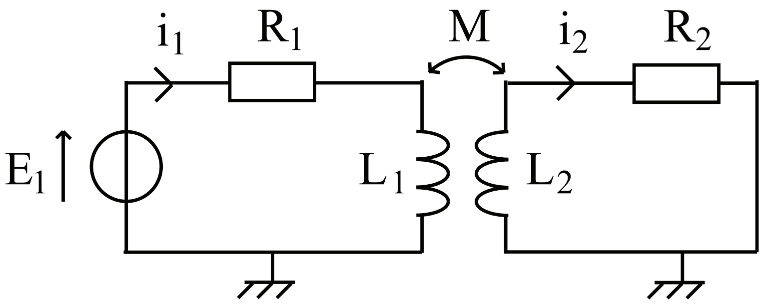
TD n°7bis - Induction

1 Questions de cours

1. *Lois générales* :
   (a) Comment peut-on définir le phénomène d'induction électromagnétique ?
   (b) Rappeler la loi de Faraday ainsi que sa convention d'orientation intrinsèque.
   (c) Énoncer la loi de Lenz.
2. *Auto-induction* :
   (a) Comment peut-on définir le phénomène d'auto-induction ? Démontrer l'expression de la tension $u_L(t)$ au bornes d'une bobine parcourue par un courant i à partir de la loi de Faraday. En déduire l'expression de son inductance L (ou coefficient d'auto-induction). On pourra assimiler la bobine à un solénoïde infiniment long. Sachant que l'inductance d'une bobine de 1000 spires utilisée en TP vaut $L = 50\ mH$, en déduire la valeur d'une inductance de mêmes dimensions, mais ne comportant que 500 spires.
   (b) Démontrer l'expression de l'énergie stockée dans une bobine d'inductance L à partir du calcul de la puissance reçue par celle-ci lorsqu'elle est parcourue par un courant i.
3. *Induction mutuelle* :
   (a) Comment définit-on le coefficient de mutuelle induction M ?
   (b) On considère deux circuits électriques couplés par induction mutuelle. Le primaire comprend un générateur délivrant une tension $E_1(t)$, d'une résistance R_1 et d'une bobine d'inductance L_1, couplée à l'inductance L_2 par une mutuelle induction M dans le circuit secondaire, comprenant également une résistance R_2.

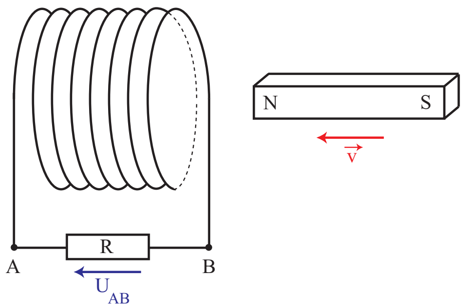


   Déterminer le système de deux équations couplant les courants i_1 et i_2 parcourant respectivement les circuits primaire et secondaire.
   (c) Citer au moins une application courante de ce type de dispositif.

2 Analyse qualitative du phénomène d'induction

On considère un barreau et une bobine, comme le montre la figure ci-contre.

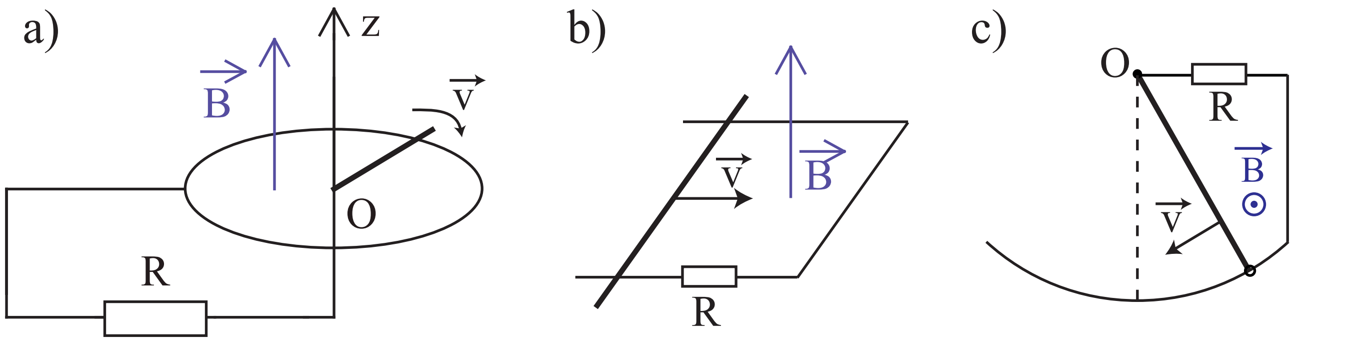
1. (a) Que vaut U_{AB} lorsque le barreau et la bobine sont immobiles ?
   (b) On déplace maintenant le barreau aimanté à vitesse constante vers la bobine. Quel est le signe de la différence de potentiel U_{AB} ?



