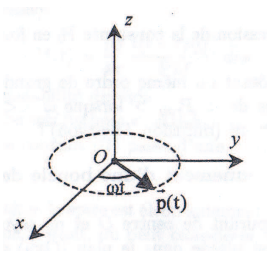
TD n°16 - Rayonnement dipolaire

1 Dipôle tournant

Un dipôle tourne dans le plan Oxy à la vitesse angulaire ω.

1. En notant p_0 la norme constante du moment dipolaire, décomposer le vecteur $\overrightarrow{p}$ sur les axes Ox et Oy, puis en déduire la puissance $\mathcal{P}_{ray}$ rayonnée à travers la sphère de centre O et de rayon r, en fonction de μ_0, c, p_0 et ω. On rappelle la formule de Larmor du rayonnement du dipôle :

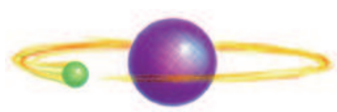


$$\mathcal{P}_{ray} = \frac{\mu_0 \langle \ddot{p}^2 \rangle}{6\pi c}$$

2. Quel système peut être modélisé par un tel dipôle ?

2 Durée de vie de l'atome d'hydrogène dans le modèle de Bohr

Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, l'électron de masse m et de charge $-e$ tourne autour du noyau O supposé immobile sur une orbite circulaire.



1. (a) En supposant que la seule force exercée sur l'électron est la force électrique due au noyau, calculer l'accélération $\overrightarrow{a}(t)$ de l'électron en orbite circulaire de rayon r_e en fonction de m, e, ϵ_0 et r_e.

   (b) Expliciter l'énergie mécanique E_m de l'électron en fonction de e, ϵ_0 et r_e.

2. On rappelle que la puissance rayonnée à travers une sphère de centre O et de rayon r est donnée par la formule de Larmor :

$$\mathcal{P}_{ray} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)}\frac{\langle \overrightarrow{a}^2 \rangle}{c^3}$$

   (a) Déterminer $\mathcal{P}_{ray}$ en fonction de e, m, ϵ_0, c et r_e.

   (b) Cette puissance est prélevée sur l'énergie mécanique de l'électron. Si on suppose que l'énergie rayonnée durant une révolution de l'électron autour du noyau est très petite devant l'énergie mécanique E_m, on peut considérer que l'orbite électronique est quasiment circulaire avec un rayon $r_e(t)$ qui varie très lentement.
   Établir l'équation différentielles vérifiée par $r_e(t)$ et en déduire l'évolution du rayon de l'orbite en fonction du temps. On notera r_0 la valeur de r_e à $t = 0$, et on posera $K = \dfrac{4e^4}{3(4\pi\varepsilon_0)^2 c^3 m^2}$. Quel est le mouvement décrit par l'électron en réalité ?

   (c) Calculer la durée τ au bout de laquelle $r_e = 0$ et la comparer à la période T de révolution de l'électron. Conclure.

Réponses : 1b. $E_m = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_e}$, 2b) $r_e = (r_0^3 - 3Kt)^{1/3}$, 2c) $\tau = \dfrac{r_0^3}{3K} \simeq 10^{-11}$ s et $T = \sqrt{\dfrac{4\pi^2(4\pi\varepsilon_0)m r_e^3}{e^2}} \simeq 10^{-15}$ s.