

MP2 - DS n°7 (CCP - e3a)
 Samedi 23 mars 2024. Durée 4h.

1 Analyse chimique d'un alliage Cuivre-Aluminium

On s'intéresse au protocole complet, en trois étapes, permettant de déterminer la composition chimique d'un alliage Cuivre-Aluminium dénommé alliage 2024.

1) Première phase : Séparation du cuivre et de l'aluminium

Après avoir réduit l'alliage à l'état de poudre, une masse $m = 1,0$ g est introduite dans un ballon de 250 mL. 100 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium (Na^+ , HO^-) à environ $8 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ sont versés sur l'alliage. Quand le dégagement gazeux de dihydrogène tend à diminuer, le contenu du ballon est porté à ébullition pendant 15 minutes. Après refroidissement, le contenu du ballon est filtré. Les particules solides restées sur le filtre sont rincées, puis placées dans un bécher de 200 mL.

a) Pourquoi utilise-t-on l'alliage sous forme de poudre ?

Les diagrammes potentiel-pH des éléments aluminium et cuivre ont été tracés pour une concentration en espèces dissoutes égale à $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ sur chaque frontière (figures 14 et 15). Les frontières associées aux couples de l'eau ont été ajoutées en traits plus fins.

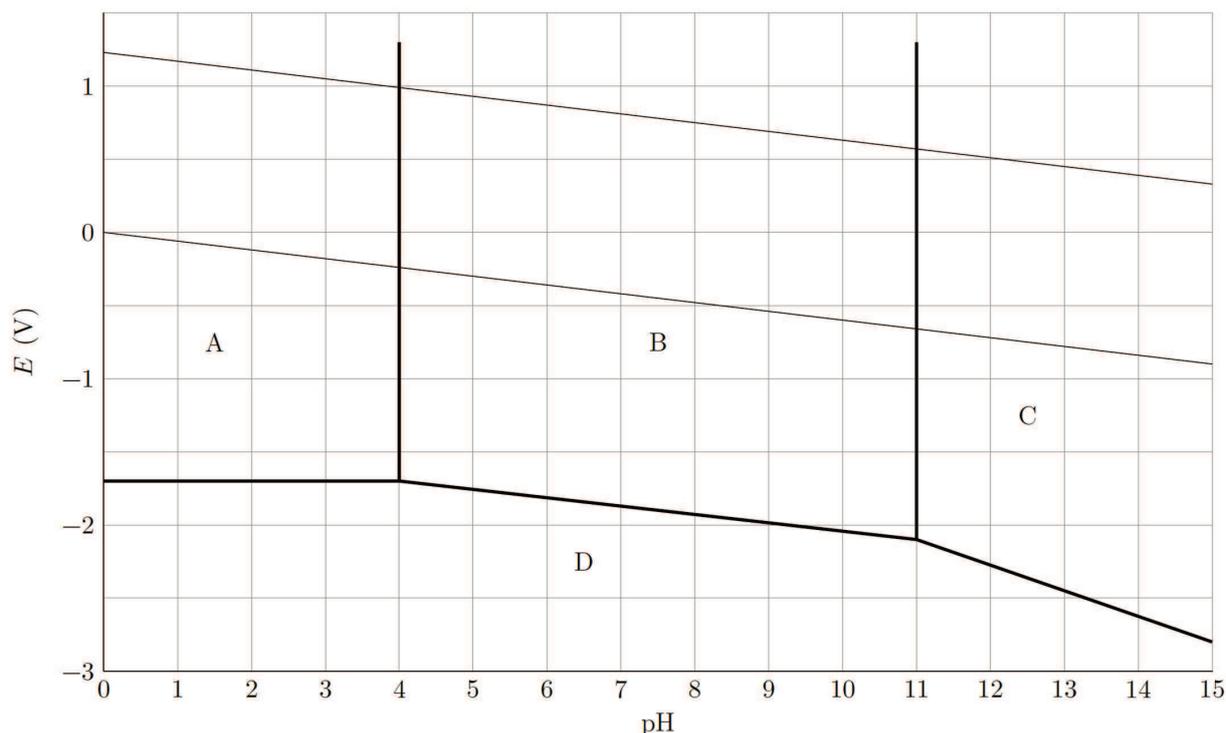


Figure 14 Diagrammes potentiel-pH superposés de l'aluminium et de l'eau

b) Attribuer un domaine à chacune des espèces suivantes : $\text{Al}_{(s)}$, $\text{AlO}_2^-_{(aq)}$, $\text{Al}^{3+}_{(aq)}$ et $\text{Al}(\text{OH})_{3(s)}$.

c) Retrouver le pH d'apparition du solide $\text{Al}(\text{OH})_{3(s)}$ dans une solution contenant les ions $\text{Al}^{3+}_{(aq)}$ à la concentration $C = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

d) Déterminer la valeur théorique de la pente de la frontière séparant les domaines de stabilité des espèces $\text{Cu}^{2+}_{(aq)}$ et $\text{Cu}_2\text{O}_{(s)}$.

e) Au moyen des deux diagrammes potentiel-pH, justifier l'utilisation du traitement par la soude pour séparer les éléments aluminium et cuivre. Écrire l'équation de la (ou des) réaction(s) qui ont lieu au cours de cette phase.

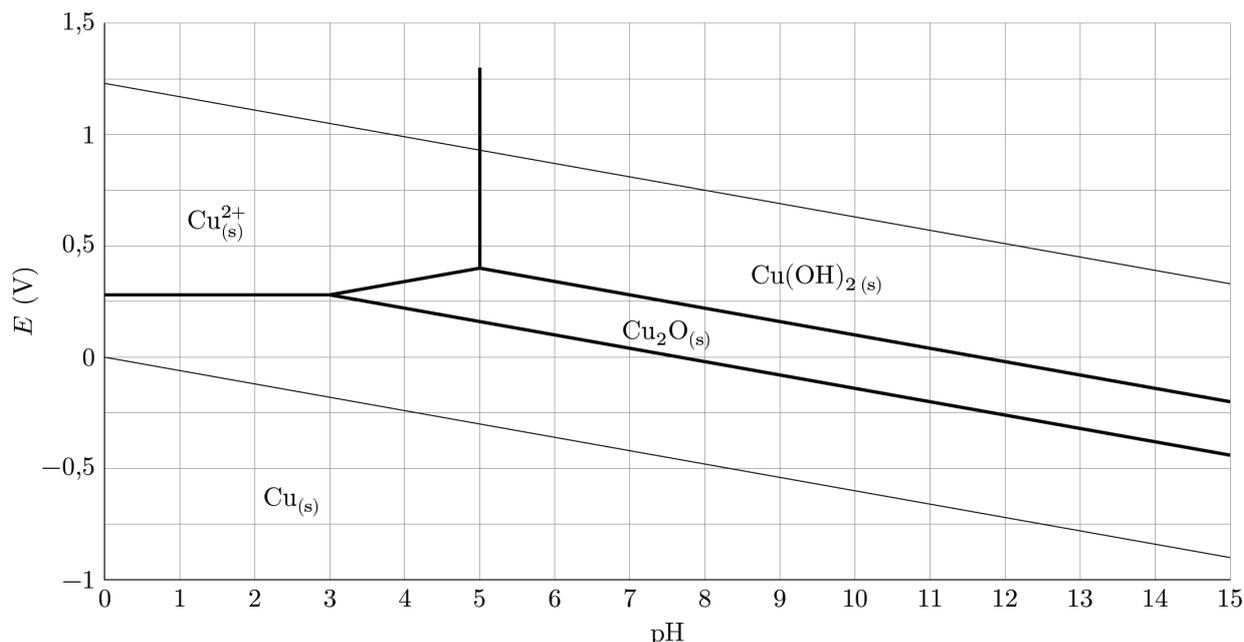


Figure 15 Diagrammes potentiel-pH superposés du cuivre et de l'eau

- f) Pourquoi est-il judicieux de travailler en milieu très basique plutôt que neutre ?
 g) Quel peut être l'intérêt de porter le mélange à ébullition quand le dégagement gazeux faiblit ?

