

## TD n°23 - Interféromètre de Michelson

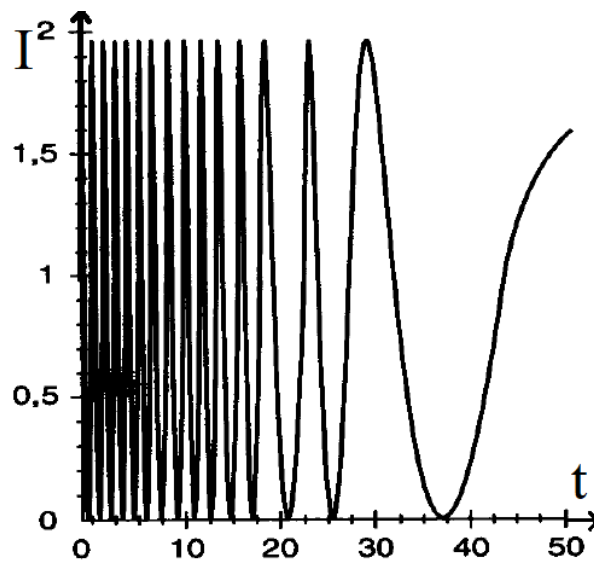
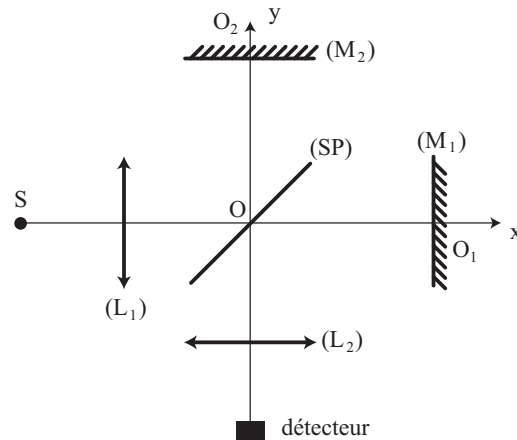
### 1 Mesure de l'indice de l'air

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une source ponctuelle  $S$ , monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 632.8nm$ , placée au foyer objet d'une lentille convergente  $(L_1)$  d'axe optique  $Ox$ .

Un détecteur placé au foyer image d'une seconde lentille convergente  $(L_2)$  d'axe optique  $Oy$ , délivre une tension  $U = k\mathcal{E}$  où  $\mathcal{E}$  est l'éclairement qu'il reçoit et  $k$  une constante.

On installe sur le trajet d'un des faisceaux une cuve parallélépipédique fermée, de longueur intérieure  $h = 1.6cm$ . Sur le trajet de l'autre faisceau on place une cuve identique dont le rôle est de rétablir la symétrie des chemins optiques. On vide alors la première cuve de l'air qu'elle contient avec une pompe et on enregistre le signal donné par le détecteur.

Déduire de l'enregistrement obtenu ci-dessous la valeur de l'indice de l'air  $n_{air}$ .

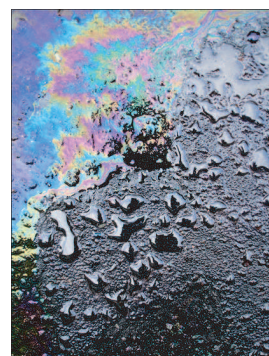


Réponse :  $n_{air} = 1 + \frac{N\lambda_0}{2h}$  et  $\Delta n_{air} = \frac{\lambda_0}{2h}\Delta N$  soit avec  $N = 14,75 \pm 0,25$ ,  $n_{air} = 1,000292 \pm 5.10^{-6}$ .

### 2 Flaque d'huile

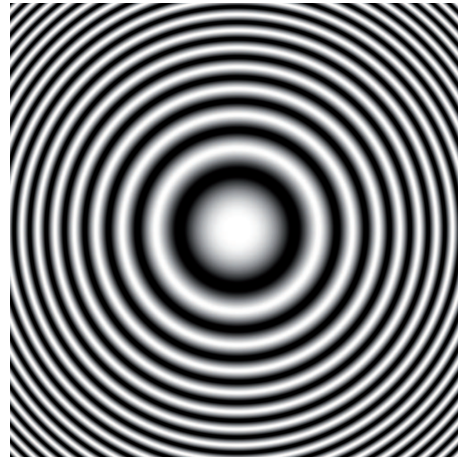
Une goutte d'huile de vidange forme un film mince à la surface de l'eau dans un caniveau. Lorsque la goutte est éclairée par le soleil, elle fait apparaître des franges colorées à sa surface.

