

Réflexion sous incidence normale d'une OPPH sur un plan conducteur parfait

Table des matières

I	Réflexion sous incidence normale d'une OPPH sur un plan conducteur parfait	2
I.1	Position du problème	2
I.2	Rappels sur le modèle du conducteur parfait	2
I.3	Relations de passage et application à l'interface métal parfait - vide	3
I.4	Onde réfléchie	4
I.5	Densités surfaciques	6
I.6	Analyse des résultats obtenus en fonction des symétries du problème	7
I.7	Structure de l'onde résultante : onde stationnaire	8
I.8	Aspect énergétique	9
II	Application aux guides d'ondes électromagnétiques	11
II.1	Guides d'ondes centimétriques	11
II.2	Guides d'ondes dans le visible ou le proche infrarouge	11

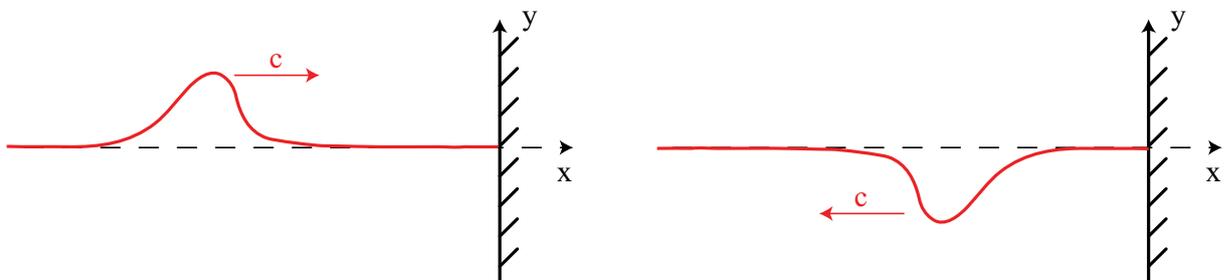
Introduction

- Première expérience introductive : **Un faisceau laser traverse une vitre mais ne traverse pas une fine couche d'aluminium. Il est réfléchi.**

Le but de ce chapitre est de comprendre en détail cette expérience. On peut déjà en donner une première explication qualitative : le faisceau laser est assimilable, au moins localement, à une onde plane progressive monochromatique se propageant dans la direction \vec{k}_i . Le champ électromagnétique à l'interface génère des courants induits négligeables dans le cas du verre (γ petit) mais très importants dans le cas d'un métal (γ grand). Dans ce dernier cas, ces courants de Foucault créent alors un champ électromagnétique qui s'ajoute au champ électromagnétique incident, annihile le champ transmis, et génère un champ réfléchi.

- Seconde expérience introductive : **Propagation d'une perturbation sur une corde (ou sur un ressort) fixée à une extrémité.**

On constate tout d'abord que la perturbation réfléchie au niveau de l'extrémité est déphasée de π par rapport à l'onde incidente. De plus, on constate que si la perturbation créée est une onde s'apparentant à une OPPH, l'onde réfléchie se superpose à l'onde incidente et forme une onde stationnaire.



I Réflexion sous incidence normale d'une OPPH sur un plan conducteur parfait

I.1 Position du problème

On considère une onde incidente plane progressive monochromatique, polarisée rectilignement, se propageant dans l'air assimilé à du vide selon \vec{u}_z telle que :

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= E_{0i} e^{j(\omega t - k_i z)} \vec{u}_x & \text{avec, dans le vide } \vec{k}_i &= \frac{\omega}{c} \vec{u}_z \\ \vec{B}_i &= \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t - k_i z)} \vec{u}_y\end{aligned}$$

On suppose que cette onde arrive en incidence normale sur un conducteur parfait : l'interface air/conducteur est représentée par le plan $z = 0$.

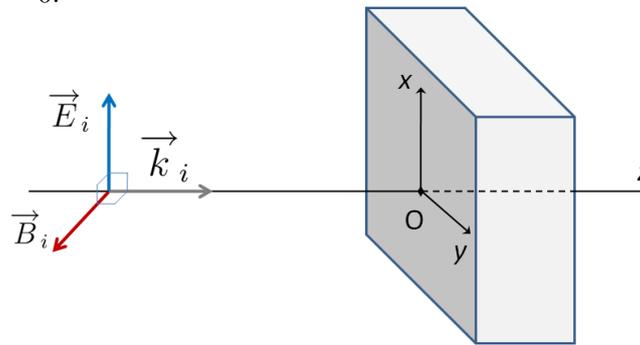


FIGURE 1 – Onde électromagnétique incidente arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait.

