

## Systèmes thermodynamiques en écoulement et application aux machines thermiques

L'objet de ce court chapitre est d'aborder la conservation de l'énergie dans un système ouvert. Nous nous intéresserons en particulier ici à l'étude d'un système thermodynamique dans lequel s'écoule un fluide <sup>1</sup>.

La méthode est toujours la même : les théorèmes de la mécanique et les principes de la thermodynamique ne s'appliquant que dans un système fermé, nous allons choisir un système qui suit le fluide dans son écoulement. On pourra alors appliquer le premier principe. Nous allons montrer que la fonction enthalpie  $H$  est plus appropriée que l'énergie interne  $U$  dans ce cas.

Comme nous le verrons en exercice, ce type de système thermodynamique se retrouve dans de nombreuses machines thermiques : compresseur, détendeur, turbine, tuyère, chambre de combustion... On les rencontre donc dans les centrales électriques et nucléaires, les voitures, les avions, les réfrigérateurs, les pompes à chaleur...

### I Écoulement dans un système ouvert en régime stationnaire

On considère l'écoulement d'un fluide (liquide ou gaz) dans un conduit calorifugé, qui traverse un dispositif  $\mathcal{D}$  avec lequel il peut échanger de l'énergie (travail, chaleur).

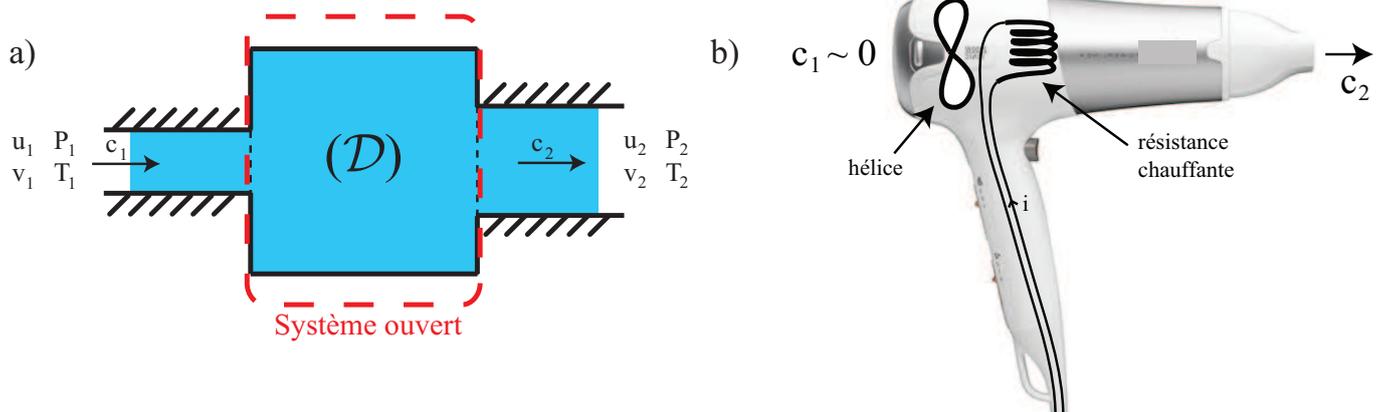


FIGURE 1 – a) Le système ouvert  $\mathcal{D}$  échange de l'énergie avec un fluide en écoulement dans une conduite calorifugée. b) Un exemple concret : le sèche-cheveu.

Le système  $\mathcal{D}$ , par exemple une hélice "chauffante", fournit au système l'énergie sous la forme :

- d'un travail mécanique utile  $W_{u,\mathcal{D}}$ .
- d'un transfert thermique  $Q_{\mathcal{D}}$ .

Les paramètres pertinents du fluide sont la pression  $P$ , la température  $T$ , l'énergie interne massique  $u$ , le volume massique  $v$ , et la vitesse d'écoulement  $c$ . On considérera que ces grandeurs sont uniformes dans la canalisation en amont du dispositif  $\mathcal{D}$  (noté avec l'indice 1), et en aval du dispositif (noté avec l'indice 2).

Dans toute la suite, on se placera en **régime stationnaire** de sorte qu'aucune caractéristique du fluide ne varie avec le temps à un endroit donné.