Interpréter ce phénomène et en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur  $e$  du film d'huile. Citer un autre phénomène d'irisation semblable.



### 3 Anneaux de Michelson

On considère la figure ci-contre obtenue à l'aide d'un interféromètre de Michelson éclairé par un laser de longueur d'onde  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ . La projection des anneaux a été faite sur l'écran à l'aide d'une lentille de focale  $f' = 1 \text{ m}$ .

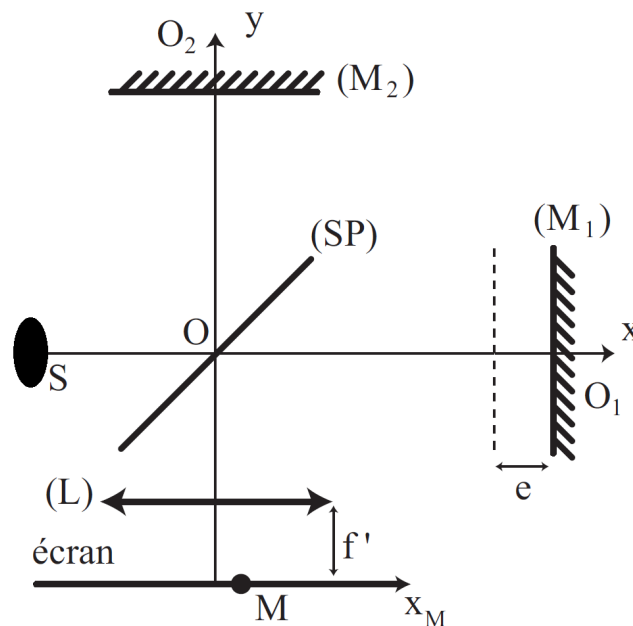


1. Comment appelle-t-on la configuration du Michelson qui permet d'obtenir cette figure d'interférence? Faire un schéma équivalent du montage.
2. Déterminer l'épaisseur  $e$  à partir de la figure d'interférence sachant que le côté de la figure correspond à  $L = 20 \text{ cm}$  sur l'écran.

Réponse : 2.  $e \simeq \frac{8\lambda f'^2}{r_s^2} \simeq 506 \text{ } \mu\text{m}$ .

### 4 Michelson en lame d'air

Considérons un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur  $e$ . On utilise une lampe à vapeur de sodium étendue pour éclairer l'interféromètre. On observe des anneaux dans le plan focal d'une lentille convergente comme le montre la figure ci-dessous.



On constate que la figure d'interférence est tantôt brouillée, tantôt bien contrastée au centre de la figure. La distance d'épaisseur optique entre un brouillage et un contraste maximal peut être mesurée expérimentalement et vaut  $\Delta e = 0.15 \text{ mm}$ . En déduire l'écart en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du doublet du sodium sachant que la longueur d'onde moyenne du doublet vaut  $\lambda = 589.3 \text{ nm}$  et que les deux raies ont la même intensité. On pourra négliger la dispersion du milieu.

On utilisera deux méthodes :

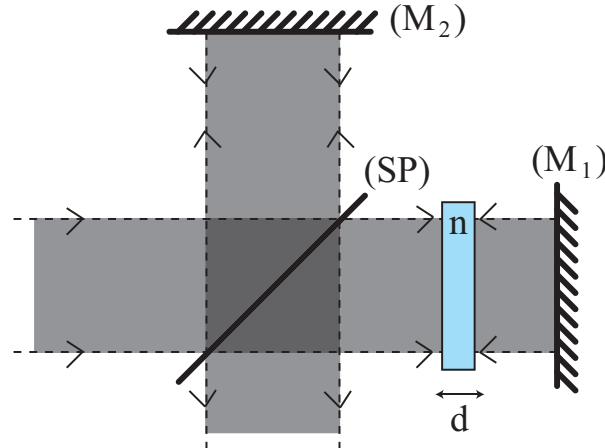
1. à partir du calcul direct de l'intensité
2. en raisonnant directement sur les ordres d'interférence.

Réponse :  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{4\Delta e}$ .

## 5 Mesure de l'épaisseur d'une lame

L'interféromètre de Michelson a été réglé en lame d'air à faces parallèles. Les miroirs sont éclairés sous incidence normale par un faisceau de rayons lumineux parallèles monochromatiques.

1. Comment a-t-on réalisé le faisceau d'éclairage ?
2. Quelle est la particularité de la répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran ?
3. On déplace le miroir  $M_1$  de façon à ce que son image par la séparatrice coïncide avec le miroir  $M_2$ . Comment appelle-t-on cette configuration et quelle est la valeur de l'éclairement sur l'écran ?



