Ondes électromagnétiques dans les milieux matériels - Application à l'effet de peau dans les conducteurs

Table des matières

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans un second milieu matériel : les conducteurs. L'objectif de cette leçon est de comprendre l'expérience suivante :

<u>Expérience introductive</u> : Un téléphone portable ne peut recevoir d'appel lorsqu'il est enveloppé d'une simple feuille de papier aluminium, alors qu'il fonctionne parfaitement lorsqu'il est dans une pièce fermée.

I Équations d'ondes dans un conducteur ohmique

I.1 Equations de Maxwell dans un conducteur ohmique

I.2 Équations de propagation dans un conducteur ohmique

- **Recherchons tout d'abord l'équation différentielle vérifiée par le champ électrique $\overrightarrow{E}$.**

- **Recherchons maintenant l'équation différentielle vérifiée par la densité de courant $\overrightarrow{j}$.**

- **Recherchons enfin l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ $\overrightarrow{B}$.**

II Effet de peau dans un conducteur

On s'intéresse à la propagation dans un métal d'une onde électromagnétique OPPH polarisée linéairement selon $\overrightarrow{u}_z$ et se propageant dans la direction $+\overrightarrow{u}_x$. Son champ $\overrightarrow{E}$ est défini en complexe par :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x)} \overrightarrow{u}_z$$

On notera qu'on utilise directement la notation complexe car l'équation de propagation est linéaire.

II.1 Relation de dispersion dans un conducteur ohmique

II.2 Caractéristique de l'onde se propageant dans le conducteur

Remarque

Une animation disponible sur le site de la classe dans la rubrique python permet de tracer l'onde transmise et l'onde réfléchie lors qu'on envoie une OPPH sous incidence normale vers un conducteur réel.
On notera l'absorption rapide de l'onde, sur une distance de l'ordre de δ.
On pourra également étudier les deux cas limites pour le milieu de droite :

- ***conducteur parfait*** *($\gamma \to \infty \Rightarrow \delta \to 0$) : il y a réflexion totale avec génération d'une onde réfléchie en opposition de phase et d'une onde totale stationnaire.*
- ***vide*** *($\gamma \to 0 \Rightarrow \delta \to \infty$) : on devrait s'attendre ici à ce que l'onde traverse l'interface sans être modifiée, or ce n'est pas ce qui observé. Ceci est dû au fait que dans ce cas, l'ARQS n'est plus vérifiée et on ne peut plus négligé le terme du courant de déplacement, ce qui a été supposé dans la modélisation...*

II.3 Epaisseur de peau

a) Définition et ordres de grandeur

Les amplitudes des champs et des courants dans le conducteur décroissent en $e^{-\frac{z}{\delta}}$. La longueur caractéristique de cet amortissement est :

$$\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0}}}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ sont des ondes qui se propagent dans le milieu sur une distance caractéristique δ. On l'appelle l'**épaisseur de peau**. Elle représente la **profondeur de pénétration** du champ électromagnétique et des courants à l'intérieur d'un conducteur : à une distance supérieure à quelques fois δ de l'interface entre le conducteur et le milieu extérieur, le champ $\overrightarrow{E}$ et les courants peuvent être considérés comme nuls.

Ce phénomène est appelé *effet de peau* parce que δ prend des valeurs très faibles pour un bon conducteur aux fréquences moyennes et élevées. Pour le cuivre, dont la conductivité vaut $\gamma = 6 \times 10^7 S.m^{-1}$, $\delta \simeq 1mm$ pour $f = 50Hz$, qui est pourtant une fréquence basse. Pour de plus grandes fréquences, δ est encore plus faible.

Les résultats établis ici pour une géométrie particulière se généralisent à un conducteur de forme quelconque, lorsque l'épaisseur de peau reste faible devant le rayon de courbure du conducteur.

b) Applications

- **Fils électriques multi-brins** : Le courant ne se propageant qu'en surface d'un conducteur à haute fréquence, utiliser un fil plein est inutile, et des fils tubulaires ou multi-brins sont donc souvent utilisés afin d'économiser le matériau conducteur.

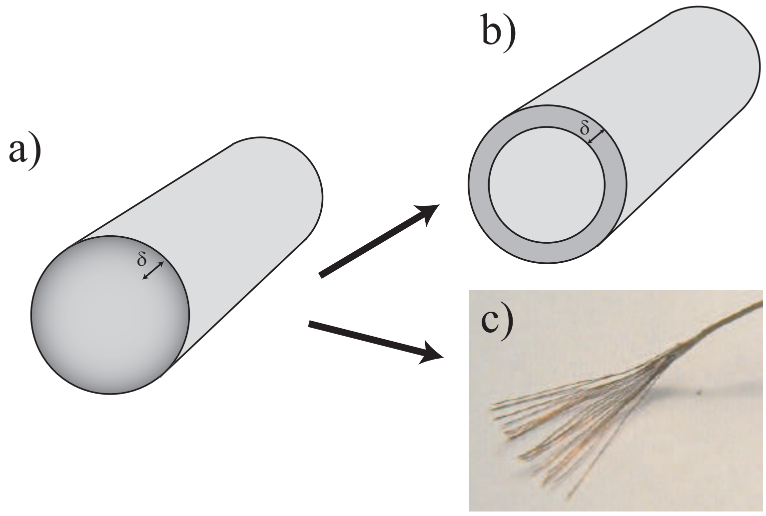

Figure 1 – *a) Epaisseur de peau δ dans un fil cylindrique (cf cylindre de métal rouge en périphérie seulement lors du chauffage par induction au palais de la découverte). b) Epaisseur de peau dans un fil tubulaire. c) Conducteur multi-brin pour les fréquence plus élevées.*