1. On notera que nous avons déjà réalisé un bilan de quantité de mouvement dans l'exercice sur la fusée, qui constituait elle-aussi un système ouvert.

## II Système fermé en régime stationnaire

### II.1 Définition du système fermé $\Sigma_f$

Afin de pouvoir appliquer le premier principe, on définit un système fermé  $\Sigma_f$  de la façon suivante, en suivant certaines particules de fluide au cours de leur écoulement :

- **A l'instant  $t$**  : le fluide contenu à  $t$  dans  $\mathcal{D}$  et le fluide de masse  $dm_1$  qui va rentrer dans  $\mathcal{D}$  entre  $t$  et  $t + dt$ .
- **A l'instant  $t + dt$**  : le fluide contenu à  $t + dt$  dans  $\mathcal{D}$  et le fluide de masse  $dm_2$  qui est sorti de  $\mathcal{D}$  entre  $t$  et  $t + dt$ .

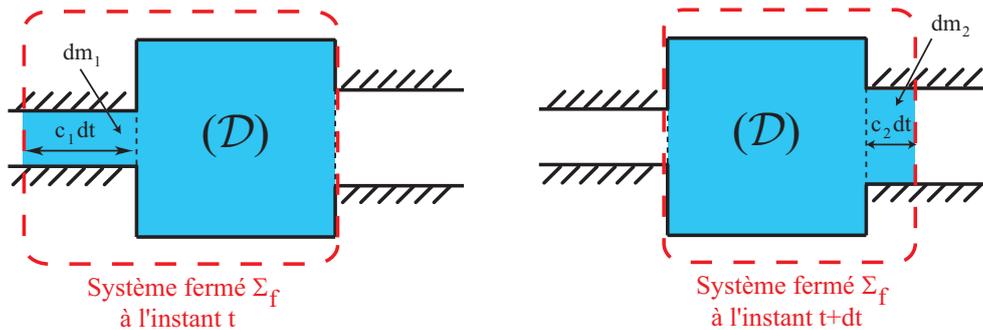


FIGURE 2 – Définition d'un système fermé aux instants  $t$  et  $t + dt$ . On suit le fluide au cours de son écoulement.

### II.2 Conservation de la masse dans $\Sigma_f$

Le système étant fermé, sa masse se conserve entre  $t$  et  $t + dt$ , et donc :

$$m(t) = m(t + dt) \quad \text{soit} \quad dm_1 + m_{\mathcal{D}}(t) = dm_2 + m_{\mathcal{D}}(t + dt)$$

En régime permanent,  $m_{\mathcal{D}}(t) = m_{\mathcal{D}}(t + dt)$ , donc :

$$\boxed{dm_1 = dm_2 = dm}$$

### II.3 Application du premier principe de la thermodynamique

L'application du premier principe au système  $\Sigma_f$  s'écrit, entre  $t$  et  $t + dt$  dans le cas général :

$$\boxed{dE_m + dU = \delta Q + \delta W}$$

où  $E_m = E_c + E_p$  est l'énergie mécanique macroscopique et  $U$  est l'énergie interne du système, et où  $W$  et  $Q$  sont respectivement le travail et le transfert thermique reçus par le système de la part du milieu **extérieur**.

- Si la conduite n'est pas horizontale :

$$dE_m = \left[ \frac{dm}{2} c_2^2 + dm g z_2 + E_{m_{\mathcal{D}}}(t + dt) \right] - \left[ \frac{dm}{2} c_1^2 + dm g z_1 + E_{m_{\mathcal{D}}}(t) \right]$$

$$dE_m \quad \underbrace{=} \quad \boxed{\frac{dm}{2} [c_2^2 - c_1^2] + dm [g z_2 - g z_1]}$$

écoulement permanent

- La variation d'énergie interne vaut :

$$dU = [dm u_2 + U_{\mathcal{D}}(t + dt)] - [dm u_1 + U_{\mathcal{D}}(t)] \quad \underbrace{=} \quad \boxed{dm [u_2 - u_1]}$$