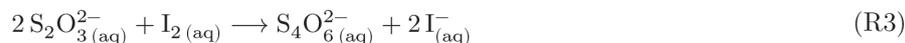
2) Deuxième phase : Dissolution du cuivre

Le cuivre solide récupéré à l'issue de la première phase est totalement dissout au moyen de 10 mL d'une solution d'acide nitrique concentrée ($\text{H}^+_{(\text{aq})} + \text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$). Un dégagement gazeux de monoxyde d'azote NO est observé.

Écrire l'équation (R1) de la réaction de dissolution du cuivre $\text{Cu}_{(\text{s})}$ en présence d'acide nitrique.

3) Troisième phase : Dosage du cuivre dans l'alliage

Après addition d'une quantité excédentaire d'iodure de potassium (K^+, I^-), la solution prend une coloration brune attribuable à la formation de diiode I_2 . Ce dernier est ensuite dosé par une solution aqueuse de thiosulfate de sodium ($2\text{Na}^+, \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$) à $C = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. L'équivalence est détectée pour un volume versé $V = 12,5 \text{ mL}$. Les équations des réactions supposées totales qui ont lieu pendant cette phase sont :



- a) Justifier, par un calcul, le caractère total de la réaction (R3).
 b) Dédire des résultats du dosage le pourcentage massique de cuivre dans l'alliage dosé.
 c) Serait-il utile de répéter une nouvelle fois ce dosage ? Si oui, pourquoi ?

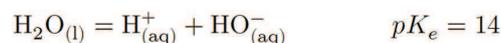
Annexe : Valeurs numériques

Données à 298 K.

	O	Al	Cu
Numéro atomique	8	13	29
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	16,0	27,0	63,5
Rayon métallique (pm)		143	128

Densité de l'alumine Al₂O₃ : $d = 4$.**Constantes**Constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ Constante de Faraday $F = 96,5 \times 10^3 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$ Constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ **Potentiels standard d'oxydoréduction**

Couple	Al ³⁺ /Al	H ⁺ /H _{2(g)}	Fe ²⁺ /Fe	Cu ²⁺ /Cu	S ₄ O ₆ ²⁻ /S ₂ O ₃ ²⁻	I ₂ /I ⁻	NO ₃ ⁻ /NO _(g)	O _{2(g)} /H ₂ O
E° (V)	-1,66	0,00	-0,44	0,34	0,080	0,62	0,96	1,23

Produit de solubilité de l'hydroxyde d'aluminium(III) Al(OH)₃**Produit ionique de l'eau****Données thermodynamiques**

	Al _(s)	Al ₂ O _{3(s)}	O _{2(g)}
Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol ⁻¹)	0	-1700	0
Entropie molaire standard S_m° (J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹)	27	51	205

• • • FIN • • •

2 Considérations sur une raie spectrale

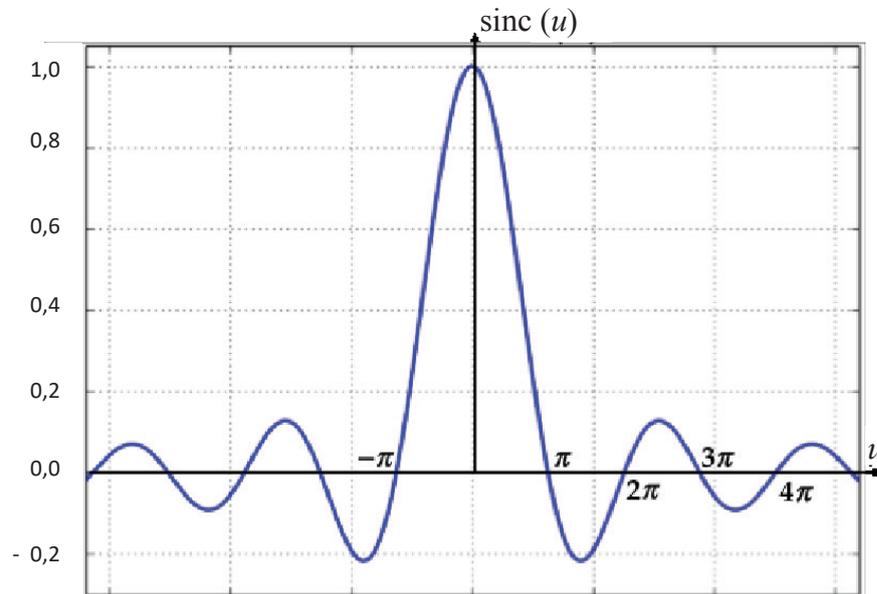
Données

- Masse d'un électron : $m_e \approx 10^{-30} \text{ kg}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

- La permittivité du vide ϵ_0 est telle que $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 10^{10} \text{ SI}$ et $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \approx 2 \cdot 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m}$
- Constante de Planck : $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Équation de Schrödinger indépendante du temps vérifiée par $\varphi(x)$ associée à un quanton dans un état stationnaire d'énergie \mathcal{E} , de fonction d'onde $\psi(x,t) = \varphi(x) \cdot e^{-i\frac{\mathcal{E}t}{\hbar}}$, soumis à l'énergie potentielle $V(x)$: $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + V(x) \cdot \varphi(x) = \mathcal{E} \cdot \varphi(x)$

- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \approx 1 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = k_B \cdot N_A = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire du Mercure Hg : $M_{\text{Hg}} = 200,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Formule d'analyse vectorielle : pour un champ vectoriel \vec{A} on a $\overline{\text{rot}(\text{rot}(\vec{A}))} = \overline{\text{grad}(\text{div}(\vec{A}))} - \Delta \vec{A}$
- La moyenne temporelle d'une grandeur $A(t)$ de période T_0 s'écrit : $\langle A \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} A(t) dt$

- Représentation graphique de la fonction « sinus cardinal » : $\text{sinc} : u \mapsto \left(\frac{\sin(u)}{u} \right) :$



- Formule de trigonométrie : $\sin(a) - \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$
- $\sqrt{10^{-3}} \approx 3,2 \cdot 10^{-2}$; $\sqrt{10^3} \approx 3,2 \cdot 10^{+1}$
- Valeurs de certaines intégrales :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi} \quad ; \quad \int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad ; \quad \int_0^{+\infty} x \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$$

$$\int_0^{\pi} [\sin(\theta)]^3 d\theta = \frac{4}{3}$$

- Volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Nous allons considérer une lampe spectrale à vapeur de mercure, généralement utilisée en Travaux Pratiques au lycée.