Note :

On pourra visualiser l'expérience sur le lien suivant : https ://phet.colorado.edu/en/simulations/faradays-law

2. Dans la figure ci-dessous, déterminer le sens réel du courant induit. La seule partie mobile, représentée en gras, est lancée avec une vitesse initiale $\vec{v}$. Le champ magnétique est permanent et uniforme.

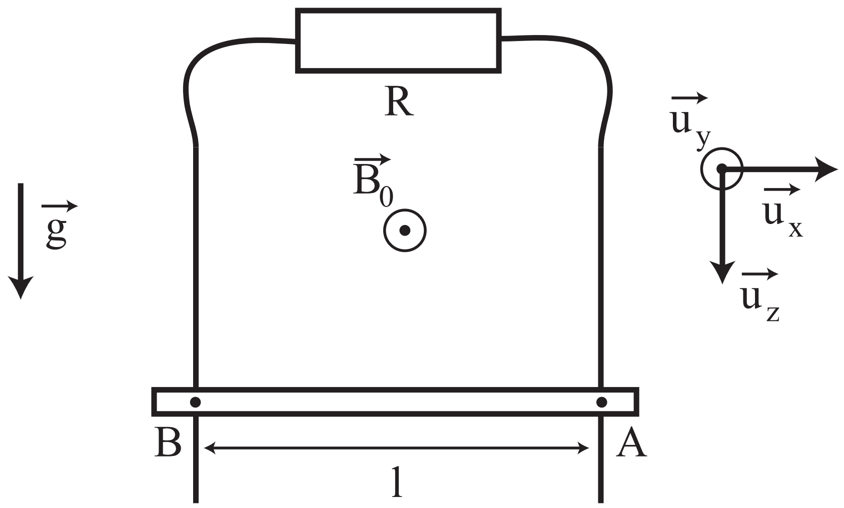


3 Rail de Laplace

Considérons un barreau métallique de masse m et de longueur ℓ astreint à se déplacer verticalement et sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = g\vec{u}_z$ (on choisira l'axe z vertical descendant pour simplifier les calculs), en présence d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0 = B_0\vec{u}_y$ comme représenté sur la figure ci-dessous.

Le barreau métallique est conducteur et ferme un circuit de résistance globale R dont on négligera le coefficient d'auto-induction L.

Le barreau est lâché à $t = 0$ sans vitesse initiale en $z = 0$. On cherche à étudier le mouvement ultérieur. On notera z la position verticale du barreau.



1. *Étude qualitative* :
   (a) Quel est le mouvement ultérieur du barreau ?
   (b) Rappeler l'énoncé de la loi de Lenz.
   (c) Appliquer cette loi ici en se basant sur la direction de la force de Laplace. En déduire le sens de parcours du courant induit.
   (d) Retrouver ce même résultat en basant cette fois le raisonnement sur l'évolution du flux du champ magnétique dans le circuit.
2. *Mise en équation* :
   (a) Déterminer l'équation électrique du circuit. Commenter les signes des grandeurs calculées.
   (b) Déterminer l'équation mécanique du circuit. Là encore, commenter les signes.

3. *Résolution* :
   (a) Déterminer la vitesse du barreau au cours du temps. Tracer $v(t)$ et faire une comparaison avec la chute libre.
   (b) Déterminer l'expression du courant dans le circuit en fonction du temps.

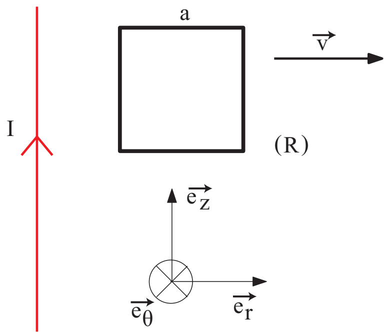
4. *Bilan énergétique* :
   Réaliser un bilan énergétique dans lequel on commentera le signe et l'origine de chacun des termes.

4 Déplacement d'un cadre dans un champ extérieur

Un cadre carré, de côté a et de résistance R se déplace dans un plan contenant un fil infini parcouru par un courant constant I.

Déterminer le courant induit dans ce cadre lorsqu'il s'éloigne du fil à la vitesse constante $\vec{v}$, à partir d'une situation où le bord du cadre est à une distance r_0 du fil. Que se passe-t-il si le cadre reste immobile ?

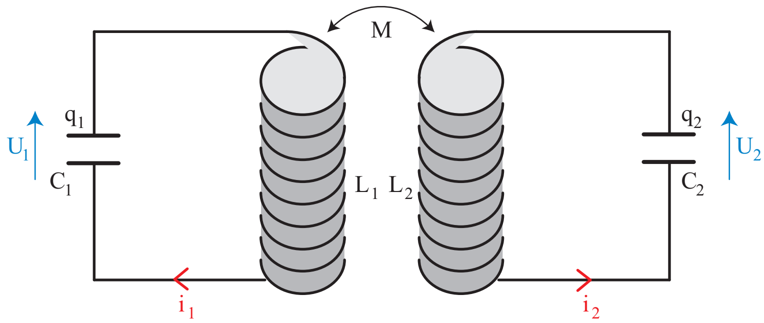
Réponse : $i = \dfrac{\mu_0 I a v}{2\pi R}\left(\dfrac{1}{r_0+vt} - \dfrac{1}{r_0+vt+a}\right)$.