écoulement permanent

- Les parois des conduites étant calorifugées en amont et en aval, le transfert thermique extérieur vaut :

$$\delta Q = \delta Q_{\mathcal{D}}$$

- Le travail élémentaire extérieur correspond au travail fourni par  $\mathcal{D}$  au système, mais aussi au travail des forces de pression dans la conduite en amont ( $P_{ext} = P_1 = cste$ ) et en aval ( $P_{ext} = P_2 = cste$ ) de  $\mathcal{D}$  :

$$\delta W = \underbrace{-P_1 \overbrace{(0 - v_1 dm)}^{dV_1}}_{\text{poussée}} - \underbrace{P_2 \overbrace{(v_2 dm - 0)}^{dV_2}}_{\text{refoulement}} + \delta W_{u,\mathcal{D}} = \boxed{dm [P_1 v_1 - P_2 v_2] + \delta W_{u,\mathcal{D}}}$$

Finalement, on obtient :

$$dm \left[ \left( \underbrace{u_2 + P_2 v_2}_{h_2} + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) - \left( \underbrace{u_1 + P_1 v_1}_{h_1} + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right) \right] = \delta Q_{\mathcal{D}} + \delta W_{u,\mathcal{D}}$$

On introduit alors les grandeurs massiques suivantes (en  $J.kg^{-1}$ ) :

- travail *utile* (autre que les forces de pression) massique :  $w_u = \frac{\delta W_{u,\mathcal{D}}}{dm}$
- transfert thermique massique :  $q = \frac{\delta Q_{\mathcal{D}}}{dm}$

On obtient finalement l'expression du premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire :

$$\Delta \left( h + \frac{c^2}{2} + gz \right) = w_u + q \quad \text{Premier principe industriel}$$

#### Remarque

On voit que c'est l'enthalpie massique  $h$  qu'il faut prendre en compte dans un système comportant un fluide en écoulement, et non pas l'énergie interne massique  $u$ , à cause du travail des forces de pression en amont et en aval.

## II.4 Application du second principe de la thermodynamique

L'application du second principe à un système avec un fluide en écoulement stationnaire ne présente pas de différence particulière par rapport à un système sans écoulement. En l'appliquant à  $\Sigma_f$ , on obtient :

$$\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$$

où les grandeurs considérées sont massiques et s'expriment en  $J.K^{-1}.kg^{-1}$ , avec :

$$s_{éch} = \frac{q}{T_S} \quad \text{et} \quad s_{créée} \geq 0$$

où  $T_S$  est la température de la surface à travers laquelle se font les échanges thermiques.

### III Exemple : cas particulier de la détente de Joule-Thomson

$\mathcal{D}$  est une simple paroi poreuse, sans partie mobile, donc  $Q_{\mathcal{D}} = W_{u,\mathcal{D}} = 0$ . La variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle étant en général négligeable, on obtient :

$$\boxed{\Delta h = h_2 - h_1 = 0} \quad \text{la détente de Joule Thomson est isenthalpique}$$

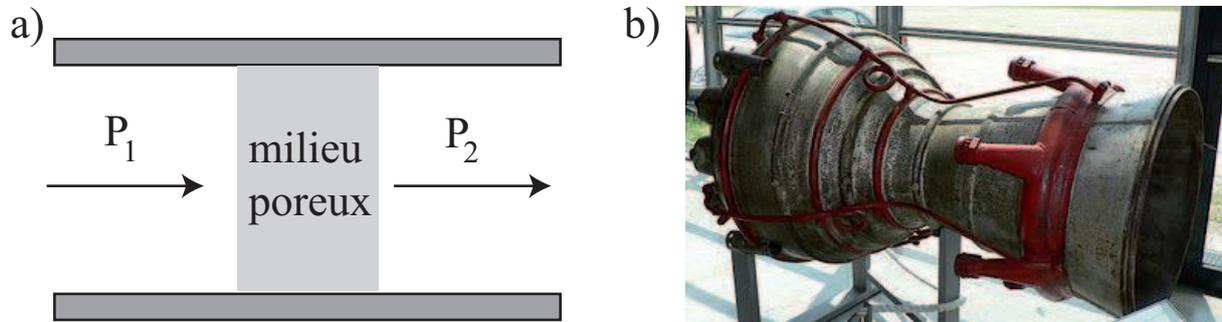


FIGURE 3 – a) *Détente de Joule-Thomson.* b) *Exemple de tuyère.*

Dans le cas d'une tuyère horizontale ( $\Delta z = 0$ ), il faut tenir compte de la différence de vitesse de chaque côté :

$$\boxed{\Delta h + \Delta \frac{c^2}{2} = \left( h_2 + \frac{c_2^2}{2} \right) - \left( h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) = 0}$$