Document 1 - Lampe à décharge

Une lampe à décharge est une lampe électrique constituée d'un tube ou d'une ampoule en verre remplie de gaz ou de vapeur métallique, sous haute ou basse pression, au travers de laquelle on fait passer un courant électrique. Il s'ensuit une émission de photons donc d'énergie lumineuse. Pour ces lampes, la couleur de la lumière émise par luminescence dépend du gaz utilisé : [...] Le mercure s'approche du bleu tout en produisant une quantité importante d'ultraviolet.

Principe de fonctionnement

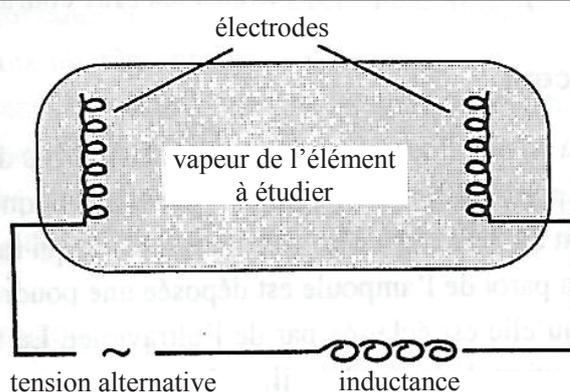
Les molécules du gaz métallique utilisé ont la faculté de pouvoir s'ioniser lorsqu'elles sont soumises à la différence de potentiel créée entre les électrodes situées de chaque côté de la lampe. Les électrons libérés sont attirés par l'électrode positive – nommée anode – et les ions positifs par l'autre, nommée cathode. Un énorme flux d'électrons traverse l'ampoule.

Lors du passage de ce flux, se produisent de nombreuses collisions entre les électrons circulants et ceux présents dans le gaz de la lampe. Lors de ces collisions, les électrons sont chassés de leur orbite, changent de couche et y reviennent en émettant un photon, dont la longueur d'onde (sa couleur) dépend de la différence d'énergie entre les couches, mais appartient habituellement au spectre du visible et/ou de l'ultraviolet. [...]

Source : d'après des données de Wikipédia, 2018



Document 2 - Schéma d'une lampe spectrale



Source : d'après *Optique Expérimentale*, SEXTANT, collection Enseignement des Sciences, HERMANN

Partie IV - Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde τ_0) de la raie $\lambda_0 \approx 500$ nm du mercure (Hg). Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson et ce afin de réaliser une mesure interférométrique par division d'amplitude.

IV.1 - Description de l'interféromètre de Michelson idéal

On considère en **figure 3** (page 13) l'interféromètre de Michelson dans sa représentation « idéale », constitué par une lame semi-réfléchissante infiniment fine séparatrice $[Sp]$, dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 et par deux miroirs plans $[M1]$ et $[M2]$. Les miroirs $[M1]$ et $[M2]$ sont réglés orthogonalement l'un à l'autre, de façon à observer des franges d'égale inclinaison.

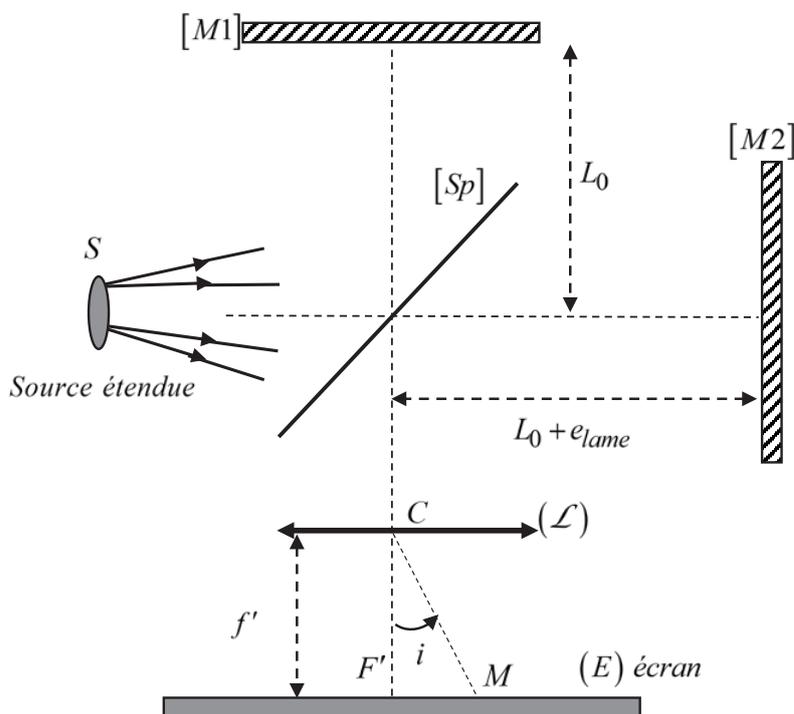


Figure 3 – Représentation simplifiée et « idéale » de l'interféromètre de Michelson

Le miroir $[M1]$ est situé à une distance L_0 de la séparatrice.

Le miroir $[M2]$ est situé à une distance $L_0 + e_{lame}$ de la séparatrice.

L'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (\mathcal{L}) de distance focale $f' \approx 1 \text{ m}$, de centre C , utilisée dans les conditions de Gauss. Le tout est plongé dans l'air d'indice assimilé à l'indice du vide : $n_{air} = n_{vide} = 1$.

On éclaire l'interféromètre avec une source spatialement étendue, considérée ici monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$.

Q28. Par un schéma équivalent du montage interférentiel, expliquer pourquoi on appelle cette configuration le montage en « lame d'air ». Représenter sur votre schéma deux rayons qui interfèrent en un point M de l'écran, caractérisé par l'inclinaison angulaire $i_{(M)} = (\overline{CF'}, \overline{CM})$.

Q29. Montrer que la différence de marche δ entre les deux ondes qui interfèrent en M (par division d'amplitude) est donnée par $\delta = 2e_{lame} \cos(i)$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse au point M . Quel est l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

IV.2 - Largeur spectrale d'une raie d'émission

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie τ_0 . La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \ll \nu_0$. L'intensité émise au

niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu; \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu) d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission.

On modélise l'intensité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire comme sur la **figure 4**.

Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0 - \Delta\nu}^{\nu_0 + \Delta\nu} I_\nu(\nu) d\nu = I_{vm} \cdot \Delta\nu.$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson de la **figure 3** (page 13) avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$.

On observe les interférences à la fois sur l'écran et au moyen d'un détecteur ponctuel supplémentaire que l'on place au foyer image F' de la lentille de projection (\mathcal{L}).

