

MP2 - DS n°7bis (CCS - Mines)  
Samedi 23 mars 2024. Durée 4h.

## 1 Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

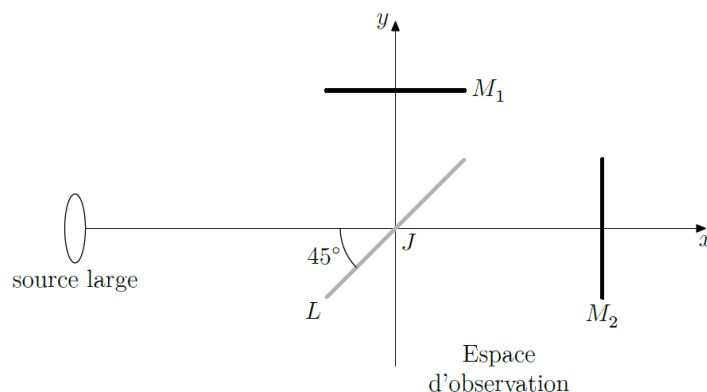
Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

**I.A** – On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble {lame séparatrice + compensatrice} est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice ( $L$ ).

L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  est réglé comme schématisé sur la figure 2 : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs :  $M_1$  est parallèle à  $(J, x)$  et  $M_2$  est parallèle à  $(J, y)$  mais ils ne sont pas à égale distance de  $J$ . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement  $I_0$ .

**Q 1.** Sur la figure A du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur  $e$  que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1.

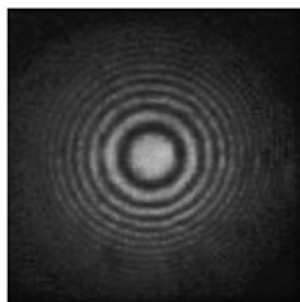
**Q 2.** Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  sur cette lame et de son épaisseur  $e$ .



**Figure 2** Schéma de l'interféromètre éclairé par une source large

**Q 3.** Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu.

**Q 4.** Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme). On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée figure 3.



**Figure 3** Figure d'interférence : anneaux d'égale inclinaison

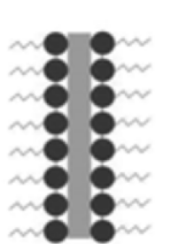
On souhaite maintenant régler l'appareil au contact optique.

**Q 5.** Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?

**Q 6.** Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle  $\alpha$  pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.

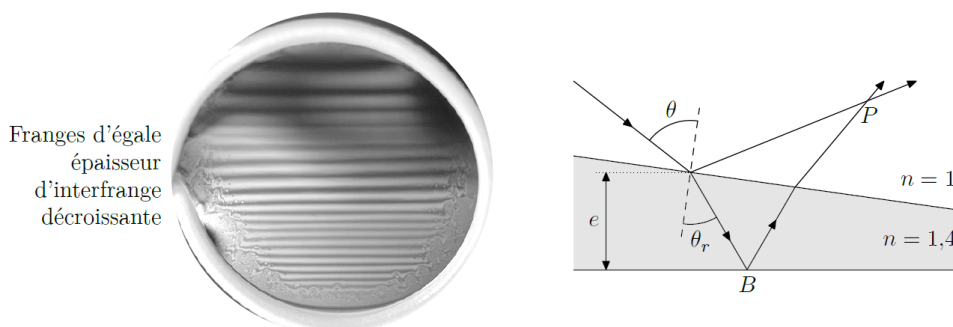
**Q 7.** On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point  $M$  de la surface de localisation situé à une distance  $x$  de l'arête commune des deux miroirs est  $\delta(M) \approx \pm 2n\alpha x$  avec  $n = 1$ . Déterminer l'interfrange  $i$  sur la surface de localisation, en fonction de  $\alpha$  et  $\lambda_0$ . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle  $\alpha$  varie ?

**I.B** – Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (figure 4).



**Figure 4**

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (figure 5), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est  $n \approx 1,4$ . L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ  $1 \mu\text{m}$ . La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.