4. À partir la configuration précédente, on place maintenant sur la voie 1 de l'interféromètre une lame de verre transparente d'indice  $n = 1.5$ , à faces parallèles et d'épaisseur  $d$  et on la suppose traversée sous incidence normale.
  - (a) Quelle est la différence de marche supplémentaire due à la lame ?
  - (b) Quel est le nouvel éclairement détecté ?
  - (c) Si ce nouvel éclairement est minimal, est-il possible de définir l'épaisseur de la lame ?
  - (d) On utilise finalement un laser accordable dont on peut faire varier légèrement la longueur d'onde (les longueurs seront supposées suffisamment proches pour pouvoir négliger la variation d'indice de la lame). Sachant que l'éclairement est minimal pour une première longueur d'onde  $\lambda_{01}$  et qu'on retrouve pour la première fois un éclairement minimal pour une seconde longueur d'onde  $\lambda_{02} > \lambda_{01}$ , en déduire l'épaisseur  $d$  de la lame.

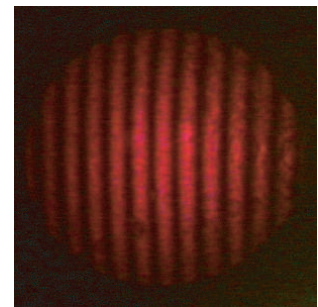
Réponse : 4.d) 
$$d = \frac{1}{2(n-1) \left( \frac{1}{\lambda_{01}} - \frac{1}{\lambda_{02}} \right)}$$

## 6 Franges d'égale épaisseur

Un interféromètre de Michelson est réglé pour observer les franges du coin d'air. Il est éclairé par une source étendue à l'infini. La figure d'interférence est projetée sur un écran à l'aide d'une lentille de distance focale  $f' = 20\text{cm}$  ; la distance entre la lentille et l'écran est  $D = 1.30\text{m}$ . On mesure sur l'écran un interfrange  $i = 4\text{mm}$ . La lumière est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 546.1\text{nm}$ .

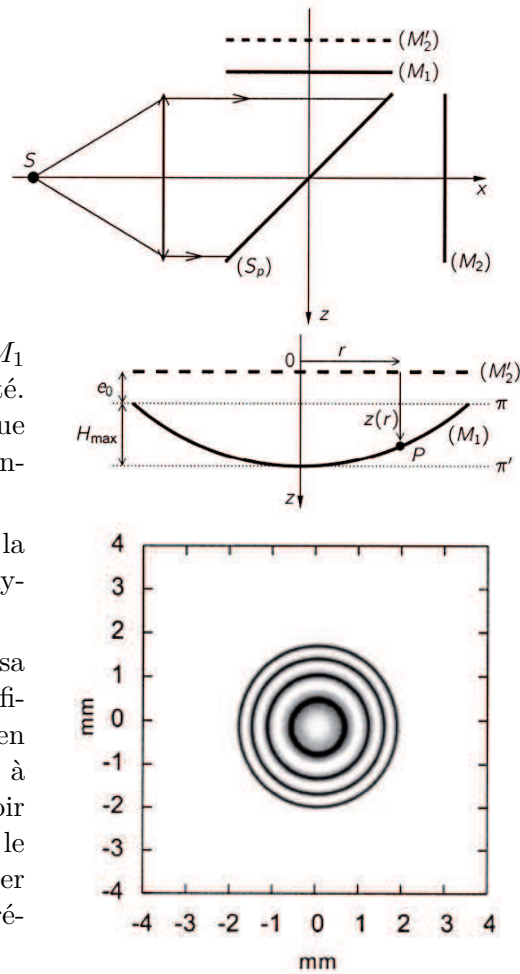
1. Quel est l'angle  $\alpha$  entre les miroirs ?
2. Combien voit-on de franges si les miroirs ont un diamètre  $d = 2\text{cm}$  ?

Réponses : 1.  $\alpha = \frac{\lambda_0}{2n_{\text{air}} i_{\text{ecran}}} \times \frac{D - f'}{f'} = 3,75 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , 2.  $N_{\text{franges}} = E \left[ \frac{d}{i_{\text{miroir}}} \right] = 27$ .



## 7 Détection d'un défaut de planéité par interférométrie

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.  $M'_2$  est l'image virtuelle du miroir  $M_2$  qu'en donne la séparatrice-compensatrice  $S_p$  (supposée idéale). On appelle  $e$  la distance entre  $M_1$  et  $M'_2$ . Le dispositif (voir figure ci-contre) est éclairé en incidence normale par un faisceau parallèle étendu de longueur d'onde  $\lambda = 633nm$ .