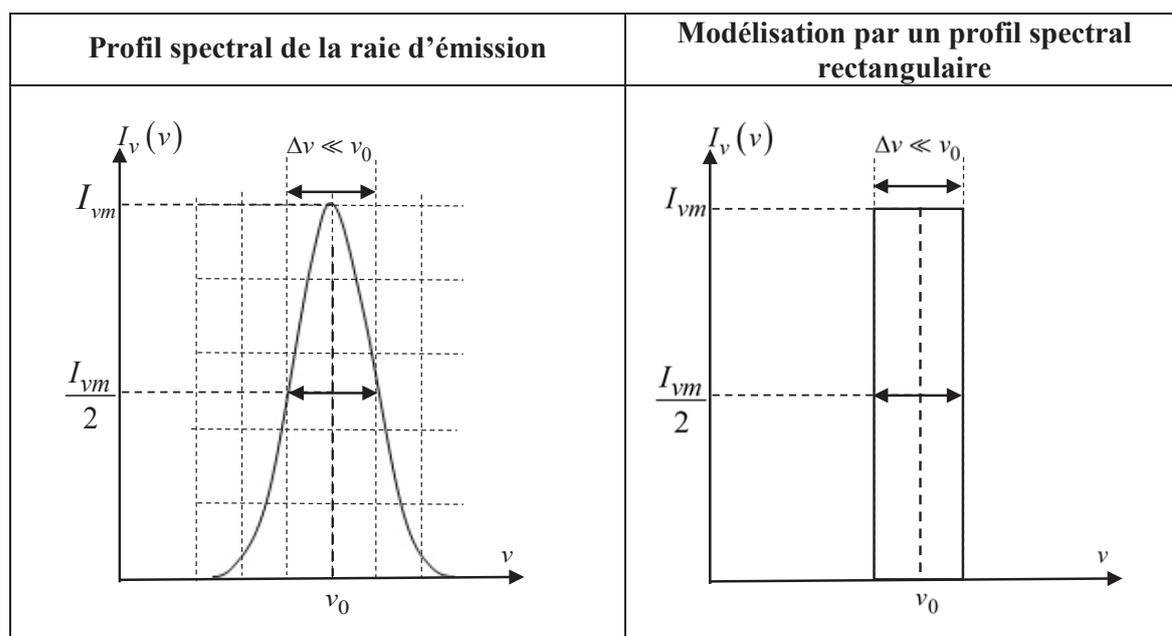


Figure 4 – Profils de raie

Q30. Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence Δp d'ordre d'interférence en M entre une radiation de fréquence ν_0 et une autre de fréquence $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$.
On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on « chariote » (déplace en translation) le miroir $[M2]$.

Q31. Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur e_{lim} de la distance e_{lame} correspondant à la frontière entre une vision en F' d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.

Calcul de l'intensité observée en F'

Q32. Déterminer l'intensité $dI(F')$ donnée sur l'écran par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autre, de $\tau(F') = \frac{\delta(F')}{c}$. À quoi correspond physiquement $\tau(F')$?

Exprimer $p(F', \nu)$, l'ordre d'interférence en F' pour une radiation de fréquence ν en fonction de $\tau(F')$.

Q33. Calculer alors l'intensité totale $I = I(F')$ donnée sur l'écran par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de $\tau(F')$) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I(F') = Cste \times [1 + \Gamma(\tau(F')) \cdot \cos(2\pi\nu_0\tau(F'))]$$

où $\Gamma(\tau(F'))$ est une fonction de $\tau(F')$ à « variation lente » appelée « facteur de visibilité ».

Q34. Tracer le graphe de l'intensité $I(\tau(F'))$ en fonction de $\tau(F')$. Quelle est la valeur de $\tau(F')$ correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile $[M2]$ à la vitesse constante V_0 à partir de la position du contact optique.

Q35. On arrête la translation de $[M2]$ à la valeur de 15,00 mm (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{\text{exp}}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.

Document 3 - Raies spectrales

En pratique, les raies n'ont pas une fréquence parfaitement déterminée mais s'étalent sur une bande de fréquence. Les raisons de cet élargissement sont multiples :

- élargissement naturel : le principe d'incertitude relie la durée de vie ΔT d'un état excité et la précision de son niveau énergétique ΔE , ainsi le même niveau excité a des énergies légèrement différentes dans différents atomes. Cet effet est assez faible (typiquement quelques MHz), environ 100 MHz pour les fréquences optiques ;
- élargissement Doppler : l'effet Doppler provoque un décalage vers le rouge ou vers le bleu du rayonnement selon que la source s'éloigne ou se rapproche de l'observateur. Dans un gaz, toutes les particules sont en mouvement dans toutes les directions, ce qui provoque un élargissement des raies spectrales. La vitesse des particules dépend de leur température : plus la température du gaz est élevée, plus les différences de vitesses sont grandes et plus les raies sont larges. Cet effet est typiquement 100 fois plus intense que l'élargissement naturel ;
- élargissement collisionnel : la collision entre particules (atomes ou molécules) modifie légèrement leurs niveaux énergétiques, d'où l'élargissement des raies. La grandeur de cet effet dépend de la densité du gaz.

Source : d'après des données de Wikipédia, 2018

Partie V - Largeur Doppler d'une raie d'émission

Dans une lampe spectrale à gaz, les atomes sont animés d'un mouvement d'agitation thermique. Ainsi, la fréquence du rayonnement émis par un atome est sensiblement différente de la fréquence de ce rayonnement mesurée par un observateur lié au référentiel du laboratoire. Ce décalage fréquentiel est appelé effet Doppler. La distribution des vitesses au sein du gaz induit donc, pour un rayonnement émis à la fréquence ν_0 , une distribution des fréquences mesurées centrée sur la fréquence ν_0 .

Pour évaluer l'élargissement spectral lié au rayonnement mesuré, on utilise un modèle simple. L'ensemble des atomes de gaz forme un gaz parfait à 1 dimension, où chaque atome se déplace uniquement sur la direction de vecteur unitaire \vec{e}_x .

Quand un atome O' en mouvement dans le référentiel du laboratoire se rapproche de l'observateur à une (faible) vitesse $\vec{V} = V_x \vec{e}_x$ (avec $V_x \ll c$) et émet un rayonnement de fréquence ν_0 , l'observateur (lié au référentiel du laboratoire) perçoit une fréquence $\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{V_x}{c}\right)$. La situation est représentée en **figure 5**.

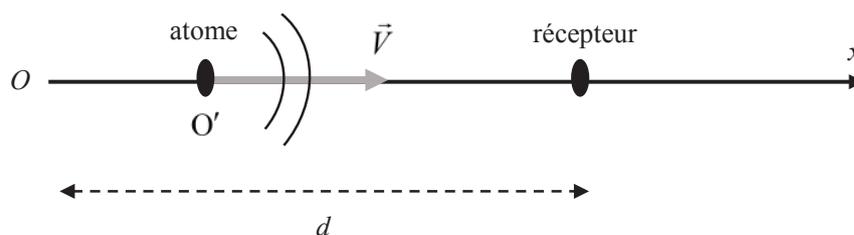


Figure 5 – Situation instantanée émetteur-récepteur

La **sous-partie V.1** a pour seul objectif de montrer la relation $\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{V_x}{c}\right)$ dans le cadre de petites vitesses de déplacement. La suite de la **partie V** peut être traitée en utilisant cette relation.

