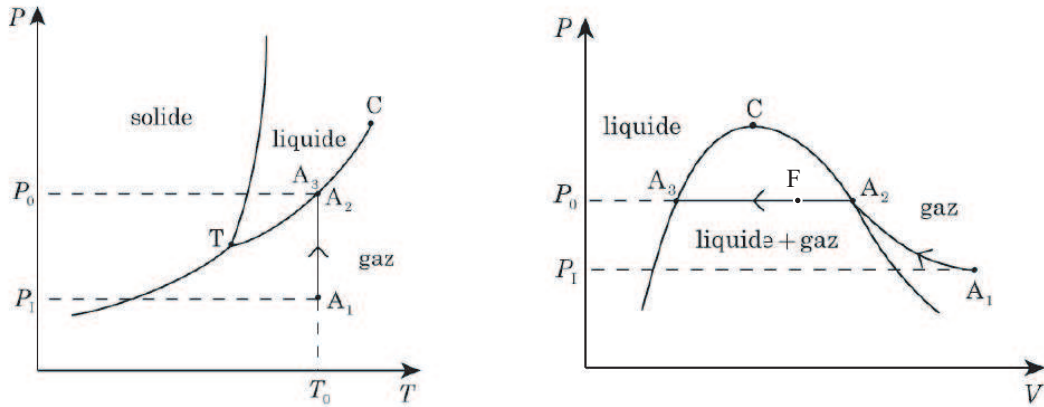


Correction - Ex 3, 8 et 9 - TD n°17 - Révisions
de thermodynamique et systèmes en
écoulements

1 Compression avec changement d'état

1.



2. A_1A_2 : compression isotherme d'un gaz parfait : $\Delta_{12}U = 0 \Rightarrow Q_{12} = -W_{12}$.

$$W_{12} = -\int_1^2 P dV = -nRT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Or $P_1V_1 = nRT_0 = P_0V_2 \Rightarrow W_{12} = -Q_{12} = nRT_0 \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) > 0$, normal car
c'est une compression

A_2A_3 : liquéfaction isobare : $Q_{23} = \Delta_{23}H \Rightarrow Q_{23} = -n\Delta_{\text{vap}}H_m < 0$, normal car
réaction exothermique

$$W_{23} = -\int_2^3 P dV = -P_0 \int_{V_2}^{V_3} dV = P_0 (V_2 - V_3).$$

$$V_2 = \frac{nRT_0}{P_0} \text{ et } V_3 = nV_m \Rightarrow \boxed{W_{23} = n(RT_0 - P_0V_m)} > 0, \text{ normal car}$$

c'est encore une compression

$$3. \Delta S = \Delta_{12}S + \Delta_{23}S$$

$$A_1A_2 : dU = T dS - P dV = 0 \Rightarrow dS = nR \frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta_{12}S = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = nR \ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right).$$

$$\Delta_{23}S = \frac{\Delta_{23}H}{T_0} = -\frac{n\Delta_{\text{vap}}H_m}{T_0} \Rightarrow \boxed{\Delta S = n \left[R \ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right) - \frac{\Delta_{\text{vap}}H_m}{T_0} \right]}.$$

Pour le thermostat, on a $dU = T_0 dS \Rightarrow dS = \frac{dU}{T_0}$.

$$\text{On en déduit : } \Delta S_{\text{th}} = \frac{\Delta U_{\text{th}}}{T_0} = -\frac{Q}{T_0} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{\text{th}} = n \left[\frac{\Delta_{\text{vap}}H_m}{T_0} + R \ln \left(\frac{P_0}{P_1} \right) \right]}.$$

4.a. La transformation est encore isotherme. On décrit l'isotherme de A_3 vers A_2 . Pour que le liquide se vaporise intégralement, on doit avoir un volume total $V_T > V_2$.

$$V_T = nV_m + V_c > \frac{nRT_0}{P_0} \Rightarrow \boxed{V_c > n \left(\frac{RT_0}{P_0} - V_m \right)}.$$

b. On a alors : $V = nV_m + V_c = n_\ell V_m + n_g \frac{RT_0}{P_0}$ avec $n_\ell = x_\ell n$ et $n_g = (1 - x_\ell)n$.

On en déduit : $x_\ell = 1 - \frac{P_0 V_c}{n(RT_0 - P_0 V_m)}$. On peut représenter l'état final à l'aide du théorème des moments : $x = \frac{FA_2}{A_3A_2}$ sur le schéma précédent.

Question 3 : $\Delta_{12}S < 0$ ici mais il n'y a pas de contradiction car le système n'est pas isolé.

Question 4a : $P = \text{cste} = P^0$ car il y a changement d'état.