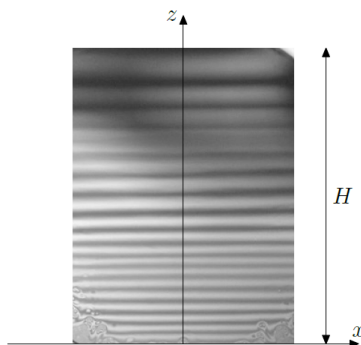


**Figure 5** Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence  $\theta$  sur une lame d'indice  $n$  et d'épaisseur locale  $e$ , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note  $\theta_r$  l'angle de réfraction et  $\theta$  l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point  $P$ . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$ .

**Q 8.** Justifier qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire  $\Delta\phi = 2\frac{\pi}{\lambda_0} \left( 2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right)$ .

En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression  $P$  au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe ( $Oz$ ) sera pris vertical ascendant. La figure 6 présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.



**Figure 6** Vue de face de la lame de savon

On note  $H = 5,0 \text{ cm}$  la hauteur de la lame de savon. On note  $e(z, t)$  l'épaisseur de la lame, dans la direction ( $Oy$ ), à l'altitude  $z$  et à l'instant  $t$ . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à  $z$  fixé et à  $t$  fixé elle augmente vers le bas.

**Q 9.** Compte tenu de la topographie des franges observées sur la figure 6, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire.

Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur  $e$  de la lame en fonction de  $z$  et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H-z)}{\rho g t}}$$

**Q 10.** Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la figure 6.

Pour aller plus loin dans la caractérisation de la variation de l'épaisseur de la lame, on se propose d'effectuer une approche semi-empirique de la loi de variation de l'épaisseur de la lame. On se place à  $t$  fixé et on suppose une loi de puissance semi-empirique de la forme

$$e(z, t) = K(H - z)^\beta$$

où  $\beta$  et  $K$  sont des constantes. On relève pour cela expérimentalement la position des premières franges brillantes. Le tableau 1 présente les résultats obtenus en indiquant la position  $z$  de ces franges, pour un éclairage monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 600$  nm et un film de savon d'indice optique  $n = 1,4$ .

Numéro de la frange brillante	1	2	3	4	5	6	7	8
Position $z$ (cm)	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6

**Tableau 1**

**Q 11.** Compte tenu de ces valeurs numériques, analyser graphiquement, à l'aide du support fourni en figure B du document réponse, si cette loi semi-empirique est conforme aux observations. Si c'est le cas, donner la valeur numérique de  $\beta$ .

## 2 Les téléphones portables

En 1973, Martin Cooper invente, avec son équipe, le premier téléphone cellulaire. Depuis, l'usage du téléphone portable n'a cessé de croître, ce qui en fait l'un des biens de consommation les plus répandus de la planète. Cependant, malgré cet essor, il reste des problèmes technologiques non encore résolus. En effet, les batteries utilisées (de technologie lithium-ion principalement) sont capables de délivrer une énergie par unité de masse élevée à température ambiante, mais sont sensibles aux températures extrêmes. Ainsi, le constructeur d'une célèbre marque de téléphone portable indique que la gamme d'utilisation de ses modèles varie de 0 °C à 35 °C.

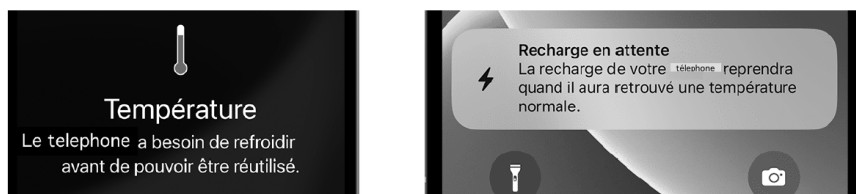


Figure 1 Messages d'alerte en cas d'utilisation d'un téléphone à haute et basse température

Ce sujet contient quatre parties, une première partie axée sur l'appareil photographique du téléphone, une seconde sur les pixels de l'écran du smartphone. La troisième partie s'intéresse aux batteries lithium-ion et à leurs limites d'utilisation. ~~La quatrième étudie un système de refroidissement utilisé pour reproduire des conditions extrêmes afin d'étudier les performances d'un téléphone portable à très basse température.~~ (Non traité)

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliquer clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions. Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

Ce sujet utilise la syntaxe des annotations pour préciser le type des arguments et du résultat des fonctions Python. Ainsi,

```
def maFonction(n:int, x:float) -> (int, np.ndarray):
```

signifie que la fonction `maFonction` admet deux arguments, le premier est un entier, le second un nombre à virgule flottante et qu'elle renvoie un couple dont le premier élément est un entier et le deuxième un tableau numpy. Il n'est pas demandé aux candidats de recopier les entêtes avec annotations telles qu'elles sont fournies dans ce sujet, ils peuvent utiliser des entêtes classiques.