V.1 - Décalage Doppler

Supposons pour simplifier l'émission d'un signal périodique par l'atome que la durée entre deux émissions successives d'un maximum est $T_0 = \frac{1}{\nu_0}$. À l'instant initial $t = 0$, la source est en $x = 0$ (O' coïncide avec O) et émet un maximum, le récepteur (observateur) est en $x = d$. Le signal se propage dans l'air assimilé à du vide.

- Q36.** À quel instant de date t_1 le récepteur reçoit-il ce premier maximum, émis à $t = 0$?
- Q37.** À quel instant est émis le deuxième maximum ? Quelle distance sépare l'émetteur du récepteur à cet instant ? En déduire la date t_2 de réception du deuxième maximum.
- Q38.** Retrouver la relation liant la fréquence ν_0 du signal émis par l'atome et la fréquence ν du signal reçu par l'observateur.

V.3. Élargissement spectral par effet Doppler

Dans un gaz formé d'un grand nombre d'atomes identiques de masse m et porté à la température $T = 300\text{ K}$, la vitesse de chaque atome ne peut pas être connue avec précision. On se contente alors de lois statistiques. On peut montrer que les composantes V_x selon Ox des vitesses des atomes sont réparties selon une loi de probabilité gaussienne dont le maximum est situé en $V_x = 0$ et dont l'écart quadratique moyen est :

$$\Delta V_x \stackrel{\text{noté}}{=} u = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

où k_B est la constante de Boltzman.

Pour les application numériques, on considère la raie verte du mercure de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 \approx 500\text{ nm}$.

Q39. Exprimer la fréquence ν_+ du rayonnement reçu par l'observateur, émis par un atome de vitesse $V_x = +u$. Exprimer de même ν_- , fréquence du rayonnement reçu par l'observateur, émis par un atome de vitesse $V_x = -u$.

Exprimer $\Delta\nu_{\text{DOP}} = \nu_+ - \nu_-$. Évaluer l'ordre de grandeur de $\Delta\nu_{\text{DOP}}$. Comparer à l'ordre de grandeur de $\Delta\nu_{\text{exp}}$ mesuré en **Q35** et conclure.

3 Des oiseaux haut en couleur

L'extraordinaire diversité des motifs colorés des oiseaux résulte de phénomènes physiques tels que l'absorption de la lumière, la diffusion, les interférences ou encore la diffraction.

Certains motifs peuvent être expliqués soit par une répartition organisée du plumage, on parle alors de couleurs structurales, soit par la présence de pigments dans le plumage, on parle alors de couleurs pigmentaires. Si le jaune du canari est par exemple pigmentaire, le bleu de la perruche est lui structural.

Certains oiseaux bénéficient des deux types de colorations comme le perroquet Ara qui présente ainsi un plumage très coloré (**photo 1**).



Photo 1 - Perroquets Ara (rouge vert bleu à gauche, bleu jaune à droite)

Pour ce **problème 1**, les intervalles de longueurs d'onde de quelques couleurs sont fournis dans le tableau ci-dessous :

Couleurs	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	Violet
λ en nm	620 - 780	590 - 620	580 - 590	500 - 580	450 - 500	380 - 450

On donne, pour une lentille conjuguant un objet A et une image A' , la relation de conjugaison avec origine aux foyers F et F' :

$$\overline{FA.F'A'} = -f'^2.$$

Partie I - Les couleurs structurales

I.1 - Le bleu de la perruche

À l'origine, la couleur des perruches à l'état sauvage est verte, mais la captivité chez cet oiseau, souvent élevé en nombre, a permis l'émergence de nouvelles couleurs, comme le bleu (**photo 2**). C'est notamment l'appauvrissement en pigments jaunes dans son plumage qui est indirectement responsable de cette coloration si particulière et rare dans le domaine animal.

De façon schématique, une plume est constituée essentiellement d'un rachis sur lequel pousse les barbes sur lesquelles naissent des barbules (**figure 1**). Le long des barbules prennent naissance à leur tour des crochets.



Photo 2 - Perruche bleue

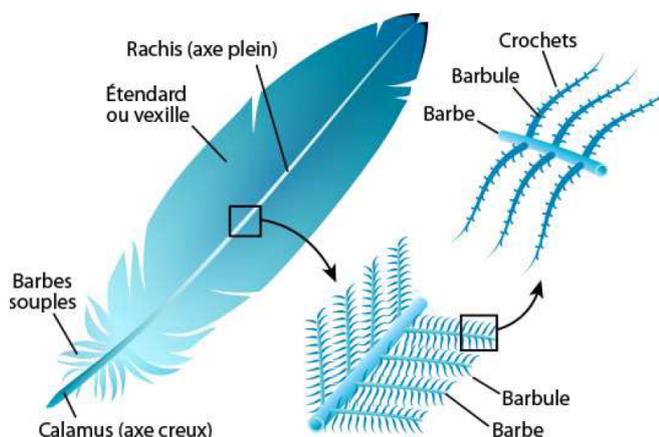


Figure 1 - Constitution d'une plume

Afin de déterminer l'origine physique de cette couleur bleue, on observe une partie AB d'une plume de perruche à l'aide d'un microscope optique.

Pour cela, on dispose :

- d'une première lentille, L_1 (centre O_1 , distance focale $f_1' = 1,2$ cm), qui porte le nom d'objectif ;
- d'une deuxième lentille, L_2 (centre O_2 , distance focale $f_2' = 2,0$ cm), qui porte le nom d'oculaire.

La distance qui sépare le foyer image F_1' de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée intervalle optique, noté Δ , avec ici $\Delta = 16$ cm (**figure 2**).

L'observation se fait à l'aide d'un œil emmétrope (œil à vision normale) situé derrière l'oculaire.

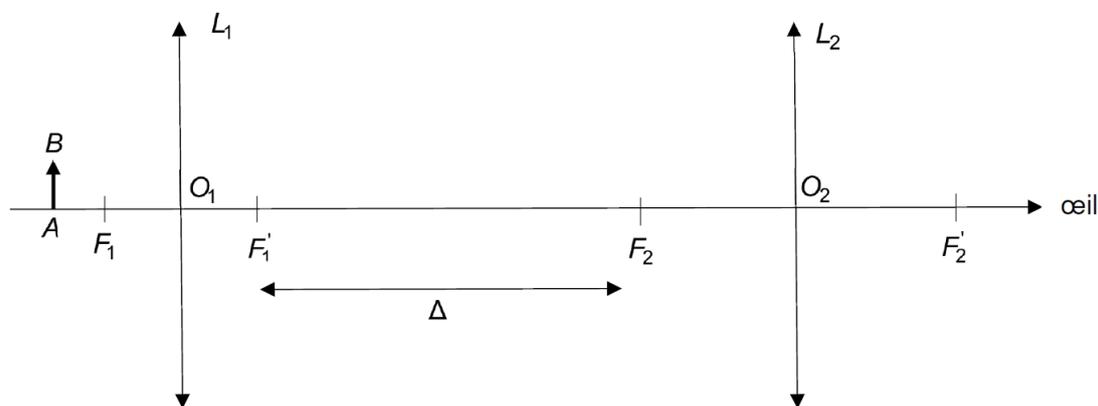


Figure 2 - Schéma du microscope

On se placera pour toute la suite dans les conditions de Gauss et dans l'approximation des petits angles. On note h la taille de l'objet AB observé.