I.2 Rappels sur le modèle du conducteur parfait

Dans la pratique, on rappelle qu'un conducteur peut être considéré comme parfait lorsque son épaisseur de peau est faible devant les dimensions du conducteur, et en particulier devant son épaisseur. L'onde sera atténuée très rapidement dans le conducteur et on pourra alors supposer alors qu'il y a réflexion totale sur les parois du conducteur.

Rappels :

- $\gamma \rightarrow \infty$ correspond à la définition du conducteur parfait,
- comme la conductivité tend vers l'infini dans un conducteur parfait, l'épaisseur de peau $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ tend vers 0, de sorte que le champ électrique ne peut pas pénétrer dans le milieu, et $\vec{E} = \vec{0}$ car on supposera qu'il n'y a pas de source de champ électrostatique \vec{E}_0 .
- l'équation de Maxwell-Faraday : $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$ implique que seul un champ indépendant du temps peut exister dans un conducteur parfait. On supposera dans la suite qu'il n'y a aucun champ statique (car il n'y a aucune sources de courant excepté le champ incident), donc $\vec{B} = \vec{0}$.
- l'équation de Maxwell-Gauss : $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ implique directement que $\rho = 0$.
- l'équation de Maxwell-Ampère : $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ implique directement que $\vec{j} = \vec{0}$.

Propriété

Caractéristiques du conducteur parfait : $\gamma \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 = \vec{0} & , & & \vec{B} &= \vec{B}_0 = \vec{0} \\ \rho &= 0 & , & & \vec{j} &= \vec{0}\end{aligned}$$

Conséquence

Dans un conducteur parfait en régime variable, les charges et les courants ne peuvent être que surfaciques.

I.3 Relations de passage et application à l'interface métal parfait - vide

a) Cas général

En présence de charges et de courants surfaciques au niveau d'une interface, les champs électrique et magnétique sont discontinus. Ces discontinuités sont données par (celles-ci seront rappelées dans les énoncés) :

b) Cas d'une interface vide - métal parfait

I.4 Onde réfléchie

a) Nécessité d'une onde réfléchie

b) Champ électrique de l'onde réfléchie

c) Champ magnétique de l'onde réfléchie

d) Analyse de l'onde réfléchie

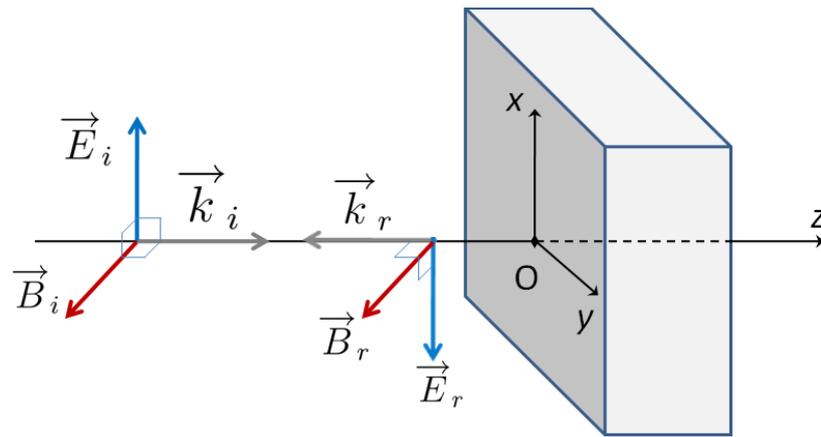
Par rapport à l'onde incidente :

★ le champ électrique réfléchi est déphasé de π : $\vec{E}_{0r} = -\vec{E}_{0i}$; on retrouve le cas de la perturbation envoyée sur une corde attachée à une extrémité.

★ le champ magnétique réfléchi n'est pas déphasé : $\vec{B}_{0r} = \vec{B}_{0i} = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_{0i}}{c}$.

Propriété

Lors de la réflexion en incidence normale sur un conducteur parfait, l'onde réfléchie a la même pulsation et se propage en sens inverse de l'onde incidente.



