Correction - DM n^{o}18 : Optique géométrique

1 Résolution de problème - Profondeur d'un pont

On notera qu'il convient de prouver dans un premier temps qu'on peut raisonnablement considérer que l'image du pont se forme dans le plan focal image de l'objectif, car la distance pont-appareil est très supérieure à la distance focale.

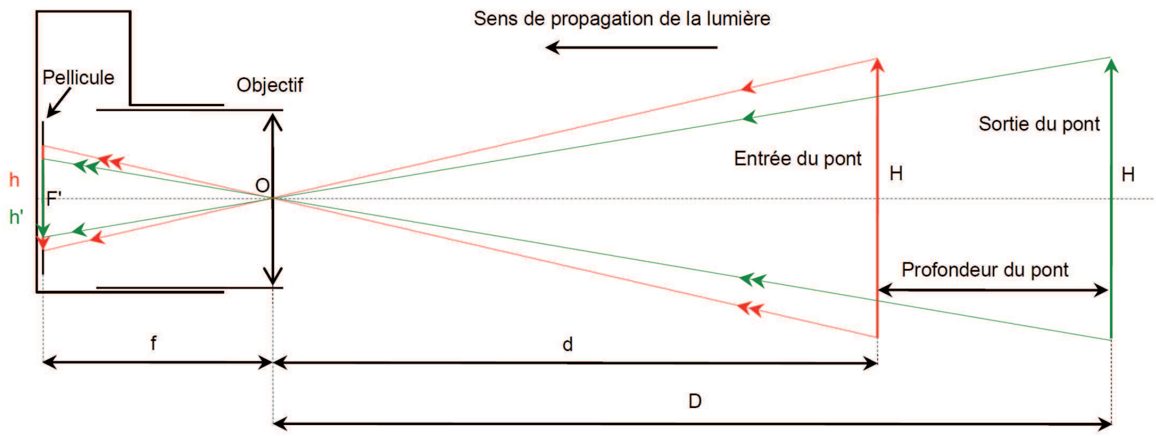
Pour un objet A à une vingtaine de mètre par exemple (voir distances calculées plus bas), l'image A' est telle que :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{soit} \qquad \overline{OA'} = \frac{f'\overline{OA}}{f' + \overline{OA}} = \frac{35.10^{-3} \times (-20)}{35.10^{-3} - 20} = 35.06\ mm$$

L'approximation est donc tout à fait valide.

S'approprier le problème	*Faire un schéma* *Identifier les grandeurs physiques pertinentes.*

On note :
H la hauteur du pont (entrée et sortie ont la même hauteur)
d la distance qui sépare l'entrée du pont de l'objectif
D la distance qui sépare la sortie du pont de l'objectif. La profondeur du pont est donc D – d
h la hauteur de l'image de l'entrée du pont sur la pellicule
h' la hauteur de l'image de la sortie du pont sur la pellicule



Etablir une stratégie de résolution (analyser)

Analyser	*Organiser et exploiter ses connaissances et les informations extraites.*

Le grandissement est donné par la relation : $|\gamma| = \dfrac{\text{hauteur de l'image}}{\text{hauteur de l'objet}} = \dfrac{\text{distance lentille} - \text{image}}{\text{distance lentille} - \text{objet}}$

La hauteur de l'objet (pont) est connue (H = 4,3 m)
La distance lentille image est connue : c'est la distance focale f de la lentille d'après le document 2
Il faut donc déterminer les hauteurs h et h' des images de l'entrée et de la sortie du pont pour calculer d et D à partir du grandissement et en déduire la profondeur du pont.