- Q1.** Afin que l'observation puisse s'effectuer sans fatigue visuelle pour l'œil emmétrope, où doit être située l'image finale A_2 en sortie de L_2 ? Dans quel plan se situe donc l'image intermédiaire A_1B_1 ?
- Q2.** Reproduire sur la copie le schéma du microscope et tracer le chemin de deux rayons lumineux passant par l'extrémité B de l'objet, l'un parallèle à l'axe et l'autre passant par O_1 . Faire apparaître sur ce schéma :
- l'image intermédiaire A_1B_1 ;
 - le diamètre angulaire α' de l'image finale vue par l'œil.

- Q3.** Montrer que la grandeur $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$, appelée grandissement transversal de l'objectif, s'écrit :

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

- Q4.** En déduire l'expression du diamètre angulaire α' de l'image vue par l'observateur au travers du microscope en fonction de f_1' , f_2' , h et de Δ .

En l'absence de dispositif, l'œil voit net un objet situé à une distance comprise entre d_m et d_M , avec $d_m < d_M$.

- Q5.** Quels noms donne-t-on aux points objets correspondant à ces distances ? Donner une valeur à d_m et d_M pour un œil emmétrope.
- Q6.** Déterminer le diamètre angulaire α de l'objet AB vu sans instrument et situé à une distance d_m de l'œil (**figure 3**).

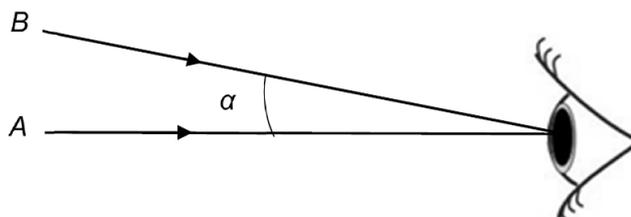


Figure 3 - Diamètre ou distance angulaire

- Q7.** En déduire que la grandeur $G_C = \frac{\alpha'}{\alpha}$, appelée grossissement commercial du microscope, s'écrit :

$$G_C = \frac{d_m \Delta}{f_1' f_2'}$$

Faire l'application numérique avec $d_m = 25$ cm.

- Q8.** Un œil peut distinguer deux images ou deux objets si la distance angulaire les séparant est supérieure à la limite de résolution angulaire de l'œil $\varepsilon = 1'$ (une minute d'arc). Déterminer quelle sera la distance angulaire minimale α_m entre deux objets vus au travers de ce microscope.

L'image d'une partie d'une plume est donnée ci-après (**photo 3**) :

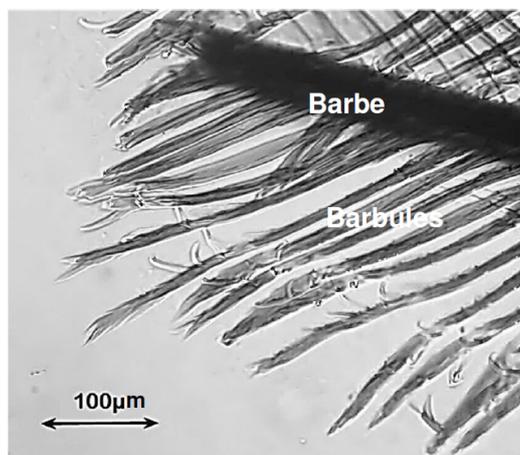


Photo 3 - Image d'une plume de perruche à l'aide d'un dispositif non précisé

Q9. Par mesure sur la **photo 3**, donner une estimation de la distance entre deux crochets situés au bout des barbules.

Q10. On rappelle que la résolution angulaire de l'œil nu est $\varepsilon = 1'$. Ces crochets peuvent-ils être distingués directement sans instruments ? Pourront-ils être distingués avec le microscope utilisé précédemment ?

En explorant davantage la plume, on découvre qu'à l'intérieur des barbules apparaissent des couches fines parallèles et empilées de petits grains appelés microgranules (**figure 4**).

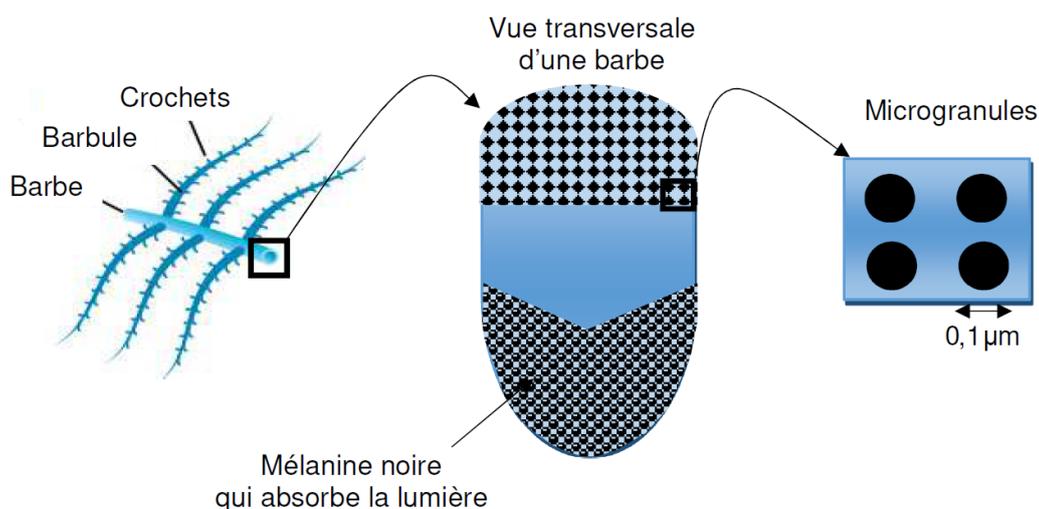


Figure 4 - Coupe transversale d'une barbe

Ces microgranules de petite taille sont responsables d'une diffusion de la lumière incidente (**figure 5**) :