  Pour des fréquences allant d'une centaine de kHz à quelques MHz, on peut utiliser un fil constitué de multiples brins (diam. 0,05 mm environ) de cuivre émaillé thermo-soudable tressés ensemble, ce qui augmente la surface de la "peau" par rapport à un conducteur plein de section équivalente.

  La section "utile" diminuant avec la fréquence à cause de l'effet de peau, on peut également en déduire que la résistance d'un conducteur augmente avec la fréquence.

- **Blindage électromagnétique** : D'après l'expression de l'épaisseur de peau, les rayonnements électromagnétiques sont d'autant mieux arrêtés par un plan métallique que la fréquence est élevée et que son épaisseur est grande devant l'épaisseur de peau. On s'aperçoit que pour les fréquences de plusieurs dizaines de MHz, quelques dizaines de microns d'épaisseur de métal sont souvent suffisantes. C'est le principe de la *cage de Faraday* qui est utilisée pour les installations électriques, les "tours" d'ordinateurs...

Exemple

> *Sachant que la fréquence utilisée pour les communications avec les téléphones portables est de l'ordre de 900 MHz, et que la conductivité électrique de l'aluminium est $\gamma_{alu} = 4.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$, on déduit*[a] *que l'épaisseur de peau dans l'aluminium est de l'ordre de :*
>
> $$\delta =$$
>
> *L'épaisseur d'une feuille d'aluminium étant de l'ordre de $20\mu m$, on constate alors bien qu'un téléphone portable enroulé dans une simple feuille d'aluminium ne peut plus recevoir d'appel.*
>
> [a] On notera que μ_0 doit être remplacé par $\mu_0\mu_r$ dans un matériau, mais que μ_r est de l'ordre de 1 pour les matériaux non ferromagnétiques (1.000022 pour l'aluminium par exemple).

On notera que de petits trous, même nombreux, conserveront la qualité du blindage. C'est ainsi que l'on peut remplacer une surface métallique par une grille, comme dans les blindages de micro-ondes ou de téléphone portable pour alléger et empêcher un trop grand échauffement (voir photo). Il suffira que le périmètre des trous soit très petit par rapport à la longueur d'onde[1].

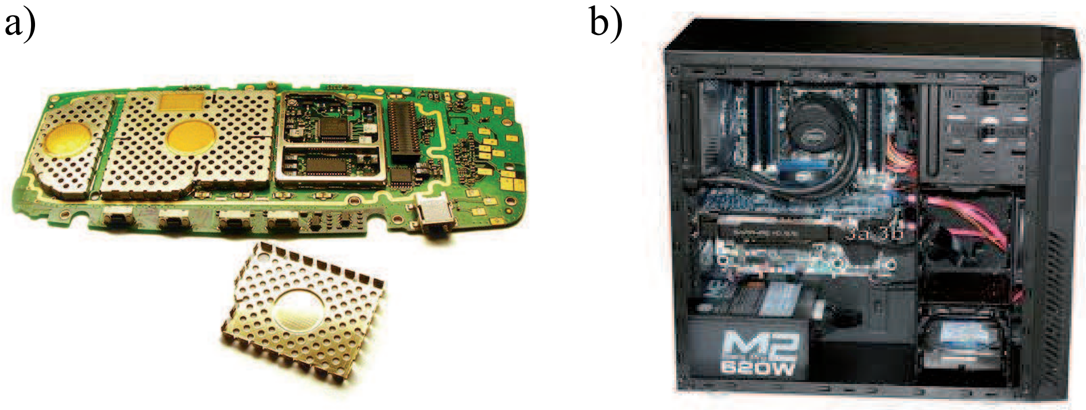

Figure 2 – *Blindage électromagnétique a) dans un téléphone portable, b) dans un ordinateur.*

Au contraire, une fente, constituée par un couvercle plaqué sur un coffret, pourra réduire fortement l'efficacité du blindage. Une fente dont le périmètre est proche de la longueur d'onde sera même une véritable antenne ! Pour réduire ces effets des fentes, on s'assurera que le périmètre des fentes (soit donc deux fois la longueur) reste petit par rapport à la longueur d'onde la plus petite qui pourrait être rayonnée. C'est pour cette raison que l'on trouve parfois des couvercles fixés par un grand nombre de vis. On réduit ainsi le périmètre de chaque fente.

