TD n°5bis - Particules chargées dans un champ statique

1 Questions préliminaires

1. Donner l'expression de la force $\overrightarrow{f}$ qui s'exerce sur une particule de charge q se déplaçant à une vitesse $\overrightarrow{v}$ dans un référentiel galiléen lorsqu'elle est soumise simultanément à un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B}$.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique ou le théorème de la puissance cinétique, montrer qu'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ appliqué seul à une particule chargée ne peut pas lui communiquer d'énergie.

2 Accélération d'une particule soumise à un champ électrique

On se place en l'absence de champ magnétique et on négligera l'effet de la pesanteur sur la particule étudiée.

Une particule de charge q et de masse m est soumise à un champ électrique $\overrightarrow{E}$, stationnaire et uniforme, créé par deux plaques A et D parallèles et respectivement portées à un potentiel V_A nul et à un potentiel V_D non nul. La particule est initialement issue de la plaque A avec une vitesse nulle et se dirige vers la plaque D.

1. Quel doit être le signe du potentiel V_D de la plaque D pour que la particule soit accélérée vers D dans le cas où la particule a une charge q négative ?
2. Calculer en fonction de q, V_D et m, par rapport au référentiel d'étude considéré comme galiléen, la vitesse v_D de la particule lorsqu'elle atteint la plaque D.
3. Citer quelques appareils dans lesquels on utilise un tel dispositif d'accélération de particules par un champ électrique.
4. Quelle est l'énergie cinétique acquise par un électron (de charge $-e$) accéléré sous une différence de potentiel de 1 V ? On exprimera le résultat en Joule et en électron-volt.

On donne : charge électrique élémentaire : $e = 1,6.10^{-19}$ C.

3 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

On étudie maintenant le mouvement d'une particule chargée de charge q et de masse m dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme et stationnaire. On se place dans un référentiel d'étude galiléen, rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$. Le champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\,\vec{e}_z$ est dirigé suivant l'axe Oz (on considèrera $B > 0$).

On considèrera uniquement l'effet de la force magnétique et on négligera l'effet de la pesanteur.

On pose : $\omega_0 = \dfrac{qB}{m}$.

1. On se place dans un premier temps dans le cas où, à l'instant initial ($t = 0$), la particule est à l'origine O du repère et la vitesse initiale de la particule est dirigée suivant l'axe Ox ($\overrightarrow{v_0} = v_0\,\vec{e}_x$ avec $v_0 > 0$).

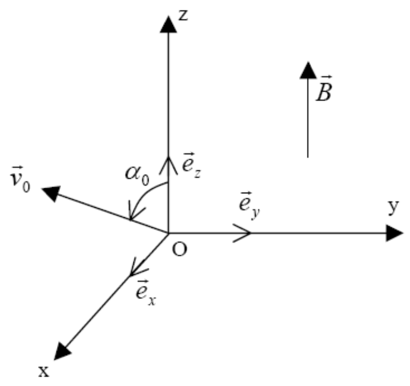
   (a) En prenant en compte les conditions initiales, montrer que la trajectoire de la particule est plane et contenue dans le plan Oxy.

   (b) Montrer que le module de la vitesse de la particule est constant.

(c) En admettant par ailleurs que la trajectoire de la particule chargée est un cercle lorsque sa vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique $\overrightarrow{B}_0$ uniforme, retrouver rapidement l'expression du rayon R de ce cercle.

2.a) On se place maintenant dans le cas où la vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ fait un angle α_0 avec l'axe Oz et l'on choisit les deux axes Ox et Oy de telle façon que le vecteur $\overrightarrow{v_0}$ soit contenu dans le plan xOz ($\overrightarrow{v_0} = v_{0x}\,\vec{e}_x + v_{0z}\,\vec{e}_z$ avec $v_{0x} > 0$ et $v_{0z} > 0$).

i. Par projection sur les trois axes du repère de l'équation vectorielle qui résulte de l'application du principe fondamental de la dynamique, déterminer les trois équations différentielles qui régissent les coordonnées x, y et z de la particule et leurs dérivées par rapport au temps.



b) *Méthode de résolution 1* : Déterminer les équations horaires complètes de $x(t)$ et $y(t)$ en découplant les équations différentielles obtenues.

c) *Méthode de résolution 2* : Sans découpler les équations différentielles, déterminer les équations horaires complètes de $x(t)$ et $y(t)$ en résolvant le système obtenu en utilisant la variable $\underline{X} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + i\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

d) Montrer que la trajectoire de la particule est une hélice ; déterminer (en fonction de α_0, ω_0 et v_0) son pas, le rayon du cylindre qui porte cette hélice ainsi que les coordonnées du point d'intersection de l'axe du cylindre qui porte l'hélice avec le plan Oxy.