## IV Diagramme enthalpique (ou "des frigoristes" ou de Mollier)

Afin de caractériser l'évolution d'un fluide frigorigène réel en écoulement dans une machine thermique, on utilise généralement un diagramme enthalpique  $\ln(P) = f(h)$  où la pression  $P$  est généralement représentée en échelle logarithmique en fonction de l'enthalpie massique  $h$  du fluide.

Ce diagramme, encore appelé *diagramme des frigoristes* ou *diagramme de Mollier*, est un outil pratique car c'est une représentation graphique de toutes les évolutions qu'un fluide réel peut subir. Il résulte en effet de mesures et non de modélisations. Toutes les caractéristiques thermodynamiques d'un fluide ainsi que ses différents états (liquide ou vapeur) y sont représentés graphiquement. Il s'agit en quelque sorte de sa carte d'identité.

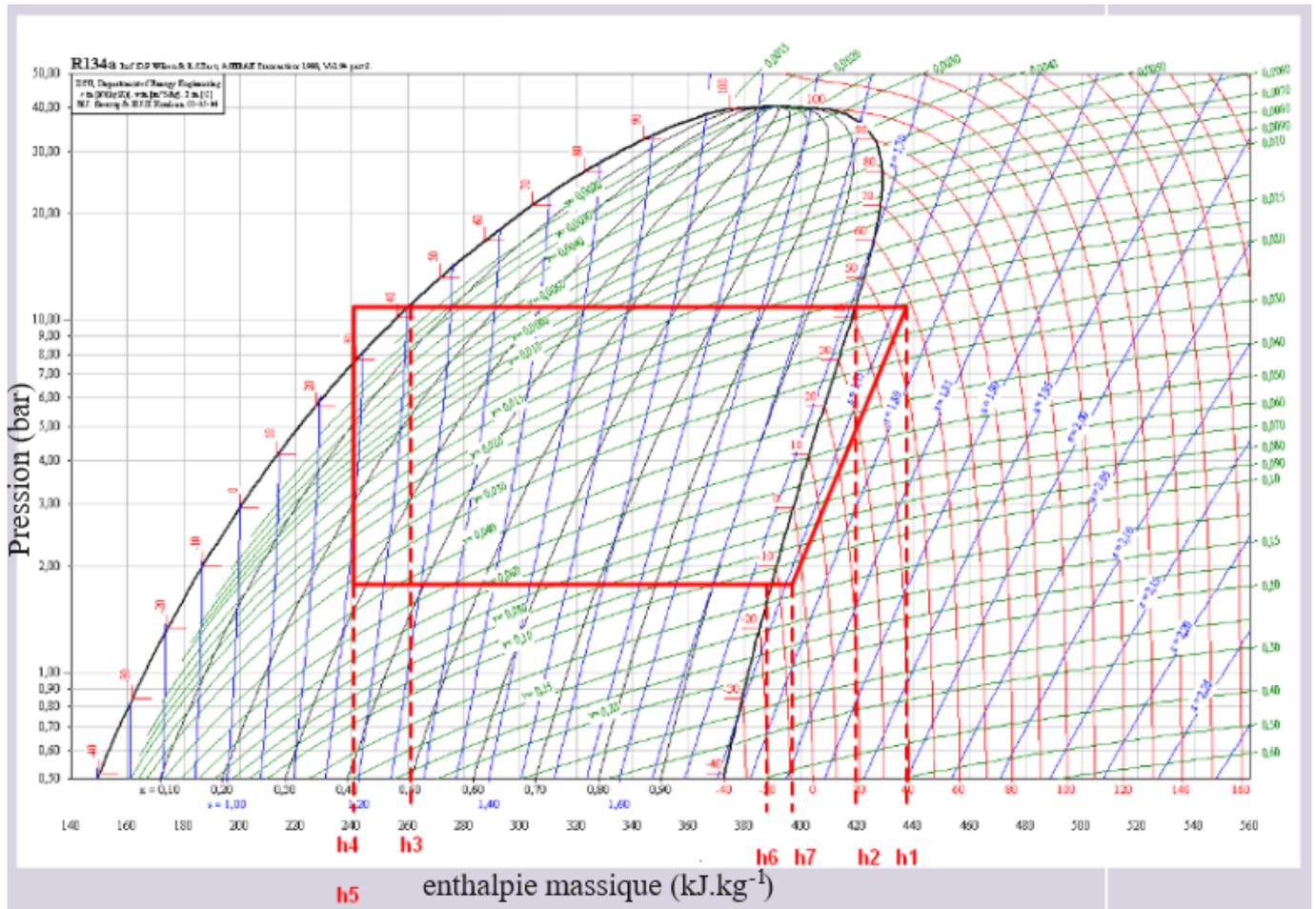


FIGURE 4 – Exemple de diagramme enthalpique pour le fluide R134a, aussi appelé Fréon. Le cycle d'une machine frigorifique est superposé au diagramme en rouge. Sa lecture permet notamment de remonter à l'efficacité réelle (ou au coefficient de performance (COP)) de l'installation.

Dans le cas général, il a l'allure présentée dans la figure ci-dessous, sur laquelle on retrouve les différentes phases (liquide (L) et gaz (G), puisqu'il s'agit d'un fluide et qu'il ne peut donc être solide), le point critique  $C$ , les courbes de rosée et d'ébullition, les isothermes ( $T = cste$ ), les isenthalpiques ( $h = cste$ ), les isentropiques ( $s = cste$ ), les isobares ( $P = cste$ ) et les isotitres ( $x = cste$ ). Nous verrons l'utilisation de ces diagrammes sur des exemples en exercice.