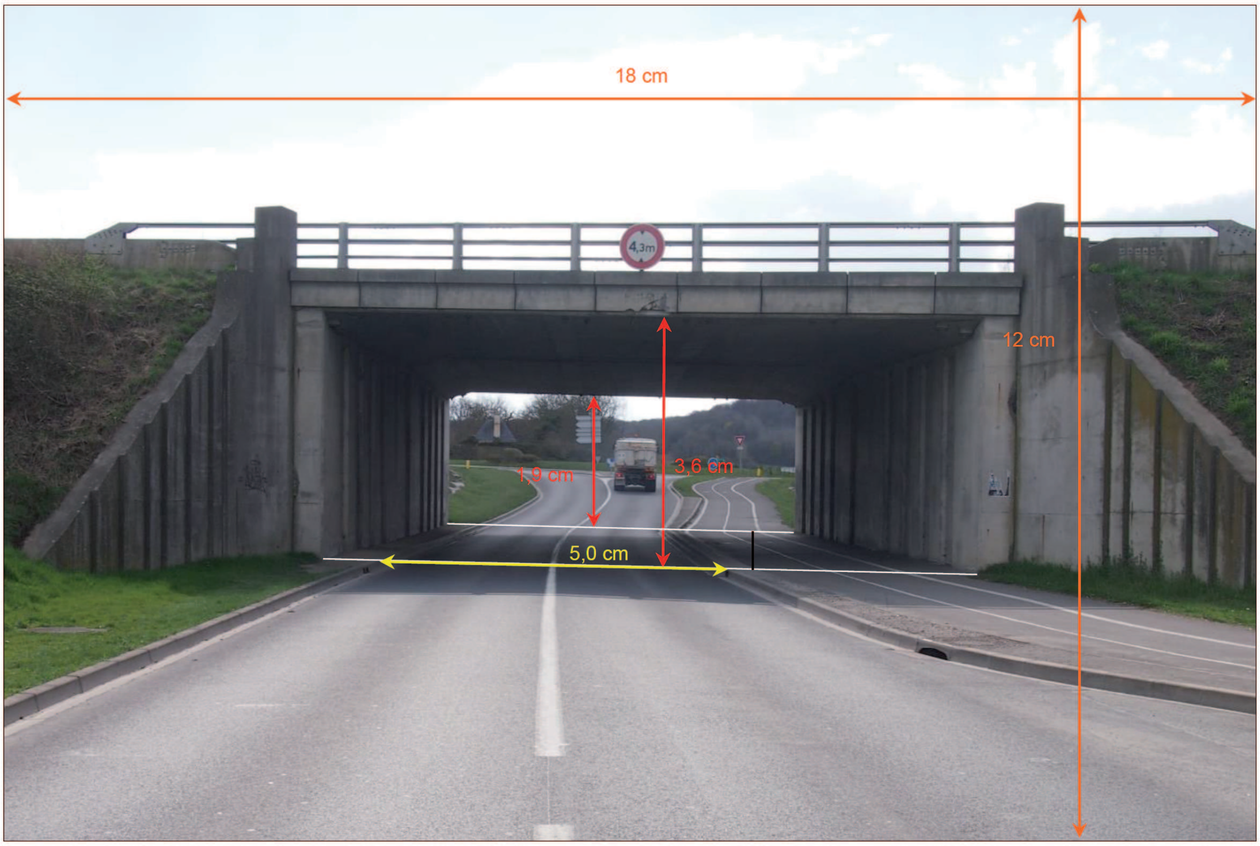
Mettre en oeuvre la stratégie (réaliser)

Réaliser	*Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique.* *Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée.*

Pour calculer h et h' sur la pellicule, il faut déterminer le rapport entre la taille de la photo fournie et celle de la pellicule. La photo mesure 180 mm × 120 mm et la pellicule 36 mm × 24 mm.
Il faut donc diviser par 5 les longueurs mesurées sur la photo pour obtenir les longueurs correspondantes sur la pellicule car $\frac{36}{180} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$

Pour mesurer correctement la hauteur de l'entrée et de la sortie du pont sur la pellicule, il faut déterminer avec soin l'image de l'entrée et la sortie du pont. Ne pas se fier à l'ombre car le soleil n'est pas au zénith. Il faut utiliser les côtés

On trouve : 3,6 cm pour l'entrée ce qui donne h = 0,72 cm
1,9 cm pour la sortie ce qui donne h' = 0,38 cm



L'application de la formule du grandissement donne : $d = \dfrac{f \times H}{h} = 21\,m$ et $D = \dfrac{f \times H}{h'} = 40\,m$

On en déduit la profondeur du pont : 40 – 21 = 19 m

Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)

