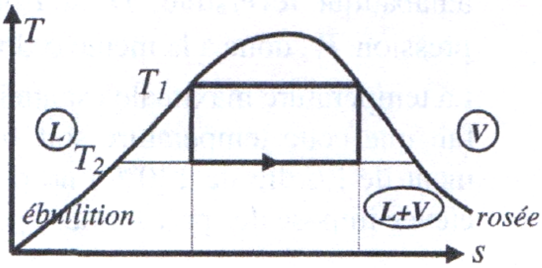
Correction - DM n^{o}16 : Thermodynamique - Diagramme ln(P),h - Diffusion thermique

1 Réfrigérateur à ammoniac

a) Le cycle de Carnot en diagramme (T,s) est un rectangle (détente et compression adiabatiques réversibles se font à $s = cste$).



b) En pratique, pour que l'échange thermique se produise spontanément, il faut un écart de température avec la source. Dans l'évaporateur, la source froide (intérieur du « réfrigérateur ») cédera de la chaleur au fluide s'il est à une température plus basse : on choisit $-20°\mathrm{C}$. Même chose du côté de la source chaude : pour évacuer assez de chaleur, avec l'extérieur à $30\ °\mathrm{C}$, il faut que le fluide soit au moins à $40\ °\mathrm{C}$.

Les échanges avec les sources ne sont alors plus réversibles ! Cependant la nature du cycle subsiste en considérant des systèmes diphasés à l'équilibre, donc évoluant à température constante.

c) On peut placer les deux paliers à $-20°\mathrm{C}$ et $40°\mathrm{C}$, grâce aux valeurs indiquées sur la courbe de saturation, ils sont horizontaux car T et P y sont constants. Attention pour la lecture des pressions, les valeurs de P sont portées mais l'échelle est logarithmique. Par interpolation linéaire entre deux valeurs, on trouve $P_1 = 15\ \mathrm{bar}$ et $P_2 = 1{,}9\ \mathrm{bar}$.

Pour tracer les transformations AB et CD, on trace des portions rectilignes d'isentropiques sensiblement parallèles à deux isentropiques consécutives.

On écrit pour le fluide, les deux principes des systèmes en écoulement sur le cycle réversible : $\begin{cases} q_1 + q_2 + w_u = \Delta h = 0 \\ \dfrac{q_1}{T_1} + \dfrac{q_2}{T_2} = \Delta s = 0 \end{cases}$

(q_1 et q_2 sont les transferts thermiques massiques reçues par le fluide des sources à T_1 et T_2, et w_u le travail massique mécanique total à fournir à l'ensemble turbine + compresseur (on récupère donc la puissance de la turbine).

L'efficacité de Carnot est : $\eta_C = \dfrac{q_2}{w_u}$.