I.5 Densités surfaciques

Propriété

Une O.P.P.M. arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait génère au niveau de la surface du conducteur :

- * une densité surfacique de charge nulle

$$\sigma = 0$$

- * une densité surfacique de courant proportionnelle au champ électrique incident au niveau de la surface

$$\vec{j}_s = \frac{2\vec{E}_i(z=0)}{\mu_0 c}$$

Remarque

Ce sont les courants surfaciques qui sont à l'origine du champ réfléchi. Cela explique pourquoi l'onde réfléchie a même pulsation que l'onde incidente : des courants oscillants à la pulsation ω engendrent en régime permanent un champ électromagnétique de pulsation ω :

$$\vec{E}_i(\omega) \longrightarrow \vec{j}_s(\omega) \longrightarrow \vec{E}_r(\omega)$$

Ceci permet de comprendre pourquoi, pour les micro-ondes (ou ondes centimétriques car $\lambda \simeq 1\text{cm}$), un polariseur peut être constitué par une série de tiges métalliques espacées d'environ 1cm qui arrêtera l'onde si les tiges sont parallèles au champ électrique de l'onde^a et laissera passer l'onde si elles sont perpendiculaires (en effet, les courants donnant naissance au champ réfléchi ne peuvent se développer et tout se passe comme s'il n'y avait pas d'obstacle). **Attention la direction du polariseur n'est pas celle de la direction des tiges, comme nous l'avions vu pour le cas de la corde !**

Par analogie, on comprend que les polariseurs dans le visible (polaroïds par exemple) sont formés de longues molécules alignées et espacées d'environ la taille de la longueur d'onde, soit $1\mu\text{m}$.

a. La façon dont l'onde polarisée est générée par les diodes Gunn sera présentée dans le chapitre sur le dipôle rayonnant.

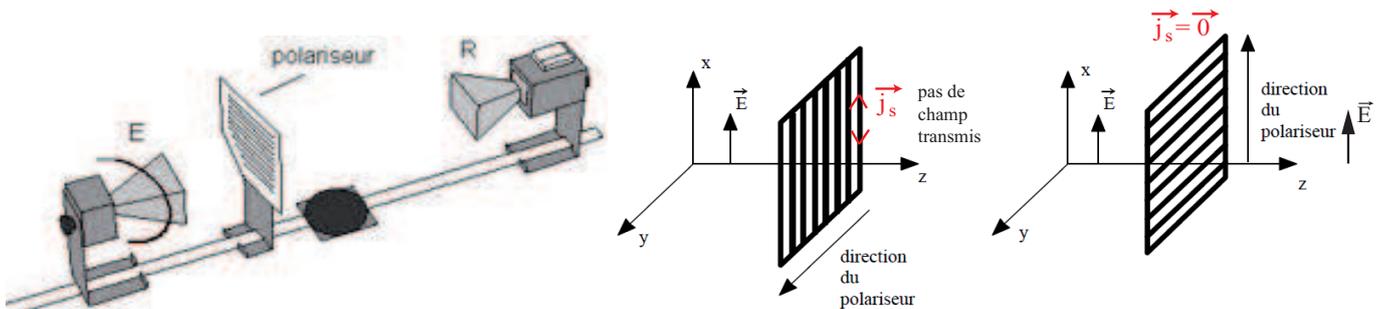


FIGURE 2 – Une simple grille peut jouer le rôle d'un polariseur avec des ondes centimétriques. Les diodes Gunn émettent (E) et reçoivent (R) une onde polarisée verticalement.

Remarque

Ceci permet aussi de comprendre pourquoi les portes des fours micro-ondes, bien que possédant une porte grillagée, ne laissent pas passer les ondes vers l'extérieur. En effet, les ondes utilisées étant également des ondes centimétriques de longueur d'onde d'environ 10cm et une fréquence de 2.45MHz , la grille joue le même rôle qu'un polariseur et un analyseur croisés.

On notera que la lumière passe au travers car λ est plus petit, de même que les rayons X passent au travers d'un polariseur de lumière visible.

I.6 Analyse des résultats obtenus en fonction des symétries du problème

En analysant la symétrie du problème initial, nous aurions pu simplifier un peu l'étude précédente. En effet, les sources de l'onde réfléchie et des courants surfaciques sont d'une part le champ électromagnétique et la géométrie des milieux air+ conducteur.

Quel que soit le point M dans le vide ou à la surface du conducteur parfait :

- Le plan $(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie de \vec{E}_i et du milieu, et plan d'antisymétrie de \vec{B}_i .
- Le plan $(M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est plan d'antisymétrie de \vec{E}_i et plan de symétrie de \vec{B}_i et du milieu.