Valider	*Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique…).*

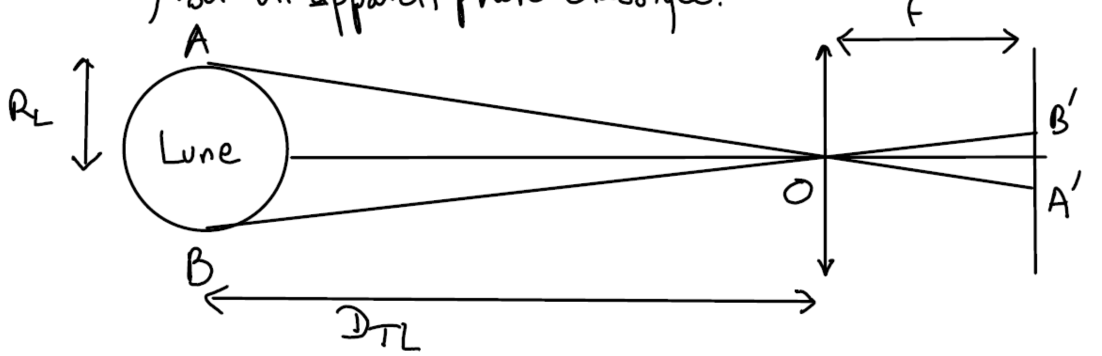
Les distances trouvées permettent de valider l'hypothèse des images formées dans le plan focal image de la lentille.

La largeur normalisée d'une voie de circulation est 3,5 m (de nombreux élèves de 1S sont en conduite accompagnée et ont passé le code de la route). Le professeur peut fournir ce renseignement si aucun élève ne connaît cette valeur.
Le document 1 donne l'indication : route à 2×2 voies séparées par un terre-plein central + une voie d'accès.
Cela fait 5 voies = 5×3,5 = 17,5 m sans compter le terre-plein et les glissières de sécurité qui peuvent faire 2 à 3 m. Le résultat trouvé est donc cohérent.
Remarque. On peut calculer la largeur des deux voies qui passent sous le pont à partir de la photo mais on ne trouve que 6 m car les voies sont réduites en largeur à 3 m chacune à cause de la piste cyclable.

On peut noter que l'incertitude sur la valeur finale est assez importante à cause de la difficulté de mesure exacte de la hauteur du pont sur la photo. En effet, notamment au niveau de la sortie du pont, la zone d'ombre est trompeuse car le soleil n'est pas à la verticale du pont. Au niveau de l'entrée du pont, c'est la hauteur du trottoir qui n'est pas évidente à prendre en compte. Ces effets entraînent une erreur d'environ 10% sur la valeur de h' et un peu moins sur h. La valeur de 19m est donc à nuancer par une incertitude d'environ deux mètres.

2 Photographie de la Lune

1) Pour un appareil photo classique :



Par Thalès : $A'B' = \frac{f'}{D_{TL}} AB = 50.10^{-3} \times \frac{1737 \times 2}{384\,000} \simeq 4{,}5.10^{-4}\,m \simeq 450\,\mu m$

très petit par rapport aux tailles du capteur.

