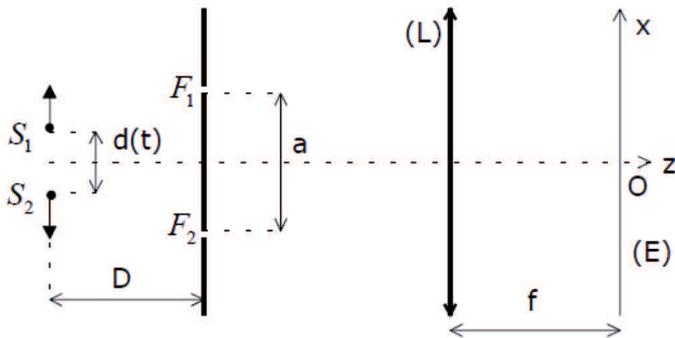


DM n°19 : Optique ondulatoire

À rendre pour le mercredi 13 mars

1 Fentes d'Young avec sources en mouvement



On considère le dispositif des fentes d'Young avec observation dans le plan focal d'une lentille (L).

Les fentes sont infiniment fines. Les 2 sources sont monochromatiques, de même longueur d'onde, et se déplacent à une vitesse constante v , symétriquement par rapport à l'axe Oz , selon l'axe Ox . Les intensités des 2 sources sont identiques.

1. Déterminer l'éclairement reçu par un point M quelconque de l'écran (E). On considérera que $D \gg a$, et $D \gg d$.
2. Faire apparaître un facteur de visibilité $V(t)$, et calculer la périodicité T du brouillage du système d'interférences.

Remarque : cette expérience peut être réalisée avec 2 radiotélescopes, montés sur des rails ; les antennes (qui jouent le rôle de F_1 et F_2) reçoivent des ondes (dans le domaine des radiofréquences) émises par une même étoile, et sont connectées à un sommateur électronique permettant de superposer les signaux reçus.



FIGURE 1 – A gauche : radiotélescope interférométrique du plateau de Bure (Hautes-Alpes). A droite : Very Large Array (Nouveau-Mexique).

2 Trous d'Young éclairés par une source polychromatique

On cherche à déterminer l'allure de la figure d'interférences obtenue à partir d'un dispositif de trous d'Young éclairé par une source ponctuelle polychromatique. Cette source peut par exemple correspondre à la lumière transmise par un filtre coloré éclairé en lumière blanche ponctuelle. On supposera dans tout l'exercice que l'indice du milieu est $n = 1$, c'est à dire que l'expérience se fait dans l'air, qui est un milieu non dispersif.

Afin de simplifier les calculs, introduisons le *nombre d'onde* défini par : $\sigma = \frac{1}{\lambda}$.

La source polychromatique est caractérisée par une densité spectrale $J(\sigma)$ telle que l'intensité dI correspondant à une largeur spectrale $d\sigma$ soit

$$dI_0 = J(\sigma) d\sigma$$

Pour simplifier, on supposera que le spectre d'émission présente un profil rectangulaire en nombre d'onde compris entre σ_1 et $\sigma_2 > \sigma_1$ de sorte que

$$J(\sigma) = \begin{cases} J_0 & \text{si } \sigma \in [\sigma_1, \sigma_2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

