

Commentaires - DM n°11 : Ondes dans les milieux matériels

1 Ondes mécaniques sur des pendules couplés

Problème intéressant puisqu'il permet, à travers un exemple d'ondes mécaniques, de revenir sur différents cas traités en cours (ondes dans le vide, effet de peau, plasmas), et de reparler de couples de torsion et d'approximation des milieux continus. Il y avait globalement assez peu d'erreurs puisque les questions étaient très guidées.

Q.A.2 Le poids s'applique au niveau du centre de gravité de chacun des pendules, c'est à dire en $\ell/2$. Pour les signes des couples de torsion, je n'ai pas constaté d'erreurs, puisque j'avais donné l'équation à démontrer un peu plus loin volontairement pour que vous puissiez corriger une éventuelle erreur de signe, mais je préfère y revenir brièvement :

$$\overrightarrow{\Gamma_{n,torsion}} = -C(\theta_n - \theta_{n+1}) - C(\theta_n - \theta_{n-1}) \vec{u}_x$$

Afin de déterminer les signes des couples de torsion, nous avons utilisé le fait que :

- si $\theta_n > \theta_{n+1}$: la barre $n+1$ a tendance à faire tourner la barre n dans le sens négatif avec l'orientation choisie sur la figure.
- si $\theta_n > \theta_{n-1}$: de même, la barre $n-1$ a tendance à faire tourner la barre n dans le sens négatif avec l'orientation choisie sur la figure.

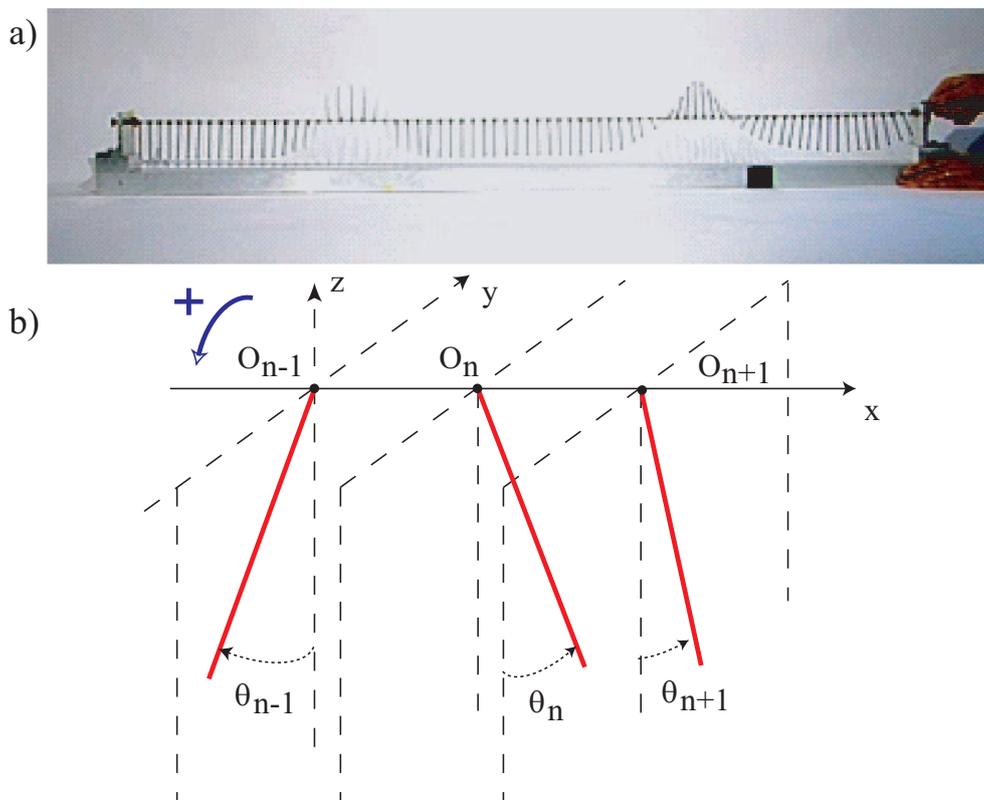


FIGURE 1 – a) Expérience réalisée avec une chaîne de pendules couplés par un fil de torsion. b) Modélisation.

Q.B.2 Trop peu m'ont fait la remarque que la relation de dispersion $k^2 = \frac{m\ell^2\omega^2}{3Cd^2}$ s'apparentait au cas du vide ($k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$). Il ne fallait pas appliquer la "technique de la différentiation" ici pour calculer la vitesse

de groupe, puisque le calcul de $\frac{d\omega}{dk}$ est évident ici : $v_g = c$.

Q.B.3 Afin de déterminer si le milieu était absorbant (même si on se doute qu'il ne peut être amplificateur), il faut réinjecter les expressions obtenues pour k' et k'' dans l'expression de $\theta(x, t)$ et revenir à la notation réelle puisque les signes obtenus dépendent de la convention choisie et ne peuvent être interprétés qu'avec l'expression réelle finale.

On notera que le milieu est dispersif ou non en fonction de l'ordre jusqu'où le DL est effectué. En réalité, le milieu est peu dispersif (visible avec DL à l'ordre 2).

Au final, ce cas s'apparente à l'effet de peau (pas strictement identique car il n'y a pas de relation d'égalité entre k' et k'') car il y a à la fois de la dispersion et de l'absorption. La méthode utilisée (développement limité) est analogue à celle du cas 2 lors de l'étude du câble coaxial.

Q.B.4 Idem **Q.B.4** : trop peu m'ont fait la remarque que la relation de dispersion $k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_c^2$ s'apparentait au cas des plasmas avec $\omega_c = \omega_p$.

2 Oscillations de la densité de charge dans un métal ou un plasma non dilué

Problème intéressant car il reprend les notions du cours dans un cadre un peu plus large.

Q.1 Il s'agit du modèle de Drude en régime variable. Nous avons déjà fait exactement la même chose pour trouver la conductivité complexe d'un métal en régime sinusoïdal. On garde cependant l'équation différentielle ici pour étudier le régime transitoire au lieu de passer en complexe pour étudier le régime sinusoïdal forcé.

Q.2 Petite remarque pour ceux ou celles que cela a gêné, on a ici $\rho = 0 = \rho_+ + \rho_- = en_0 + (-e) \times n_0$ au début, puis on perturbe légèrement la répartition volumique des électrons de sorte que $\rho \neq 0$. On a alors $\rho_- = \rho - \rho_+ = \rho - en_0 \simeq -en_0$ car la perturbation est faible et car la répartition des cations n'est pas modifiée.

Q.4 En l'absence d'amortissement, on obtient une oscillation des électrons du plasma à la pulsation ω_p . C'est ce qui a donné le nom de "pulsation plasma" à cette grandeur.

Q.6 Il s'agit ici de prendre en compte l'influence des cations dans le calcul de $\vec{j} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-$ où \vec{v}_+ est obtenue en appliquant aussi un PFD aux cations de masse M .

Cela apporte au final une modification très faible à la pulsation plasma : $\omega'_p = \omega_p \sqrt{1 + \frac{\alpha m}{M}}$. Question à savoir faire pour tout le monde.

3 Effet de peau en électromagnétisme (facultatif)

Problème intéressant pour ses calculs, qui sont présentés un peu différemment du cours, de manière à élargir un peu votre vision de l'effet de peau. Très peu abordé.