Les vecteurs vrais générés, champ réfléchi \vec{E}_r et les courants surfaciques \vec{j}_s , sont donc nécessairement contenus dans le premier plan et perpendiculaires au second, donc suivant \vec{u}_x . Par ailleurs, le pseudo-vecteur généré, c'est à dire le champ magnétique réfléchi, est nécessairement perpendiculaire au premier plan et contenu dans le second, donc suivant \vec{u}_y . C'est bien ce que nous avons montré par le calcul complet. La linéarité permet quand à elle justifier que la pulsation n'est pas modifiée : $\omega_r = \omega$.

On pourra utiliser ce raisonnement directement lorsqu'un tel calcul est demandé en exercice.

I.7 Structure de l'onde résultante : onde stationnaire

a) Superposition des champs électromagnétiques incident et réfléchi

Déterminons les expressions des champs électrique et magnétique total dans le demi-espace $z < 0$.

Cette onde :

- ★ est une onde plane puisque les champs ne dépendent que de la coordonnée cartésienne z ;
- ★ n'est pas une onde progressive car les champs ne dépendent pas de $z \pm ct$.

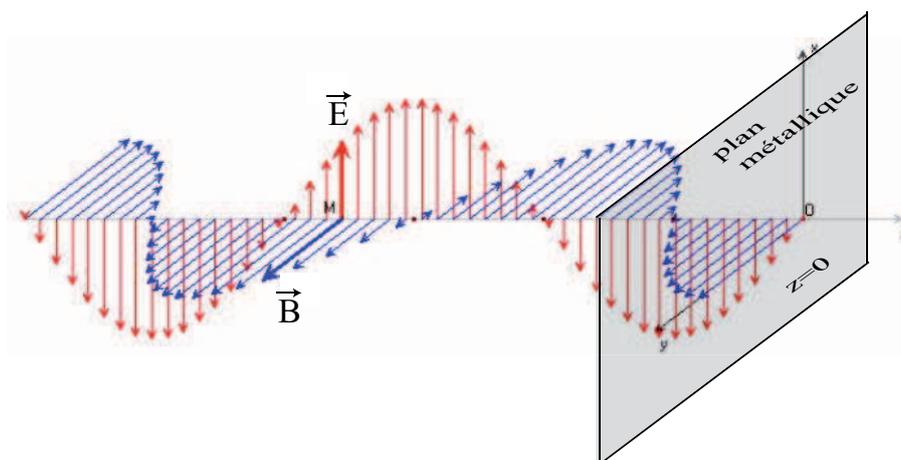


FIGURE 3 – *Champ électromagnétique d'une onde se réfléchissant sous incidence normale sur un métal parfait situé dans le plan $z = 0$.*

En revanche, les champs s'écrivent comme le produit d'une fonction du temps par une fonction d'espace. C'est une onde stationnaire. On retrouve bien ce qui avait été montré en introduction, et vu dans la vidéo des ondes dans un bassin.

Propriété

L'onde résultant de la superposition des O.P.P.M. incidente et réfléchie est une onde plane stationnaire, dont les champs électriques et magnétiques sont orthogonaux entre eux et oscillent en quadrature (et non plus en phase, comme dans le vide sans onde réfléchie).

b) Nœuds et ventres

I.8 Aspect énergétique

II Application aux guides d'ondes électromagnétiques

II.1 Guides d'ondes centimétriques

Les guides d'ondes correspondent en pratiques à des guides conducteurs rectangulaires ou cylindriques (câble coaxial).

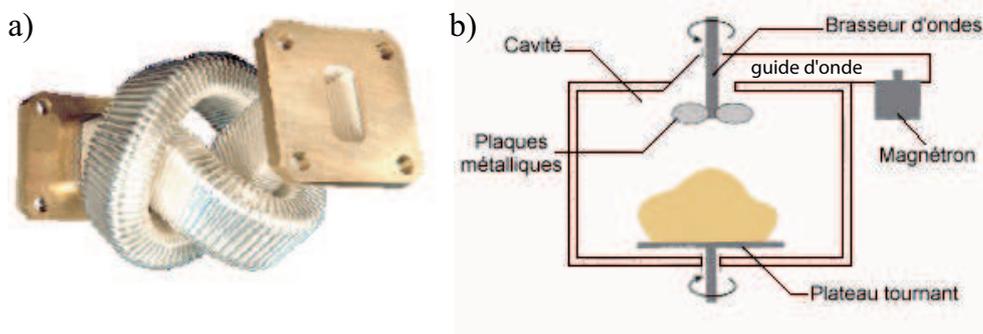
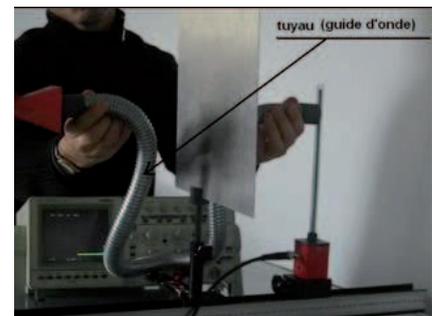


FIGURE 4 – a) Exemple de guide d'onde pour les ondes centimétriques. b) Four à micro-onde.