3. Quels dispositifs expérimentaux pourraient être utilisés pour créer un champ magnétique sensiblement uniforme dans un certain volume ? Décrire brièvement ces dispositifs.

4. Expliquer le lien entre ce qui a été vu dans ce TD et les applications suivantes en quelques lignes, en vous appuyant sur les schémas des figures ci-dessous.

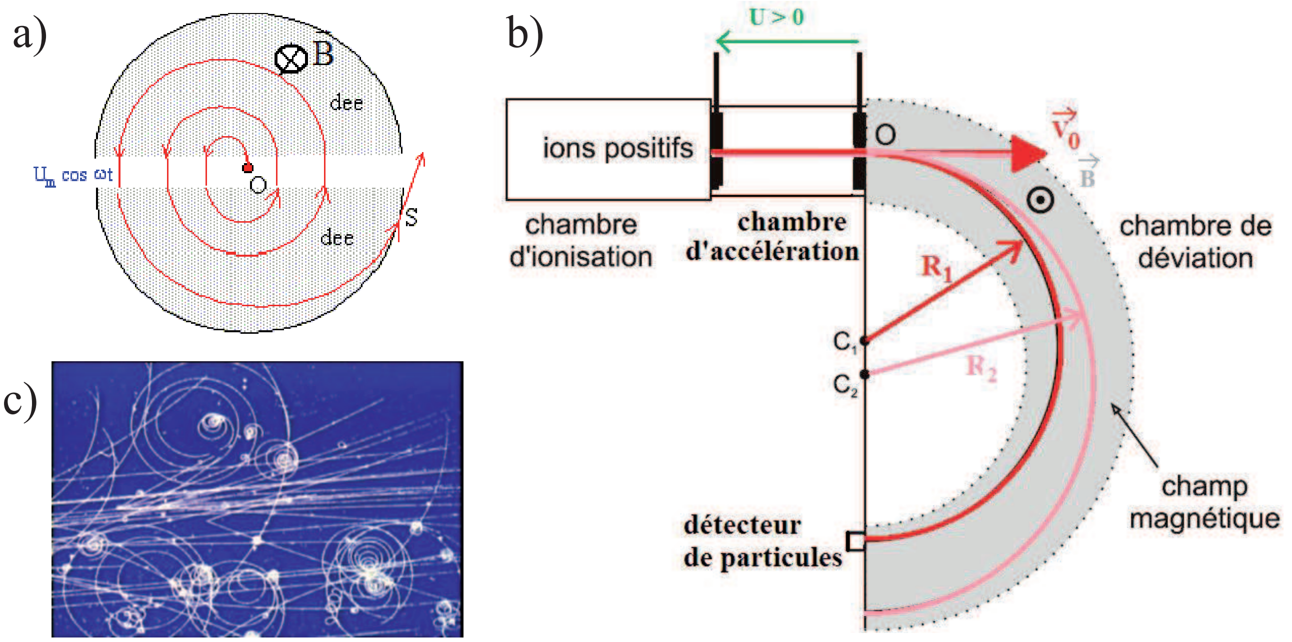


Figure 1 – *a) Cyclotron, b) Spectromètre de masse, c) Chambres à bulle ou à brouillard.*