Commentaires sur les différentes courbes esquissées :

- **Isenthalpiques** : telles que  $h = cste \Rightarrow$  droites verticales.
- **Isobares** : telles que  $P = cste \Rightarrow$  droites horizontales.
- **Isothermes** : telles que  $T = cste \Rightarrow$  trois cas possibles en fonction de l'ordre de grandeur de  $h$  :
  - ▷ si  $h$  faible (domaine de la phase liquide) :  $h(T) \simeq cste$  d'après la seconde loi de Joule pour une phase condensée  $\Rightarrow$  droite verticale
  - ▷ si  $h$  intermédiaire (domaine de l'équilibre liquide/vapeur) :  $P = cste$  car changement d'état à  $P$  et  $T$  constants pour un corps pur  $\Rightarrow$  droite horizontale
  - ▷ si  $h$  grand (domaine de la phase vapeur) :  $h(T) \simeq cste$  d'après la seconde loi de Joule pour un gaz parfait  $\Rightarrow$  droite verticale aux basses pressions pour lesquelles le modèle du gaz parfait est davantage valide.
- **Isentropiques** : telles que  $s = cste \Rightarrow dS = 0$  et la seconde identité thermodynamique  $dH = TdS + VdP$  donne  $dh = V_m dP$  où  $V_m$  est le volume massique. La pente des isentropiques est donc telle que :  $\frac{dP}{dh} = \frac{1}{V_m}$ . Elle est donc strictement positive, et plus faible pour les gaz que pour les liquides puisque  $V_{m,gaz} > V_{m,liquide}$ .
- **Courbe de rosée** : courbe de saturation au niveau de l'apparition des premières gouttes de liquide.
- **Courbe d'ébullition** : courbe de saturation au niveau de l'apparition des premières bulles de gaz.
- **Isotitres** : telles que  $x_{gaz} = cste$  courbe de saturation au niveau de l'apparition des premières gouttes de liquide. On peut les tracer à l'aide du théorème des moments.