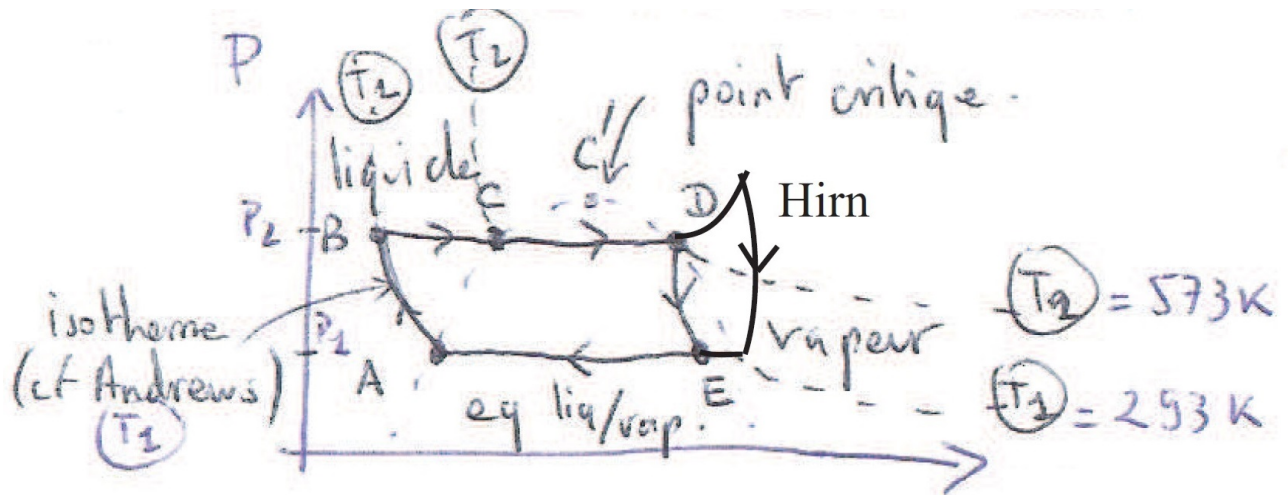
Question 4b : ne pas oublier de compter le volume du petit compartiment de gauche.

2 Fonctionnement d'un réacteur à eau pressurisée (REP) de centrale nucléaire

A savoir...

Exercice très complet sur la lecture et l'utilisation d'un diagramme $\ln(P, h)$. Il n'est pas nécessaire de refaire toutes les A.N., mais les méthodes sont intéressantes. Pour bien comprendre le fonctionnement d'une centrale nucléaire, je vous conseille de visualiser le document que j'avais fait suite à la catastrophe de Fukushima en 2011 pour en expliquer l'origine. Il se trouve en complément du TD20 dans la rubrique TD sur le site de la classe.