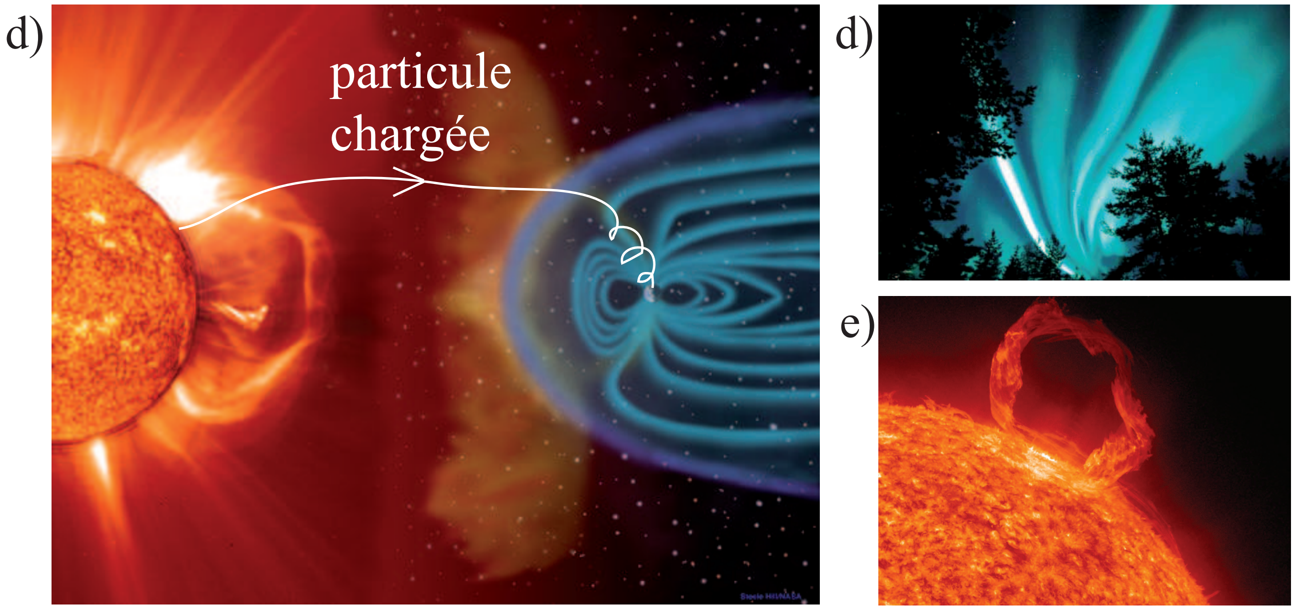


FIGURE 2 – *d) Aurores boréales, e) Jets de plasma lors d'éruptions solaires.*

4 Cyclotron de Laurence

Le premier cyclotron fut construit en 1932 par Lawrence à Berkeley (Californie). L'appareil avait un rayon de 14 cm et communiquait à des protons une énergie cinétique de 1.2 MeV. La différence de potentiel était de 4000 V au moment du passage du faisceau entre les dés.

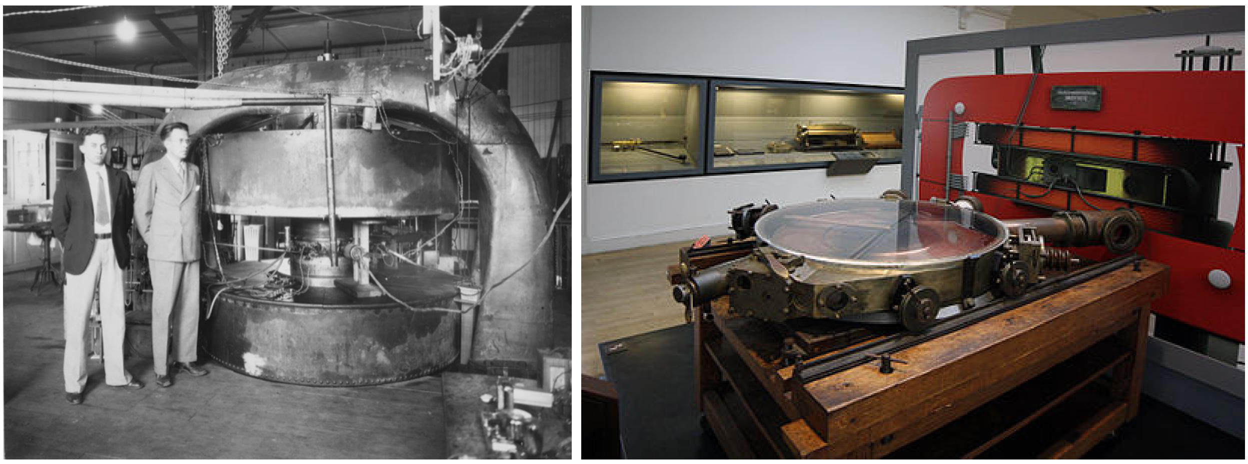


FIGURE 3 – *a) Lawrence et Livingston devant l'un des premiers cyclotrons (69cm de diamètre ici). b) Chambre à vide sortie de l'aimant du premier cyclotron français installé au Collège de France en 1937 par Frédéric Joliot-Curie. On devine les Dés à travers la vitre.*

Quelles étaient :

1. la vitesse maximale des protons ?
2. la tension accélératrice qu'il aurait fallu utiliser pour leur communiquer cette vitesse avec un accélérateur linéaire ?
3. la fréquence du champ accélérateur ? Celle-ci est-elle strictement constante ?
4. le nombre de tours décrits par les protons ?
5. le champ magnétique ?

Réponses : 1. $v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\mathrm{c\,max}}}{m}} = 1,52.10^7$ m.s^{-1}, 2. $U_a = \frac{E_{\mathrm{c\,max}}}{e} = 1,2.10^6$ V, 3. $f_0 = \frac{v_{\max}}{2\pi R_{\max}} = 1,73.10^7$ Hz, 4. $N = \frac{E_{\mathrm{c\,max}}}{2eU_0} = 150$, 5. $B = \frac{mv_{\max}}{eR_{\max}} = 1,13$ T.