1. On retrouve ici un critère analogue à celui que nous verrons dans le chapitre de la diffraction en optique. Ici, avec une fréquence des téléphones portables de l'ordre de $900MHz$, il faut que la taille des trous soit très petite devant $\lambda = \frac{c}{\nu} \simeq 30cm$. Ceci permet de comprendre également pourquoi il est possible de capter avec un téléphone portable dans une voiture, mais que la réception soit moins bonne qu'à l'extérieur puisque la taille des fenêtres est à la limite.

- **Différence entre les accidents électriques** :
  - ▷ pour un accident avec des émetteurs radio-fréquences, faisant intervenir des signaux de fréquence élevée ($500 MHz$ pour la télévision hertzienne, entre 900 et $1800 MHz$ pour les téléphones portables), on parle de *brûlures*. La profondeur de peau est très faible dans ce cas, et ne touche que les tissus de surface. La brûlure est dûe à l'énergie libérée par effet Joule lors de la circulation du courant dans la peau [2].
  - ▷ pour un accident électrique avec le secteur, de fréquence $50 Hz$, on parle d'*électrocution*. La fréquence étant relativement faible, le courant pénètre davantage dans le corps, et peut entraîner une fibrillation des muscles, notamment du cœur. La fréquence étant divisée par un facteur 10^7 par rapport au cas précédent, la profondeur de peau est 3000 fois plus grande environ [3].

III Modèle du conducteur parfait

Le conducteur parfait correspond au cas limite pour lequel γ tend vers l'infini, et donc pour lequel l'épaisseur de peau tend vers zéro.

En pratique, un conducteur est dit *parfait* si son épaisseur de peau δ est très faible devant les longueurs caractéristiques du problème étudié :

$$\textbf{Conducteur parfait} \quad \text{si} \quad \boxed{\delta \ll L}$$

où L est la taille caractéristique du milieu conducteur considéré.

Propriété

À l'intérieur d'un conducteur parfait, $\delta \to 0$, et les courants volumiques $\vec{j}$ et le champ électrique $\vec{E}$ ne peuvent pas pénétrer à l'intérieur du conducteur ; ils sont donc nuls :

$$\boxed{\vec{E} = \vec{0} \qquad \textbf{à l'intérieur d'un conducteur parfait}}$$

Remarque

> *Si les courants volumiques sont nuls dans un conducteur parfait, on voit cependant que ceux-ci seront localisés à la surface du matériau, comme nous le verrons dans le chapitre suivant.*

L'équation de Maxwell-Faraday, $\overrightarrow{Rot}\vec{E} = \vec{0} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ implique que dans un conducteur parfait, le champ magnétique est nécessairement statique

Propriété

Dans un conducteur parfait : $\vec{B} = \vec{B}_0$

2. L'application numérique avec une conductivité de la peau de l'ordre de $\gamma = 3.5\Omega^{-1}.m^{-1}$ donne : $\delta = 1cm$.
3. On obtient alors une profondeur de peau de l'ordre de $\delta = 38m$, ce qui signifie que le courant se propage dans tout le corps, en évitant les parties les moins conductrices (la graisse a par exemple une conductivité 10 fois moins importante que la peau).

Remarque

*On notera que les **supraconducteurs** ont une résistance strictement nulle et constituent donc de véritables conducteurs parfaits puisque leur conductivité est infinie. On peut montrer que le champ magnétique est nul dans un tel matériau (cf DM correspondant). Ce phénomène est appelé effet Meissner : les lignes de champ magnétique sont expulsées à l'extérieur du supraconducteur. C'est ce phénomène qui est à l'origine de la lévitation d'un aimant au dessus d'un tel matériau.*

Conclusion

Nous avons montré l'existence de l'épaisseur de peau dans les conducteurs lorsque le courant de conduction est négligeable (basse fréquence et conductivité électrique grande). Nous verrons dans le chapitre suivant que pour un très bon conducteur à plus haute fréquence, cet effet s'accompagne de la réflexion de l'onde électromagnétique incidente.

Questions sur le cours - Effet de peau dans les conducteurs

I. Équations d'ondes dans un conducteur ohmique

- Donner les équations de Maxwell dans un conducteur ohmique.
- En déduire que, dans un conducteur, le vecteur densité de courant et les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ vérifient une même équation de diffusion.

II. Effet de peau dans un conducteur

- Déterminer la relation de dispersion dans le cas d'une OPPH écrite sous la forme complexe suivante :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k} x)} \overrightarrow{u}_z$$

- En déduire l'expression du champ électromagnétique dans le conducteur. Déterminer les caractéristiques de propagation du milieu (dispersion, absorption).
- Comment appelle-t-on δ ? Pourquoi ? Donner quelques conséquences de son existence en s'appuyant sur l'expression littérale de δ.
- Définir un conducteur parfait. Que vaut l'épaisseur de peau ? Justifier pourquoi $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$ à l'intérieur d'un conducteur parfait. Que vaut le champ magnétique ? Quelle est la propriété supplémentaire vis à vis du champ électromagnétique que possède un supraconducteur ?

III. Extrait du programme officiel

Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique en régime lentement variable. Effet de peau.	Établir et interpréter l'expression de la grandeur caractéristique d'atténuation de l'onde électromagnétique dans un milieu ohmique.