

Interrogation de cours n°6



1 Électrostatique

- Donner la formule qui fait le lien entre champ électrostatique \vec{E} et potentiel électrostatique V .

$$0,5 \quad \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V \quad \text{Ⓢ}$$

- Énoncer le théorème de Gauss et retrouver son analogue en gravitation.

$$\text{Th de Gauss : } \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \text{Ⓢ}$$

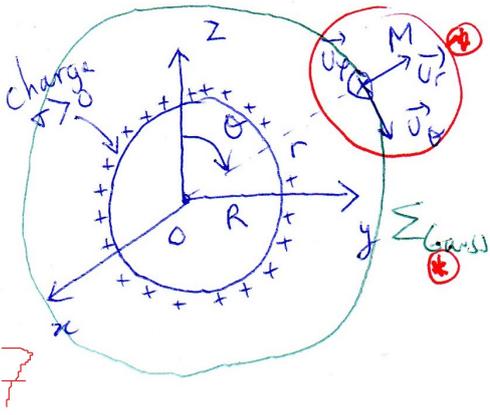
$$\downarrow \quad \text{en gravitation} \quad \vec{E} \leftrightarrow \vec{g} ; m \leftrightarrow q ; \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \leftrightarrow -G$$

$$\Rightarrow \oiint \vec{g} \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = M_{\text{int}} \times (-4\pi G) \quad \text{Ⓢ}$$

- Donner l'expression de l'énergie potentielle d'une charge q dans un potentiel V .

$$0,5 \quad E_p = qV (+ \text{cste}) \quad \text{Ⓢ}$$

- Calculer en tout point M de l'espace le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par une sphère de rayon R vide à l'intérieur et uniformément chargée en surface avec une densité de charge $\sigma > 0$.



Invariance de \mathcal{D} charges \Rightarrow par rotation d'angle θ et φ
 $\Rightarrow \vec{E}$ ne dépend que de r : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

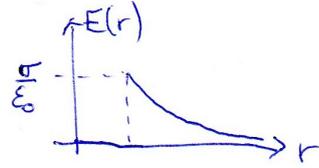
Symétries de \mathcal{D} charges:
 $\rightarrow (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) = \Pi_{\text{sym}} \Rightarrow \vec{E}(M) \perp \vec{u}_\theta$
 $\rightarrow (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\varphi) = \Pi_{\text{sym}} \Rightarrow \vec{E}(M) \perp \vec{u}_\varphi$
 $\left. \begin{array}{l} \vec{E}(M) \perp \vec{u}_\theta \\ \vec{E}(M) \perp \vec{u}_\varphi \end{array} \right\} \vec{E}(M) // \vec{u}_r$

et $\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$
 Bonus: $(O, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi) = \Pi_{\text{sym}} \Rightarrow \vec{E}(O) \perp \vec{u}_r$ et $\vec{E}(O) = \vec{0}$

Th de Gauss à Σ fermée (sphère de centre O et de rayon r , passant par M,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \text{et} \quad Q_{\text{int}} = \begin{cases} 4\pi R^2 \sigma & \text{si } r > R \\ 0 & \text{si } r < R \end{cases}$$

donc $\vec{E}(M) = \begin{cases} \vec{0} & \text{si } r < R \\ \frac{R^2 \sigma}{\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r & \text{si } r \geq R \end{cases}$



On vérifie que $[E] = \left[\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right] = \left[\frac{Q}{L^2 \epsilon} \right]$

Le champ est discontinu car il existe des charges surfaciques.

Rq: On remarque bien que $\vec{E}(O) = \vec{0}$.
 Loin de la sphère, on remarque que $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$ avec $Q = 4\pi R^2 \sigma = Q_{\text{tot}}$
 \Rightarrow cohérent Bonus