1. Exprimer l'éclairement en fonction de  $e$ . Quel est l'aspect de la figure d'interférence ?
2. On étudie la figure d'interférence obtenue sur  $M_1$  lorsque  $M_1$  présente un défaut sphérique de planéité. Le miroir  $M_1$  est donc maintenant supposé sphérique de rayon de courbure  $R$  (interféromètre de Twyman-Green).
  - (a) Exprimer l'épaisseur  $z(r)$  puis l'éclairement de la figure d'interférence sur le miroir  $M_1$  avec les hypothèses  $r \ll R$ ,  $e_0 \ll R$  et  $H_{max} \ll R$ .
  - (b) Déterminer le diamètre  $d$  du défaut ainsi que sa profondeur maximale  $H_{max}$  dans le cas de la figure ci-contre. Cette dernière a été obtenue en conjuguant l'écran avec le plan du miroir  $M_1$  à l'aide d'une lentille convergente de façon à avoir un grandissement unité. Peut-on déterminer si le défaut est convexe ou concave ? Si oui, proposer une méthode permettant de le déterminer en précisant clairement la méthode employée.

Réponse : 2.  $z(r) = e_0 + H_{max} - \frac{r^2}{2R}$ , 3.  $d = 4 \text{ mm}$  et  $H_{max} = 2\lambda = 1.26 \mu\text{m}$ .

## 8 Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson initialement réglé au contact optique. On tourne très légèrement l'un des miroirs de sorte à se placer dans la configuration du coin d'air.

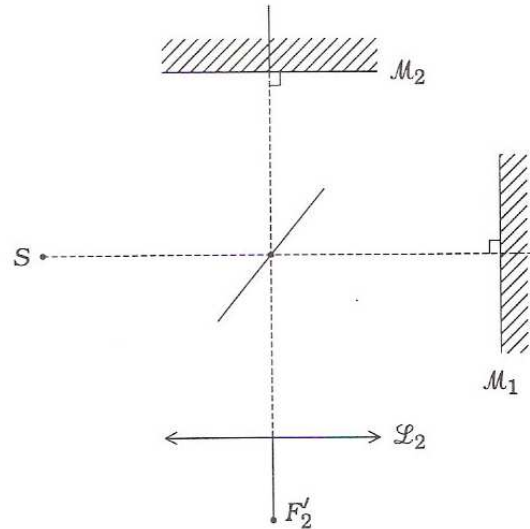
1. Dessiner l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air d'angle  $\alpha$  éclairé par une source lumineuse monochromatique étendue sous incidence quasi-normale.
2. Donner la forme des interférences et leur localisation.
3. Exprimer la différence de marche et l'interfrange.
4. On remplace la source lumineuse monochromatique par une lampe à vapeur de sodium comportant un doublet de deux raies de même intensité et de longueurs d'onde respectives  $\lambda_1 = 589,0nm$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  avec  $0 < \Delta\lambda \ll \lambda_1$ . A partir d'une situation où les interférences ont un contraste maximal, on translate le miroir incliné jusqu'à ce que les franges se brouillent pour la première fois. On observe 500 franges défilé. En déduire la valeur de  $\Delta\lambda$ .

Réponse : 3.  $\delta = 2\alpha X$ , 4.  $\Delta\lambda = 0.6nm$ .

## 9 Mesure de la largeur spectrale d'une raie

Pour mesurer la largeur spectrale d'une raie émise par une lampe à mercure  $S$ , centrée sur la longueur d'onde  $\lambda_0$ , préalablement sélectionnée avec un filtre, on utilise un interféromètre de Michelson dans une configuration où les miroirs restent perpendiculaires entre eux.

Un capteur situé en  $F'_2$ , foyer de la lentille  $L_2$ , fournit un courant  $i(t)$  proportionnel au flux lumineux qu'il reçoit : on admettra ici que  $i$  est proportionnel à l'intensité lumineuse au point  $F'_2$ .



À l'instant initial  $t = 0$ , l'appareil est réglé pour que la différence de marche en  $F'_2$  soit nulle. Un moteur permet alors de translater le miroir  $M_1$  à la vitesse constante  $v_0$ .

