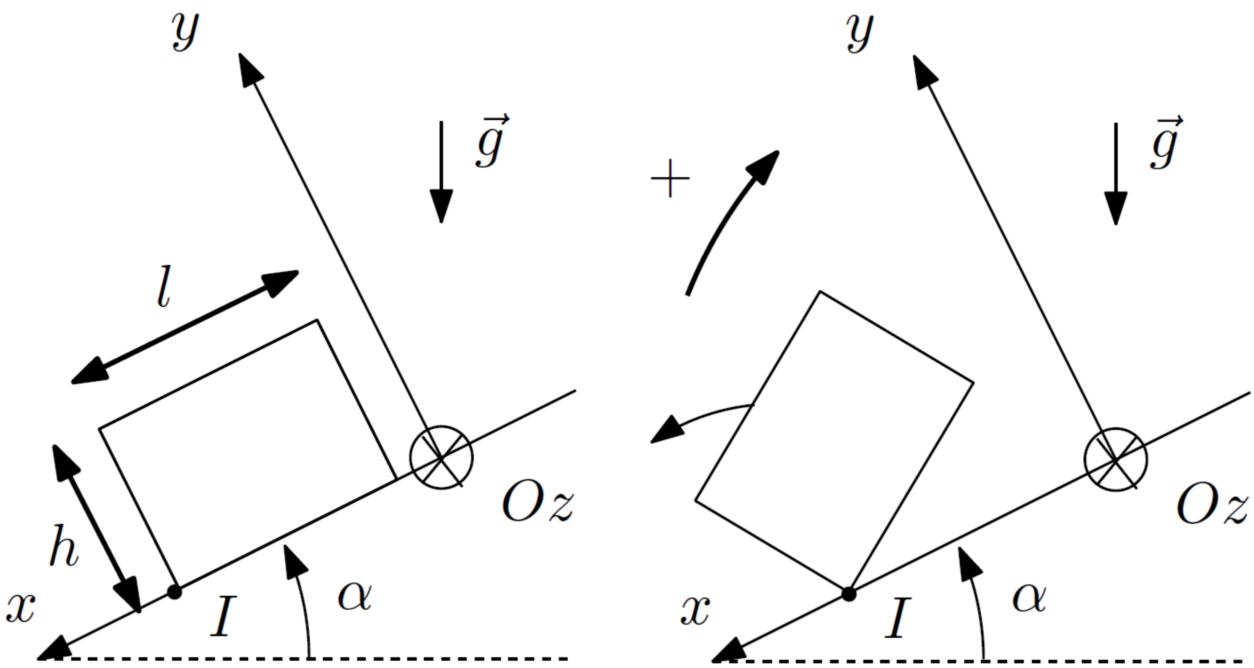
Réponse : $|x_0| \leq \frac{f(m_1+m_2)g}{k_1+k_2}$.

5 Glissement ou basculement d'un bloc

Un bloc de masse m, de longueur ℓ (égale à sa largeur) et de hauteur h repose sur un plan initialement horizontal. On note f le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan, la nature du contact se caractérisant par $f \in [0, 1]$.

Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle α que fait le plan avec l'horizontale.

On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I. On note alors J le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe et $\vec{\omega} = -\omega \vec{e}_z$ son vecteur rotation instantané autour de cet axe, où sa vitesse angulaire est telle que $\omega > 0$.



1. On ignore pour l'instant la possibilité de basculement du bloc. À quelle condition sur α y a-t-il glissement ?
2. A quelle condition sur α le bloc bascule-t-il sans glisser ?
3. En déduire la condition sur les dimensions du bloc telle que celui-ci glisse sans avoir préalablement basculé quelle que soit la surface sur laquelle il est posé.

   Application numérique : quelle est la longueur minimale d'un bloc d'un mètre de haut avec $f = 0.5$ pour qu'il glisse sans avoir préalablement basculé ?

Réponses : 1. Glissement si $tan\alpha \geq f$, 2. Basculement si $tan\alpha \geq \frac{\ell}{h}$, 3. Glissement sans basculement si $\ell > 50cm$.

6 Entraînement d'un carton par un tapis roulant

A l'instant $t = 0$, on pose un carton de masse m sur un tapis roulant qui défile à la vitesse U constante sur un plan incliné d'un angle α pour le monter à l'étage d'un entrepôt. Le coefficient de frottement entre le tapis et le carton est $f > tan\alpha$.

1. Exprimer la vitesse de glissement du carton sur le tapis. Justifier qu'il y a glissement au moins au départ et préciser le sens du glissement.
2. Déterminer le mouvement tant qu'il y a glissement. En déduire la date t_1 où le glissement cesse.
3. Quel est le mouvement ultérieur du carton ?

Réponse : 2. $t_1 = \frac{U}{g(fcos\alpha - sin\alpha)}$.