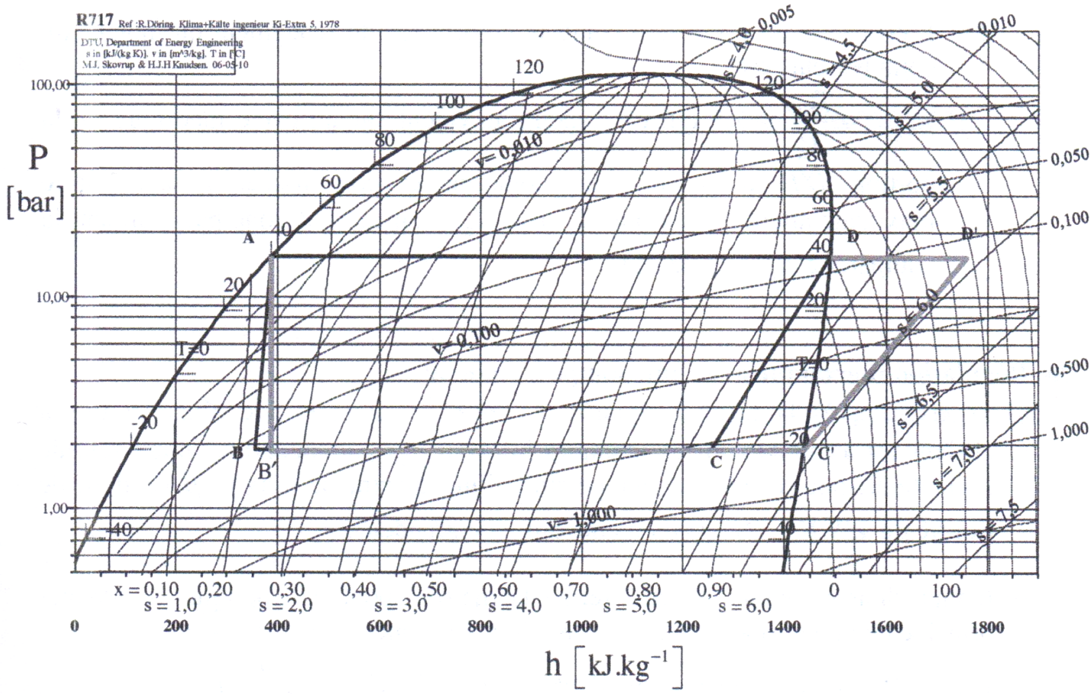
Avec les deux équations, on trouve : $\boxed{\eta_C = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}}$ Numériquement, $\underline{\eta_C = 4{,}2}$.

Ce qui signifie qu'on extrait 4,2 fois plus de chaleur de la source froide qu'on n'injecte de travail. Cette valeur théorique n'est évidemment jamais atteinte.

d) Le premier principe des systèmes ouverts en régime stationnaire appliqué à ce détendeur, ne fournissant aucun travail ni aucun transfert thermique, donne : $\Delta h = h_{B'} - h_A = 0$. Le détendeur fonctionne à enthalpie constante et la portion AB' est un segment vertical.

e) C' se trouve à l'extrémité du palier de vaporisation à T_2. La compression étant adiabatique réversible, D' se trouve sur la même courbe d'entropie que C' à la pression P_1, donc à la même ordonnée que D.

La température maximale est atteinte en D' très proche de l'isotherme 140°C. Le fait que cette température soit supérieure à la température critique (graphiquement de l'ordre de 130°C) ne pose pas de problème particulier, mais sa valeur élevée impose des précautions spéciales sur le compresseur (huile, joint, etc.…).



f) On applique le premier principe des systèmes ouverts entre l'entrée et la sortie :

– de l'évaporateur : $D_m\,(h_{C'} - h_{B'}) = \mathcal{P}_{th2}$ (1)

– du compresseur : $D_m\,(h_{D'} - h_{C'}) = \mathcal{P}_u$ (2)

– du condenseur : $D_m\,(h_A - h_{D'}) = \mathcal{P}_{th1}$ (3)

On mesure sur le diagramme : $h_A = h_{B'} = 385$ kJ.kg^{-1} ; $h_{C'} = 1435$ kJ.kg^{-1} ; $h_{D'} = 1755$ kJ.kg^{-1} et suivant l'énoncé : $\mathcal{P}_{th2} = 1{,}0$ kW .

$$\text{On déduit de (1) : } D_m = \frac{\mathcal{P}_{th2}}{(h_{C'} - h_{B'})} = 0{,}95 \text{ g/s} = 3{,}4 \text{ kg/h}$$

ordre de grandeur plausible.

$$\text{On déduit de (2) : } \mathcal{P}_u = D_m\left(h_{D'} - h_{C'}\right) = 305 \text{ W}$$

ce qui est 0,9 fois la puissance électrique à fournir : $\mathcal{P}_{élec} = 340$ W .

Le débit volumique aspiré par le compresseur : $D_V = \dfrac{D_m}{\rho_{C'}} = v_{C'}\,D_m$.