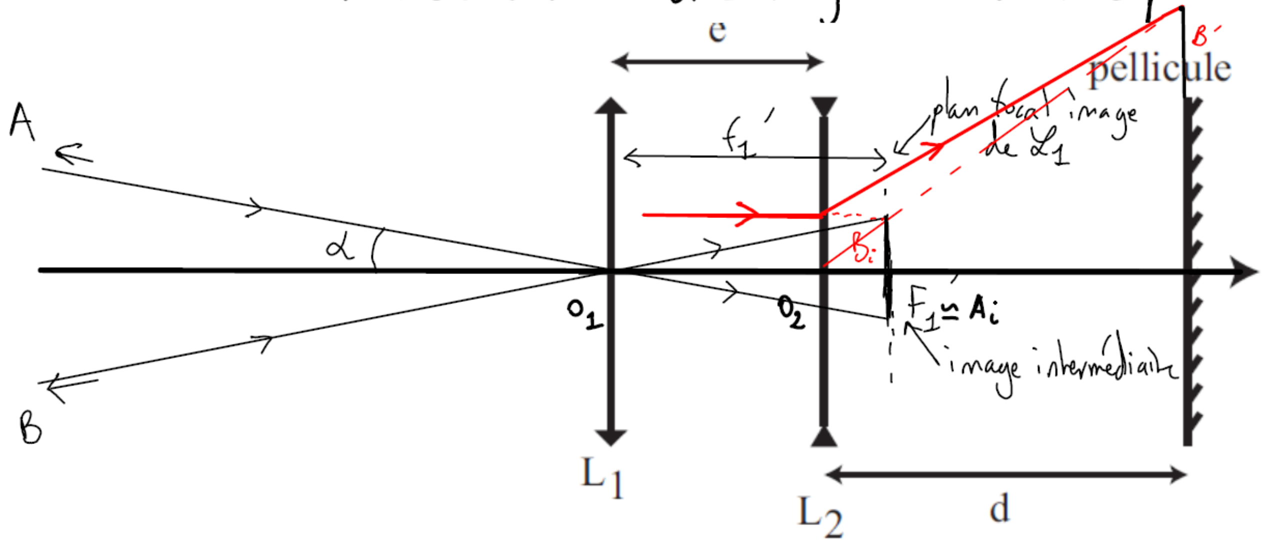
Calculons $A'B'$ en nombre de pixels à $\square^{a}$, sachant que $Na^2 \simeq S$ en négligeant les espaces interpixels : $a \simeq \sqrt{\frac{S}{N}} = \sqrt{\frac{24 \times 36.10^{-6}}{10.10^{6}}} \simeq 10\,\mu m$

L'image du diamètre de la Lune représente donc environ 45 pixels, ce qui est très faible pour en admirer les détails. Comme le montre la figure de gauche cependant, on parvient toutefois à voir apparaître des zones plus ou moins sombres sur l'image, qui est loin de se réduire à un seul point.

2) a) Pour avoir une image nette sur l'écran, il faut que :

$A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_i \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$

image de A par $\mathcal{L}_1$ et objet virtuel pour $\mathcal{L}_2$ de manière à former une image réelle sur le capteur.



Comme $D_{TL} \gg f_1'$, l'image intermédiaire de la Lune à travers la première lentille $\mathcal{L}_1$ se trouve pratiquement dans le plan focal image de $\mathcal{L}_1$, donc $A_i \simeq F_1'$.

La relation de conjugaison pour la seconde lentille s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_i}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \boxed{f_2' = \frac{\overline{O_2A_i}\,\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_i} - \overline{O_2A'}} = \frac{(f_1'-e)d}{(f_1'-e)-d} < 0} \text{ car } f_1'-e<d$$

$$\text{A.N : } f_2' = \frac{(0,05-0,0333)\times 0,1}{0,05-0,0333-0,1} \simeq \boxed{-2\,\text{cm}} < 0$$

c'est bien une valeur négative (lentille DV)

Cette valeur est très faible et la lentille est donc très divergente.

b) Pour déterminer la taille finale de l'image, on peut calculer la taille de l'image intermédiaire, puis multiplier par le grandissement dû à la seconde lentille :

d'après Thalès : $A_1B_1 = 2R_L \times \dfrac{f_1'}{D_{TL}}$

Par ailleurs : $\gamma_2 = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_i}} = \dfrac{d}{f_1'-e}$

finalement $A'B' = 2R_L \dfrac{f_1'}{D_{TL}} \times \dfrac{d}{f_1'-e} = 2{,}7\,mm$ C'est plus grand (6x), mais cela reste petit à l'échelle du capteur.

On retrouve l'expression du 1) avec $\boxed{f' = \dfrac{f_1' d}{f_1'-e}}$

A.N $\boxed{f' = \dfrac{0{,}05 \times 0{,}1}{0{,}05 - 0{,}0333} = 300\,mm}$

Dans ce cas, on voit qu'on multiplie par 6 la taille de l'image sur le capteur avec un encombrement $e+d = 13{,}33$ cm au lieu de 30 cm avec une seule lentille.
On pourrait modifier encore les paramètres de façon à obtenir une focale équivalente encore plus grande, mais l'appareil photo ressemble tout de même à une lunette astronomique si on veut une focale de 1200mm comme le montre la photo ci-dessous.