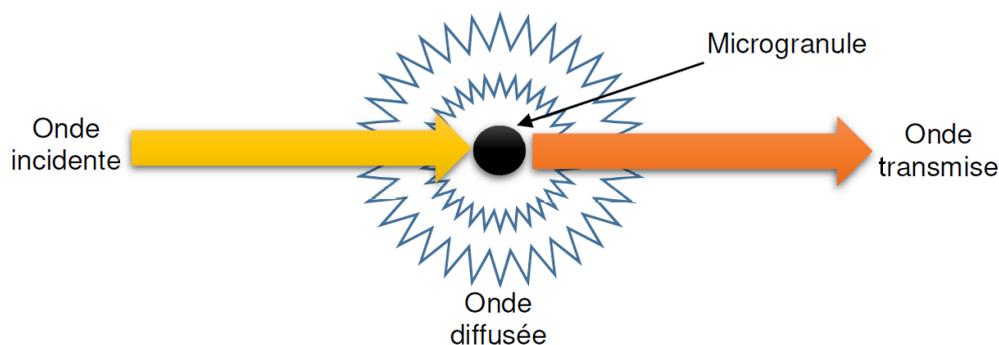


Figure 5 - Diffusion de la lumière par une microgranule

La puissance moyenne diffusée à travers une sphère, de centre une microgranule, est donnée par la formule :

$$\langle P \rangle = \alpha \omega^4$$

avec α une constante de proportionnalité et ω la pulsation du rayonnement incident.

Q11. Expliquer alors la couleur bleue prise par le plumage de la perruche lorsqu'elle est éclairée en lumière blanche. Que deviennent les radiations non diffusées ?

Q12. Par analogie avec un autre domaine de la physique, justifier que le premier étage de la barbe se comporte comme un filtre passe-bas en transmission.

I.2 - Du vert clair au violet pour le canard colvert

Dans certains cas, la couleur d'un plumage varie selon l'angle d'observation. C'est le cas du canard colvert mâle qui possède autour de son cou et de sa tête un plumage dont la teinte varie selon la direction (**photo 4**).



Photo 4 - Teinte variable sur les cous des canards colvert

Pour expliquer ce phénomène, il faut étudier l'intérieur des barbules, constituées notamment de petites cavités dans lesquelles on trouve de minces lamelles parallèles appelées microlamelles (**photo 5**).

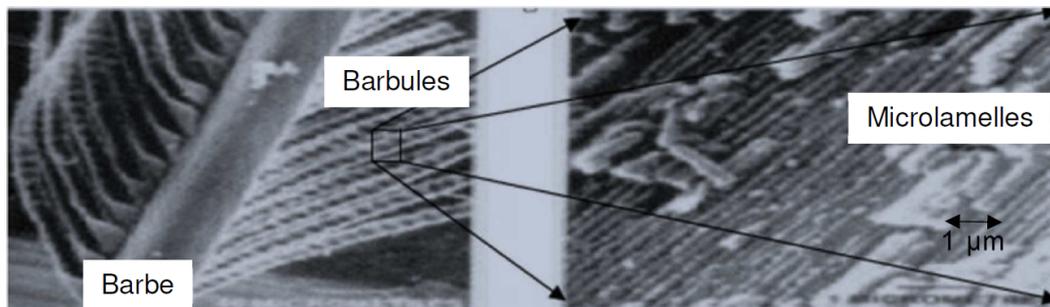


Photo 5 - Observation des microlamelles au microscope électronique

Chaque microlamelle se comporte comme un petit miroir réfléchissant la lumière. Entre deux lamelles se situe de la mélanine absorbant la lumière. Ainsi ces microlamelles s'apparentent aux traits d'un réseau plan qui peut être modélisé soit par la **figure 6a**, soit par la **figure 6b** :

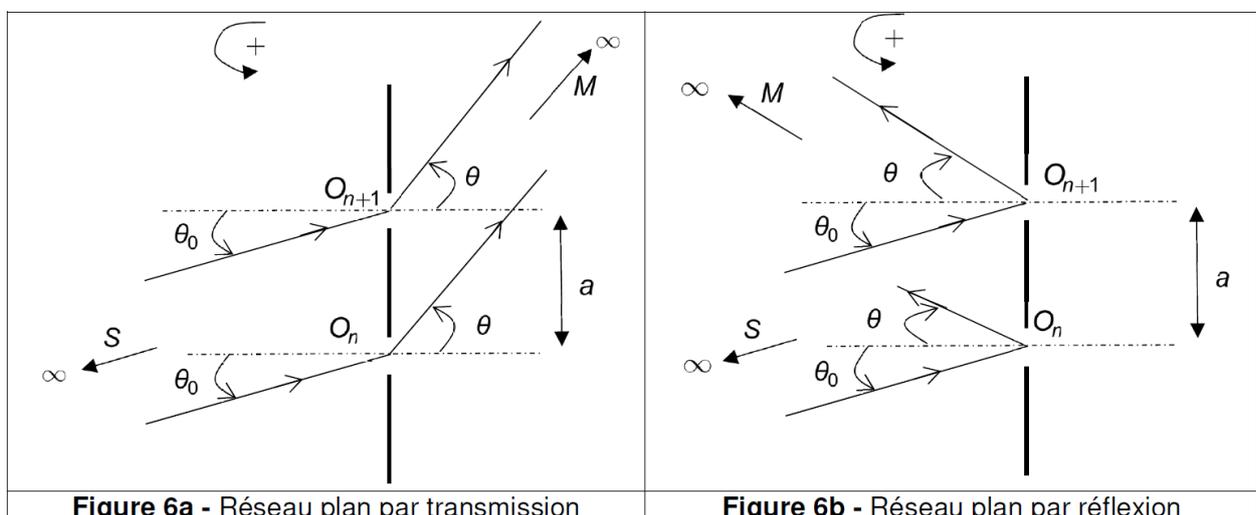


Figure 6a - Réseau plan par transmission

Figure 6b - Réseau plan par réflexion

La distance entre deux lamelles est notée a . On donne $a = 0,56 \mu\text{m}$.

S représente une source de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ_0 , située à l'infini, envoyant un faisceau de rayons cohérents entre eux. L'observation se fait en un point M situé à l'infini.

Q13. La structure en microlamelles constitue-t-elle un réseau par réflexion ou par transmission ?

Q14. Déterminer, dans le cas du réseau plan par transmission, la différence de marche $\delta(M) = (SO_{n+1}M) - (SO_nM)$ entre deux rayons, l'un passant par O_n , l'autre par O_{n+1} .

Q15. Pour quelles valeurs de $\delta(M)$ les ondes interfèrent entre-elles de façon totalement constructive ?

Q16. Dans le cas des réseaux par réflexion, montrer par analogie que les maximums d'intensité lumineuse sont donnés pour des angles θ_k tels que :

$$\sin\theta_k + \sin\theta_0 = k \frac{\lambda_0}{a}$$

avec k un entier relatif.

Q17. Application : de quelle couleur apparaît la tête d'un canard colvert, dont les microlamelles sont éclairées en incidence normale par des rayons provenant du Soleil, d'une part pour l'observateur A et d'autre part pour l'observateur B supposés suffisamment éloignés (**figure 7**) ? On justifiera que l'on ne tient compte que des ordres $k = \pm 1$. Commenter en lien avec la **photo 4**.