1. Cycle dans le diagramme de Clapeyron :

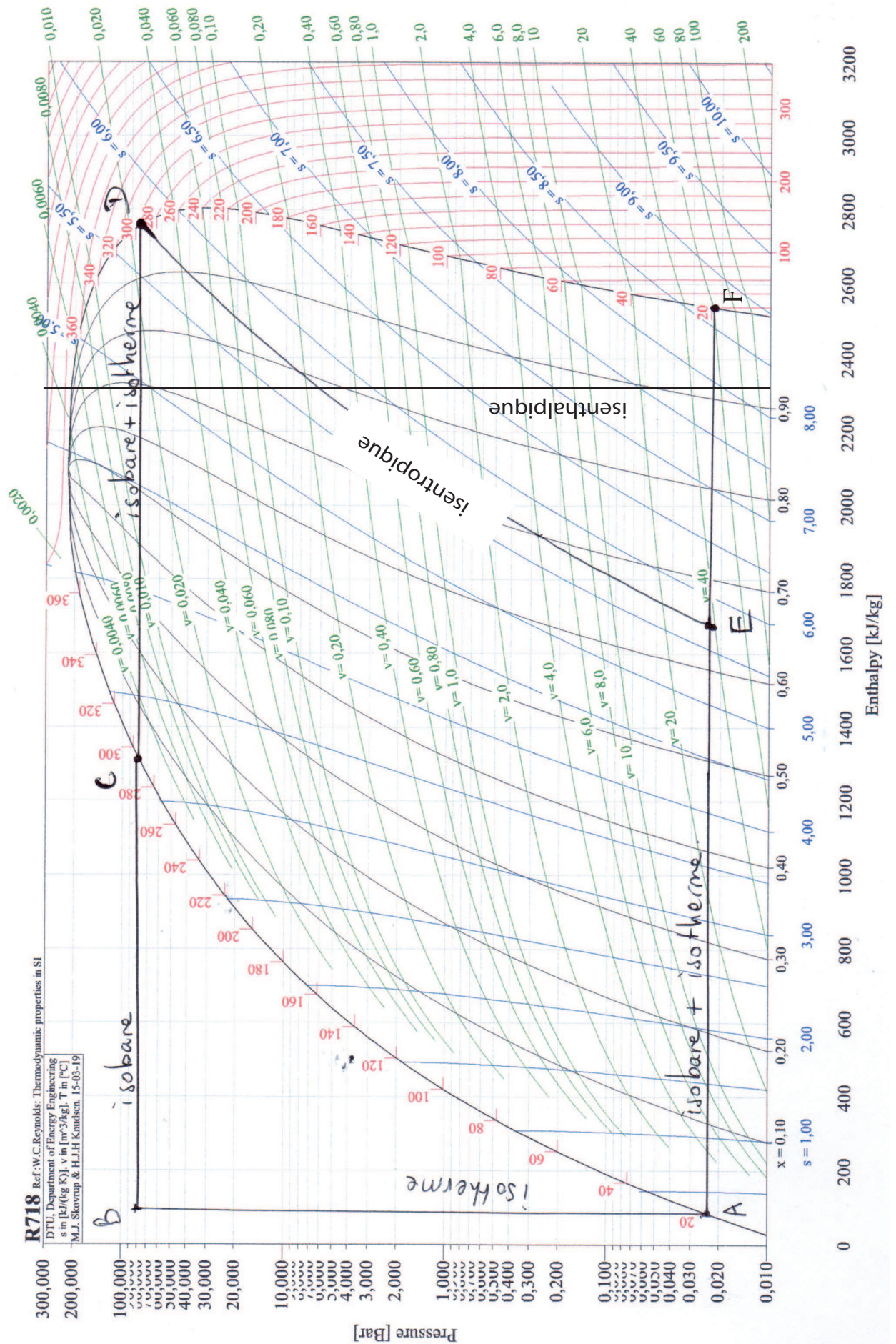


Le cycle est décrit dans le sens horaire, c'est à dire dans le sens moteur ($W < 0$), ce qui est cohérent avec le fait que la centrale fait tourner l'alternateur pour produire l'électricité.

Remarque

- La centrale utilise un changement d'état de l'eau liquide/vapeur car les échanges d'énergie sont très importants lors d'un changement d'état, pour l'eau en particulier.
- Le cycle présenté ici (cycle de Rankine) ne correspond pas au véritable site utilisé dans les centrales, qui se rapproche davantage du cycle tracé en trait plus foncé (cycle de Hirn), avec une surchauffe en fin d'évaporation. En plus de fournir un gain d'efficacité (aire du cycle plus grande), la surchauffe diminue l'humidité de la vapeur nuisible aux aubes de turbines et les pertes thermiques de l'eau liquide avec les parois de la turbine.

Le cycle dans le diagramme des frigoristes de l'eau est situé à la page suivante.



2. (a) Le second principe appliqué à la transformation DE , adiabatique réversible, montre directement qu'elle est isentropique :

$$\Delta S_{DE} = S_e + S_c = 0$$

- (b) Le titre en vapeur dans l'état E , noté x_E peut être lu directement dans le diagramme $(\ln P, h)$ grâce au théorème des moments :

$$x_E = \frac{AE}{AF} \simeq 0.7$$

- (c) On peut utiliser les résultats de la question a) et le tableau :

$$\begin{aligned} \Delta S_{DE} = 0 &\Rightarrow S_D = S_E \Rightarrow ms_v(T_2) = mx_E s_v(T_1) + m(1 - x_E)s_\ell(T_1) \\ \Rightarrow x_E &= \frac{s_v(T_2) - s_\ell(T_1)}{s_v(T_1) - s_\ell(T_1)} = 0.68 \quad \text{cohérent avec le résultat précédent} \end{aligned}$$

3. (a) On applique le premier principe industriel, pour le fluide en écoulement permanent dans la turbine entre D et E ($q = 0$ car turbine calorifugée, $\Delta z = 0$ car turbine horizontale, et $\Delta c = 0$ car on néglige la variation de vitesse du fluide (mélange d'eau et de vapeur - ce qui endommage potentiellement les aubes de la turbine - cf remarque sur le cycle de Hirn) entre l'entrée et la sortie de la turbine) :

$$\Delta h_{DE} = -w_a$$

où le signe "-" a été ajouté car le travail à faire figurer ici est celui reçu par le gaz et non celui reçu par l'alternateur. On en déduit, par lecture directe :

$$w_a = -\Delta h_{DE} = h_D - h_E = 2750 - 1900 \simeq 850 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

- (b) En utilisant les valeurs du tableau :

$$w_a = -\Delta h_{DE} = -[x_E h_v(T_1) + (1 - x_E)h_\ell(T_1) - h_v(T_2)] = 1139 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Les valeurs diffèrent un peu, mais l'ordre de grandeur reste le bon.