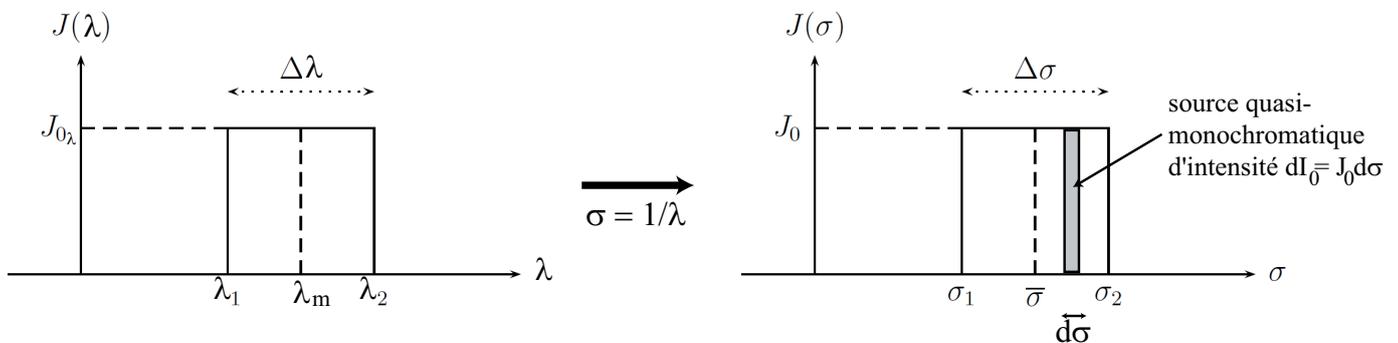


FIGURE 2 – Densité spectrale de la source polychromatique considérée.

On posera

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} & \text{nombre d'onde moyen} \\ \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 & \text{largeur spectrale (en nombre d'onde) avec } \delta\sigma \ll \bar{\sigma} \\ I_0 = J_0(\sigma_2 - \sigma_1) & \text{intensité totale de la source} \end{cases}$$

1. Justifier pourquoi chaque émission monochromatique donne lieu à un système d'interférences qui lui est propre.
2. Déterminer l'intensité élémentaire $dI_\sigma(M)$ créée en un point M de l'écran par la radiation de nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$, de largeur $d\sigma$, et d'intensité $dI_0 = J_0 d\sigma$ au niveau de la source, en fonction de J_0 , δ , σ et $d\sigma$.
3. En déduire que l'expression de l'intensité créée en M sur l'écran par la totalité de la source s'écrit :

$$I(M) = 2J_0\Delta\sigma [1 + \text{sin}_c(\pi\delta\Delta\sigma) \cos(2\pi\delta\bar{\sigma})]$$

où la fonction sin_c correspond au *sinus cardinal*, défini par :

$$\begin{aligned} \text{sin}_c : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{\sin x}{x} \end{aligned}$$

4. Tracer l'allure de $\text{sinc}(x)$ en fonction de x en faisant apparaître ses valeurs prises en $x = 0$, $x = \pm\pi$ et $x = \pm 2\pi$.
5. Montrer que le contraste des interférences sur l'écran peut s'écrire

$$C(\delta) = |\text{sinc}(\pi\delta\Delta\sigma)|$$

6. Où le contraste est-il maximal? Montrer que la figure d'interférences est bien contrastée tant que $\delta < \frac{1}{\Delta\sigma}$
7. Commenter les figures ci-dessous en lien avec l'expression de $I(M)$.