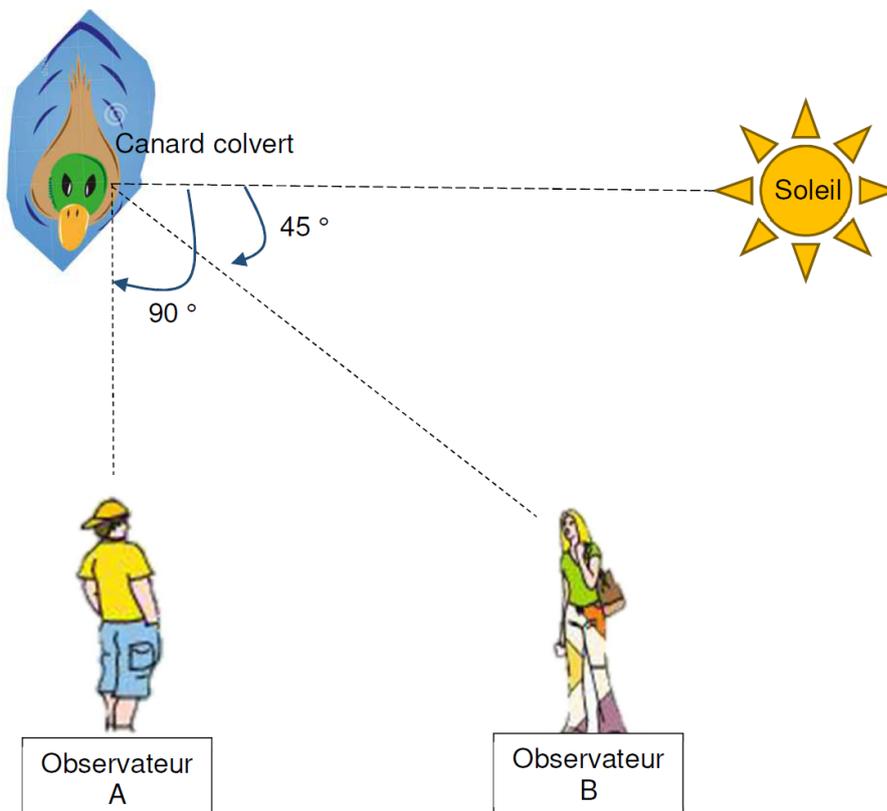


Figure 7 - Canard colvert éclairé par le soleil

I.3 - Le colibri aux mille couleurs

Le colibri est un oiseau-mouche possédant la faculté de faire jaillir des couleurs très vives qu'il ne possède pas à l'origine.

En effet, comme on le voit sur la **photo 6**, le plumage de cet oiseau peut passer du rouge rubis au bleu cuivré en une fraction de seconde.



Photo 6 - Photos de deux colibris aux couleurs changeantes
(rouge rubis à gauche, bleu cuivré à droite)

(Pour le lecteur, de nombreuses vidéos capturent un tel effet, par exemple ici <https://youtu.be/Tmok46hXzgU>).

Afin d'interpréter ces couleurs vives, il est nécessaire de s'intéresser davantage aux microlamelles des plumes de cet oiseau.

Une photographie obtenue au microscope électronique à balayage est fournie **photo 7**.

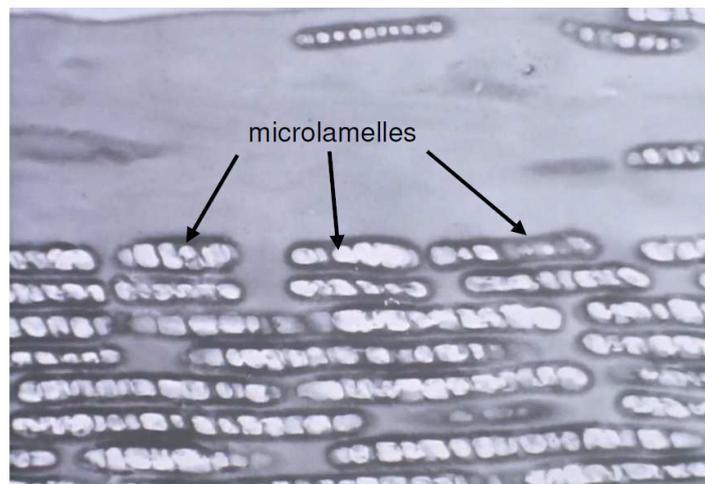


Photo 7 - Image obtenue au microscope électronique de quelques microlamelles
(grandissement x6000)

On peut y voir le réseau de microlamelles décrit dans la partie précédente mais aussi l'intérieur de chaque lamelle qui n'est pas totalement opaque et laisse passer la lumière par réfraction.

Ainsi, chaque microlamelle peut se comporter comme une lame à faces parallèles d'épaisseur e (**figure 8**) :

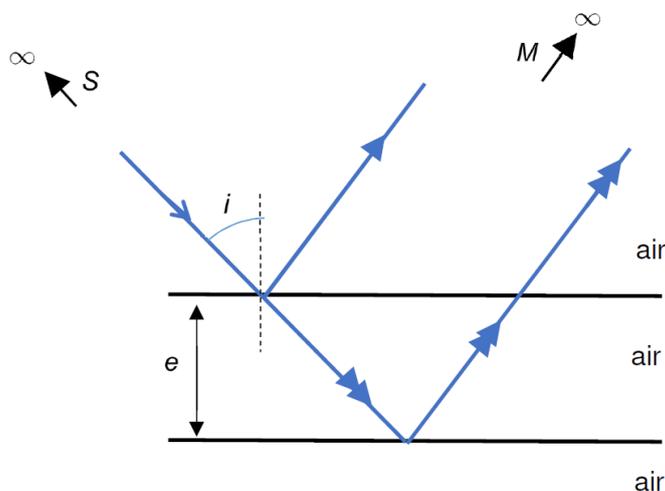


Figure 8 - Modélisation d'une microlamelle par une lame d'air à face parallèle

Q18. Montrer que la différence de marche entre les deux rayons de la **figure 8** partant d'une source S et atteignant un point M , tous deux à l'infini, s'écrit :

$$\delta(M) = 2e \cos i.$$

Q19. Par mesure sur la **photo 7**, déterminer la valeur de l'épaisseur e d'une microlamelle.

Q20. Pour un observateur éloigné, estimer le temps nécessaire au colibri pour que le plumage de sa tête passe du rouge au bleu lors de la rotation de celle-ci.

Pour cette question, à traiter dans le cadre d'une résolution de problème, on pourra supposer que :

- seul l'ordre $p = 1$ est à considérer ;
- l'alimentation du colibri en petits insectes et en nectar de fleurs lui procure en moyenne une dizaine de kilocalories par jour ;
- la rotation de sa tête nécessite un cent millième de son énergie journalière ;
- le couple résultant exercé sur le cou du colibri est de l'ordre de $0,01 \cdot 10^{-3}$ Nm lors d'une rotation.

On rappelle que :

- $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$;
- la puissance reçue par un solide en rotation à la vitesse $\vec{\Omega}$ de la part d'un couple $\vec{\Gamma}$ s'écrit $P = \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Omega}$.