On mesure le volume massique en C' :

$v_{C'} = 0{,}62$ m^3.kg^{-1} et $D_V = 0{,}59$ L.s^{-1} $= 2{,}1$ m^3.h^{-1}

(3) donne : $\mathcal{P}_{th1} = D_m\left(h_A - h_{D'}\right) = -1{,}3$ kW , donc la puissance thermique absorbée par la source chaude est $-\mathcal{P}_{th1} = 1{,}3$ kW (soit la somme de ce qui est prélevé à la source froide et de ce qui est donné par le compresseur).

L'efficacité du réfrigérateur est : $\boxed{\eta = \dfrac{\mathcal{P}_{utile}}{\mathcal{P}_{payée}} = \dfrac{\mathcal{P}_{th2}}{\mathcal{P}_{élec}} = 2{,}9}$

Rq : L'efficacité du cycle seul (sans se préoccuper du rendement du moteur du compresseur) est :

$\eta_{cycle} = \dfrac{\mathcal{P}_{th2}}{\mathcal{P}_u} = 3{,}3$ qui correspond au calcul sur un cycle théorique où la portion $D'D$ n'est plus une isotherme et pour lequel la température maximale atteinte n'est plus T_1 mais $T_{D'}$: on ne peut donc pas vraiment la comparer à η_C calculée au c).

2 Mesure d'une conductivité thermique

1°) **Modélisation du régime stationnaire** On peut observer sur la figure que la barre atteint un régime stationnaire après 12 à 15 minutes. Pour la modélisation on fait l'hypothèse que la température est fonction seulement de la coordonnée x le long de la barre (voir figure)

Dans ce cas la température à l'intérieur de la barre (matériau dépourvu de source interne) est en régime stationnaire de la forme $T(x) = Ax + B$. Les conditions aux limites sont les suivantes :

En $x = 0$, le flux thermique arrivant dans la barre est égal à la puissance $\mathscr{P}_{\text{Joule}}$ dissipée par effet Joule dans la résistance, donc : $S j_{\text{th}}(0) = \mathscr{P}_{\text{Joule}}$. En appliquant la loi de Fourier on en tire : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}(0) = -\dfrac{\mathscr{P}_{\text{Joule}}}{S\lambda}$ où λ est la conductivité thermique de la barre.

La température en bout de barre est $T(L) = T_{\text{eau}}$, température de l'eau du circuit de refroidissement.

On en déduit : $\boxed{T(x) = \dfrac{\mathscr{P}_{\text{Joule}}}{S\lambda}(L - x) + T_{\text{eau}}.}$

Détermination de la conductivité thermique de la barre On connaît la distance entre deux capteurs : $d = 22.10^{-3}$ m. Par ailleurs on mesure la puissance dissipée par effet Joule. En notant δT l'écart de température constant en régime permanent entre deux capteurs consécutifs, on a : $\delta T = \dfrac{\mathscr{P}_{\text{Joule}} d}{S\lambda}$. Ainsi la mesure de δT conduit à la valeur de λ.

Par exemple, la figure correspond à une barre de cuivre de section $S = 2{,}0.10^{-4}$ m^{2}et à une puissance de chauffage $\mathscr{P}_{\text{Joule}} = 15$ W. On observe en régime stationnaire un écart de température $\delta T = 4,13$°C constant d'un capteur au capteur suivant. On en déduit :

$$\boxed{\lambda_{\text{Cu}} = \frac{\mathscr{P}_{\text{Joule}} d}{S\delta T} = \frac{15 \times 22.10^{-3}}{2{,}0.10^{-4} \times 4,13} = 4{,}0.10^2 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}}$$

Bon ordre de grandeur

2°) **Remarque**

Connaissant la masse volumique du cuivre $\mu_{\text{Cu}} = 8954 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et sa capacité thermique massique $c_{\text{Cu}} = 383 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, on peut calculer le temps caractéristique de la diffusion thermique dans la barre de longueur $L = 19$ cm :

$$\boxed{\tau = \frac{L^2}{a_{\text{Cu}}} = \frac{\mu_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} L^2}{\lambda_{\text{Cu}}} = 3{,}1.10^2 \text{ s} \simeq 5\text{min.}}$$

Ce résultat est cohérent avec l'observation expérimentale.