5 Oscillateurs couplés par induction mutuelle

Deux circuits électriques sont couplés par induction mutuelle, comme indiqué sur la figure ci-contre. On néglige la résistance électrique de chacun et on précise les relations suivantes :

$$L_1 = L_2 = L \qquad , \qquad C_1 = C_2 = C$$



1. Soient q_1 et q_2 les charges des condensateurs à l'instant t. En se basant sur la position initiale de la charge de chaque condensateur sur le schéma, expliquer pourquoi on a ici $i_1 = -C\dfrac{dU_1}{dt}$ et $i_2 = -C\dfrac{dU_2}{dt}$. En déduire un système différentiel en q_1 et q_2. On posera :

$$k = \frac{M}{L} \qquad \text{et} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

2. À l'instant initial, le condensateur C_1 porte une charge Q tandis que C_2 est déchargé, les intensités dans les deux circuits sont nulles. Résoudre le système précédent.
3. Montrer que si $k \ll 1$, les fonctions $q_1(t)$ et $q_2(t)$ sont sinusoïdales du temps, de pulsation ω_0, modulées en amplitude à une pulsation Ω à déterminer.
4. En pratique, quels phénomènes vont limiter la durée des oscillations ?

Réponses : 1. $L\ddot{q}_1 + M\ddot{q}_2 + \dfrac{q_1}{C} = 0$ et $M\ddot{q}_1 + L\ddot{q}_2 + \dfrac{q_2}{C} = 0$.

6 Pince Ampèremétrique

Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté $a = 5cm$, d'axe Oz et de rayon moyen $3a/2$ (comme le montre la figure ci-dessous où l'on a représenté une section du tore et une vue de dessus) sur lequel sont bobinées régulièrement un grand nombre ($N = 10^4$) de spires carrées de côté a en série.

Ce circuit de résistance $R = 0.2\Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $r_0 = 0.3\Omega$. D'autre part un fil infini confondu avec l'axe Oz est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_m cos(\omega t)$, de fréquence $f = 50Hz$. Soit $i(t) = i_m cos(\omega t + \Psi)$ la valeur du courant dans la pince ampèremétrique en régime sinusoïdal forcé. Soit $\overrightarrow{B}$ le champ magnétique total, créé par le fil et la pince.

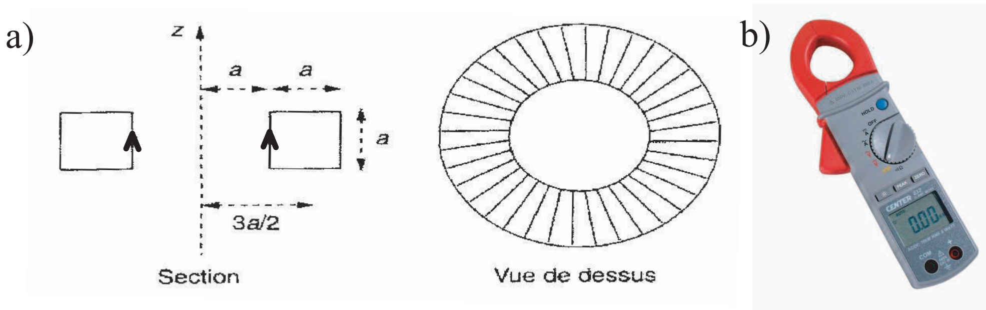


Figure 1 – *a) Schéma de la bobine torique. b) Modèle commercial de pince ampèremétrique.*

1. Justifier que $\overrightarrow{B} = B_\theta(r,z)\overrightarrow{u}_\theta$.
2. Déterminer $B_\theta(r,z)$ en un point M situé dans la section d'une spire carrée du tore.
3. En déduire le flux magnétique total ϕ à travers les N spires, puis l'expression du rapport i_m/I_m. On pourra ici négliger Ni devant I compte-tenu des valeurs respectives des courants dans un tel appareil (i correspond au courant de mesure, faible, alors que I correspond au courant à mesurer, a priori important).
4. Expliquer l'intérêt d'un tel dispositif et commenter l'influence de chacun des paramètres pour une meilleure utilisation. Peut-on utiliser une pince ampèremétrique pour mesurer un courant continu ?

Réponses : 2. $\overrightarrow{B} = \dfrac{\mu_0(Ni+I)}{2\pi r}\overrightarrow{u}_\theta$, 3. $\dfrac{i_M}{I_M} = \dfrac{\mu_0 a ln2}{2\pi(R+r_0)}N\omega$.