Donner la forme du courant  $i(t)$  délivré par le capteur sachant que l'intensité lumineuse émise par la source sur la bande  $d\sigma$  (où  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ ) peut s'écrire sous la forme :

$$dI_0 = J_0 \exp \left[ - \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{a} \right)^2 \right] d\sigma$$

Cette expression correspond à une raie de profil gaussien, de densité spectrale maximale  $J_0$  et centrée sur  $\sigma_0 = 1/\lambda_0$  avec  $a \ll \sigma_0$ .

**Données :**

$$\int_0^{+\infty} e^{-\frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2}} d\sigma = a\sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{+\infty} \cos(2\pi\delta\sigma) e^{-(\sigma - \sigma_0)^2/a^2} d\sigma = a\sqrt{\pi} e^{-\pi^2 a^2 \delta^2} \cos(2\pi\delta\sigma_0)$$

## 10 Spectre cannelé

On considère un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air, éclairé sous incidence quasi-normale par une source de lumière blanche ponctuelle.

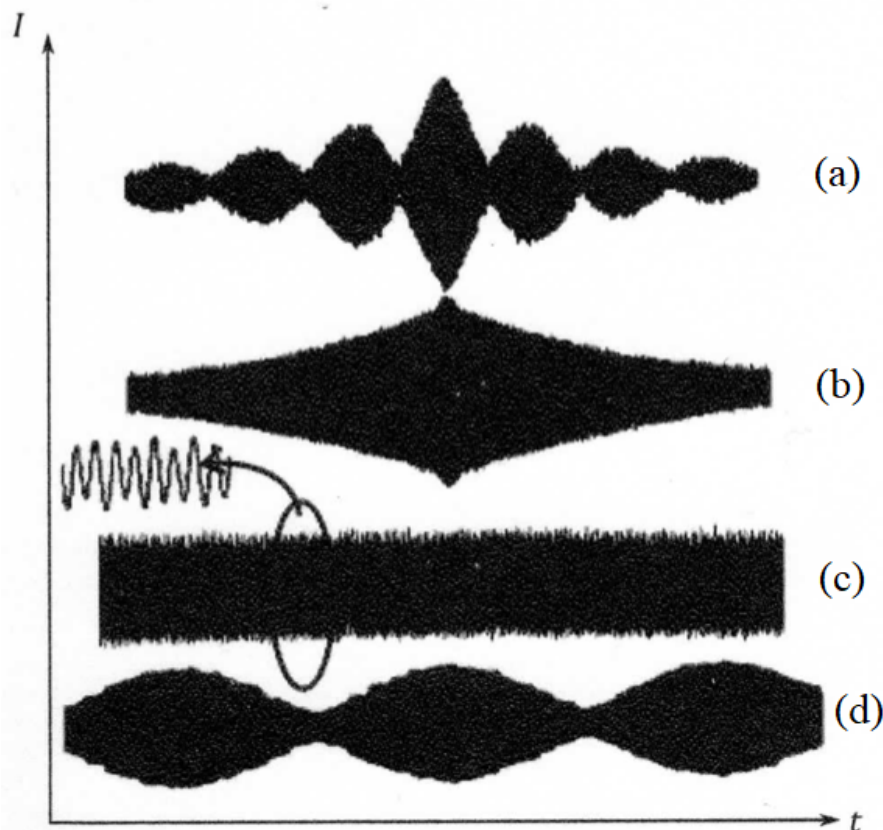
1. Décrire l'allure de la figure d'interférence obtenue sur l'écran si on se place au voisinage du contact optique.
2. On "chariotte" l'un des miroirs d'une distance  $e$  à partir d'une situation pour laquelle le contact optique correspond au centre de la figure d'interférence. On sélectionne alors le centre de la figure d'interférences ( $X_{miroirs} = 0$ ) qui correspond à du "blanc d'ordre supérieur" dont l'analyse est faite à l'aide d'un spectroscopie (fente + réseau). Pourquoi observe-t-on un spectre "cannelé" ?
3. Au sein de la figure précédente, on observe deux raies noires pour les longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  et on voit qu'il y en a  $q$  autres entre les deux. Donner l'expression de  $e$  en fonction de  $q$  et des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

Réponses : 3.  $e = \frac{(q+1)\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$ .

## 11 Quel interférogramme pour quelle source ?

A l'aide d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air à faces parallèles, on enregistre différents interférogrammes. La figure suivante montre les enregistrements observés avec différentes sources lumineuses :

1. laser
2. lampe Mercure haute pression + filtre interférentiel isolant la raie verte
3. lampe Mercure haute pression + filtre interférentiel isolant le doublet jaune
4. lampe Sodium basse pression



Associer à chaque source son interférogramme. Que pouvez-vous dire de l'écart du doublet jaune du Mercure par rapport à celui du Sodium ?