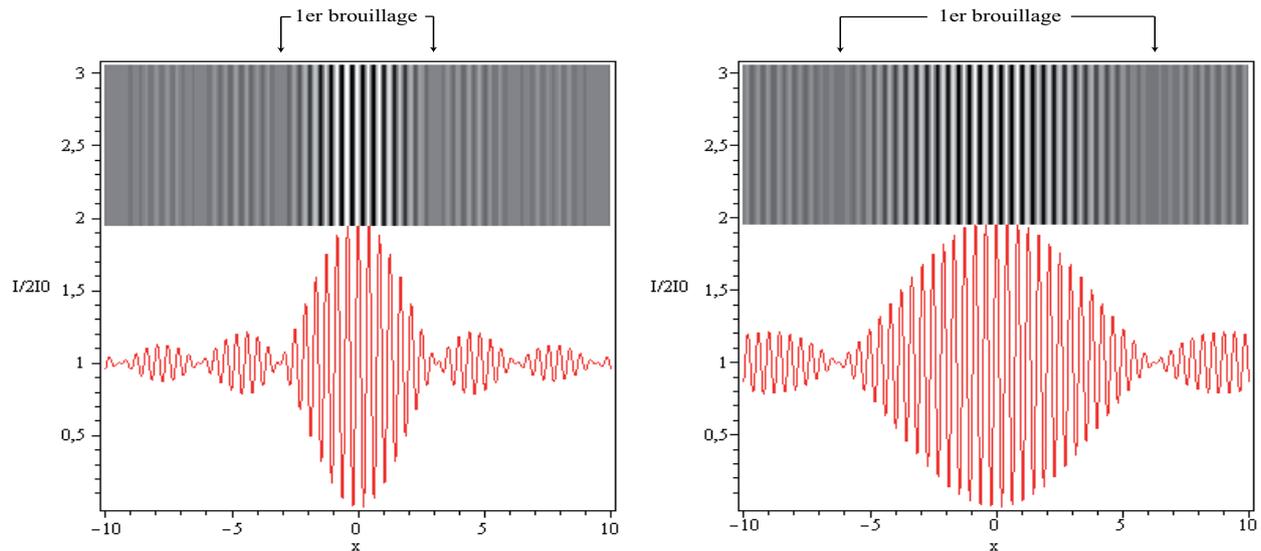


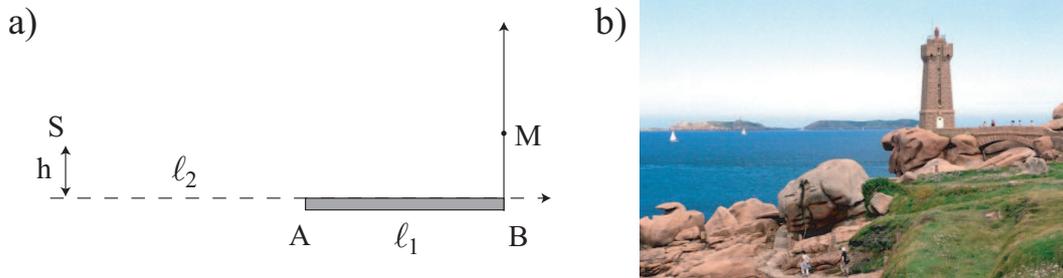
FIGURE 3 – Allure de la figure d'interférence et de l'intensité associée dans le cas d'un profil spectral rectangulaire. À gauche, $\Delta\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{15}$ tandis qu'à droite $\Delta\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{30}$.

8. Retrouver le résultat de la question 6. en terme de longueur de cohérence, à l'aide du modèle des trains d'onde.
9. Retrouver à nouveau ce résultat en terme d'ordres d'interférence, à l'aide du critère de brouillage sur le spectre de la source.

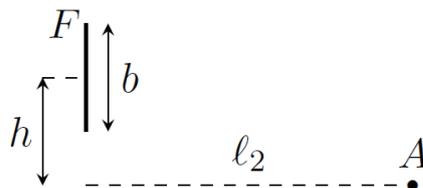
3 Miroir de Lloyd

Le dispositif interférentiel du miroir de Lloyd est constitué d'un miroir plan AB de longueur $\ell_1 = 10$ cm de long, et d'un écran qui lui est orthogonal en B . Une source ponctuelle située à une hauteur $h = 1,0$ mm au dessus du plan du miroir et à $\ell_2 = 20$ cm de A , émet une radiation de longueur d'onde $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$.

L'espace sera rapporté au repère $(Bxyz)$.



1. Expliquer pourquoi le dispositif de la figure a) permet d'observer des interférences sur l'écran. On déterminera notamment si le dispositif est à division du front d'onde ou à division d'amplitude. Représenter le champ d'interférences.
2. Déterminer la différence de marche δ et la différence de phase $\Delta\varphi$ en un point $M(x, y, 0)$ de l'écran. Compte tenu du fait que $x, |y|, h$ sont très petits devant $\ell_1 + \ell_2$, simplifier les expressions de δ et $\Delta\varphi$.
3. En déduire l'expression de l'éclairement (intensité) sur l'écran. Quelle est la forme des franges obtenues? Montrer que la frange située en B est une frange sombre. Calculer l'interfrange i .
4. Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente très fine parallèle à By (cette fente étant toujours située à une distance $\ell_1 + \ell_2$ de l'écran)?
5. Expliquer en vous inspirant de ce qui précède dans le cas d'une source ponctuelle, qu'un bateau en mer à 12 km de la rive capte difficilement une émission radio de longueur d'onde de 2 m si l'émetteur est placé sur la côte à une hauteur de 10 m et que les choses s'arrangent si l'émetteur est placé sur une colline à une hauteur de 500 m (voir photo b).
6. On suppose maintenant que la source est une fente F très fine, parallèle à Bx et de longueur b , comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



Pour quelle première valeur de b a-t-on un brouillage des franges sur l'écran? On fera l'application numérique dans le cas concret évoqué à la question précédente. La largeur de la source émettrice limitera-t-elle le contraste des franges en pratique?