Expérience d'illustration :

On montre que la présence d'une plaque métallique placée entre un émetteur d'onde électromagnétiques centimétriques et une antenne réceptrice empêche la réception de l'onde, mais que l'ajout d'un tuyau métallique flexible jouant le rôle de guide d'onde permet de retrouver un signal.

On notera l'analogie avec le guide d'onde acoustique que constitue un tuyau ou même un fil (cf téléphone pour enfants avec gobelets à chaque extrémité).



Principe de fonctionnement d'un four à micro-onde :

Les fours à micro-ondes domestiques fonctionnent à une fréquence de $2,45 \text{ GHz}$, correspondant à une mise en oscillation/vibration maximale des molécules d'eau présentes dans les aliments. L'effet des micro-ondes est ainsi d'augmenter l'agitation thermique et donc la température à l'intérieur de l'aliment. La source de rayonnement dans un four à micro-ondes est le magnétron, un tube qui, essentiellement, convertit le courant électrique du secteur ayant une fréquence de 50 Hz en rayonnement électromagnétique¹ de $2,45 \text{ GHz}$.

L'énergie des micro-ondes du magnétron est transférée à la cavité du four par l'intermédiaire d'un guide d'ondes. Un agitateur distribue l'énergie des micro-ondes plus ou moins uniformément dans tout le four.

II.2 Guides d'ondes dans le visible ou le proche infrarouge

Les **fibres optiques** sont par exemple des guides d'ondes pour le visible. Elles sont le plus souvent utilisées en télécommunications à $\lambda \simeq 1,5 \mu\text{m}$.

Un domaine prometteur actuellement pour la miniaturisation des systèmes optiques du visible est celui des **cristaux photoniques**. Sans rentrer dans les détails, ces cristaux se présentent typiquement sous la forme d'un réseau périodique de trous gravés dans une couche de semi-conducteur. Ils permettent de réaliser des micro-lasers, de ralentir la lumière, de générer des matériaux d'indice négatif, etc...

1. On notera que cette fréquence est très proche de celles utilisées pour les téléphones portables et le wifi, qui sont respectivement de 2 GHz et $2,4 \text{ GHz}$.

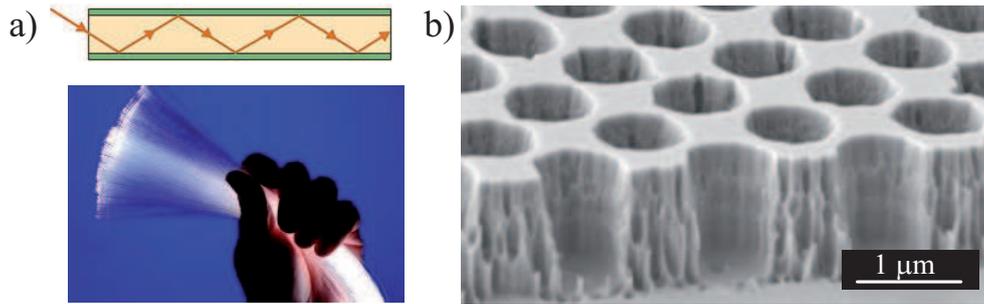


FIGURE 5 – a) *Fibre optique.* b) *Cristal photonique.*

Conclusion

Nous verrons en exercice que la propagation guidée des ondes électromagnétiques change fortement les propriétés des ondes par rapport à leur propagation libre dans le vide. En particulier, nous mettrons en évidence l'existence de solutions des équations de Maxwell qui sont transverses électriques, les modes TE_n mais non transverses magnétiques.

Nous verrons que ces ondes ont une double structure : progressives selon \vec{u}_z et stationnaires selon \vec{u}_x conformément à l'interprétation de cette solution comme superposition de deux ondes planes progressives se propageant en zigzag à l'intérieur du guide.

Ces solutions dépendent d'entiers et portent le nom de modes. Il y a dispersion dans le guide d'ondes qui agit comme un filtre passe-haut.

En conséquence, les signaux se déforment au cours de leur propagation ce qui est une contrainte à prendre en considération pour la transmission d'informations.