4. (a) On décompose la transformation en deux :

$$Q_{BD,m} = Q_{BC,m} + Q_{CD,m} = c(T_2 - T_1) + L_{vap} = c(T_2 - T_1) + (h_v(T_2) - h_v(T_1)) = 2776 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Autre méthode : $Q_{BD,m} = \Delta h_{BD} = h_v(T_2) - h_\ell(T_1) = 2890 - 85 = 2805 \text{ kJ.kg}^{-1}$. On obtient bien le même ordre de grandeur.

On peut retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$ en utilisant le fait que la transformation BD est isobare, sans travail utile pour un fluide en écoulement :

$$\Delta h_{BD} = q \quad \text{soit} \quad q = h_D - h_B = 2750 - 50 = 2700 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

On retrouve bien un résultat cohérent avec le précédent.

- (b) $\eta = \frac{w_a}{Q_{BD,m}} = \frac{1139}{2776} \simeq 0.41$. On obtient un rendement assez élevé pour une machine thermique. On a négligé ici le travail électrique nécessaire pour faire fonctionner les pompes, et les frottements sur l'axe de la turbine.

Par lecture directe, on obtient :

$$\eta = \frac{w_a}{Q_{BD,m}} = \frac{h_D - h_E}{h_D - h_B} \simeq 0.31$$

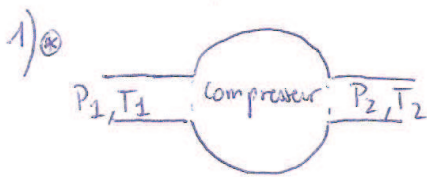
Cette valeur est plus faible, ce qui est cohérent avec l'utilisation d'une courbe réelle.

- (c) Le rendement maximal correspond au rendement de Carnot, en fonctionnement réversible (cf cours) :

$$\eta_{max} = \frac{-W}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.49$$

On retrouve bien une valeur supérieure aux précédentes. Le cycle réel est donc bien irréversible, en particulier entre B et C , lors des échanges thermiques entre le fluide (liquide ici) du circuit secondaire et le circuit primaire à T_2 dans le générateur de vapeur.

3 Compresseur et création d'entropie



Compression adiabatique: $PV^\gamma = \text{cste}$ (loi de Laplace)
 isentropique (réversible)
 car $dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_c \Rightarrow \delta S_c = 0$ (réversible)
 // //
 0 0
 isent. adiab.

or $GP \Rightarrow PV = nRT$

$$\Rightarrow P \left(\frac{nRT}{P} \right)^\gamma = \text{cste} \Rightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cste} \Rightarrow P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \boxed{401 \text{ K}} \text{ échauffement car } T_2 > T_1.$$

↑ $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} = 1,4$

⊗ En écoulement permanent, en négligeant la différence de vitesse avant et après le compresseur:

$$\Delta h = w_{m, \text{is}} + \underbrace{q_{m, \text{is}}}_{0 \text{ car adia.}} \Rightarrow \frac{C_p}{M} (T_2 - T_1) = w_{m, \text{is}} = \boxed{108 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}} \quad (= 3,14 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$C_{p, \text{moyenne}} (T_2 - T_1)$

2) ⊗ $w_{m, \text{réel}} = \frac{w_{m, \text{is}}}{\eta} = \underline{136 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}} (= 3,93 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$

$$= \frac{C_p}{M} (T_2' - T_1) \Rightarrow T_2' = \boxed{429 \text{ K}} > T_2 \text{ il y a davantage d'échauffement}$$

⊗ $dU = Tds - PdV$ (identité thermo)

$$\Rightarrow dH = Tds + VdP$$

$$\Rightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP \quad \text{or } v = \frac{V}{m} = \frac{nRT}{mP} = \frac{RT}{PM} \text{ et } dh = \frac{C_p}{M} dT.$$

$$= \frac{C_p}{M} \frac{dT}{T} - \frac{R}{T} \frac{dP}{P}$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{C_p}{M} \ln \frac{T_2'}{T_1} - \frac{R}{M} \ln \frac{P_2}{P_1} = \Delta s_c \text{ car } \Delta s_{\text{éch}} = 0 \text{ (adiabatique).}$$

$$\underline{\Delta s_c = 66,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} > 0 \text{ il y a bien création d'entropie.}$$