Cet énoncé est accompagné d'un document réponse à rendre avec la copie. Ce document réponse regroupe une liste de fonctions Python et certaines données utiles.

### I Étude du module photographique d'un smartphone

#### I.A – Étude du capteur de l'appareil photographique

On considère dans un premier temps les paramètres géométriques du capteur principal, afin de vérifier si le phénomène de diffraction dégrade ou non l'image formée sur le capteur. Tous les pixels considérés sont carrés.

**Q 1.** À partir des données du téléphone portable fournies dans le document réponse, déterminer la longueur et la largeur du capteur de ce téléphone. En déduire la taille approximative d'un pixel du capteur.

Le nombre d'ouverture  $N$  de l'appareil photographique est défini par la formule ci-après, où  $D$  est le diamètre de l'ouverture et  $f'$  la distance focale de l'objectif,

$$N = \frac{f'}{D}.$$

**Q 2.** Après avoir justifié la longueur d'onde lumineuse choisie, déterminer la taille caractéristique de la tache de diffraction visible sur le capteur si l'objectif est éclairé par un « point unique » situé à l'infini.

**Q 3.** Proposer une justification au choix de l'entreprise de configurer par défaut la prise d'image en full HD (1920 × 1080 pixels) au lieu de la résolution 4K (3840 × 2160 pixels).



Figure 2 Module photographique d'un smartphone (source : wikimediacommons)

### ***I.B – Étude des aberrations géométriques dues à la lentille de l'appareil photographique***

La lentille de forme plano-convexe est constituée de silice fondue associée à du quartz. On peut la modéliser dans un premier temps comme une demi-boule de rayon de courbure  $R$  et d'indice de réfraction  $n$ , plongée dans l'air dont l'indice de réfraction est pris égal à 1. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon  $r_m < R$ , arrive sous incidence normale sur la face plane de cette lentille. On note  $C$  l'intersection de la face plane de la demi-boule avec l'axe optique ( $Ox$ ) et  $S$  l'intersection de la face hémisphérique avec ce même axe.

On s'intéresse au rayon lumineux incident qui arrive parallèle à l'axe optique et à une distance  $r$  de cet axe.

#### **I.B.1) Condition de traversée de la lentille**

**Q 4.** Compléter sur la figure A du document réponse le trajet de ce rayon lumineux lors de son passage à travers la lentille. On notera  $i$  l'angle incident sur le dioptre verre-air et  $t$  l'angle réfracté correspondant. Déterminer l'expression de  $r_0$ , valeur limite du rayon du faisceau si l'on souhaite que tous les rayons incidents émergent de la lentille. Calculer numériquement la valeur de  $r_0$ . En réalité, le constructeur a choisi un diamètre de la lentille  $\Phi = 5,0$  mm. Justifier ce choix.

#### **I.B.2) Étude des rayons proches de l'axe optique**

**Q 5.** On note  $A'$  la position de l'intersection du rayon incident avec l'axe optique après son passage au travers de la lentille. Montrer que la distance algébrique  $\overline{CA'}$  vérifie

$$\overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(t - i)}.$$

**Q 6.** En déduire, en fonction de  $R$  et  $n$ , l'expression de la limite  $\overline{CF'}$  de  $\overline{CA'}$  lorsque la distance  $r$  tend vers 0. Calculer numériquement  $\overline{CF'}$ .

**Q 7.** Dans quelle condition peut-on considérer que le point  $F'$  est stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe ? Comment peut-on nommer le point  $F'$  ?

#### **I.B.3) Étude de l'aberration sphérique de la lentille**

Le capteur de l'appareil photographique est placé dans le plan focal image de la lentille (figure 3). On s'intéresse à présent au rayon lumineux qui arrive parallèle à l'axe optique à la distance  $r = r_0$  de l'axe (question 4).

**Q 8.** Déterminer numériquement la distance TSA (*transversal spherical aberration*) entre  $F'$  et le point où ce rayon extrême rencontre le capteur. Un schéma faisant apparaître la distance TSA est attendu. Comparer la distance TSA à la taille de la tache de diffraction obtenue en question 2 et à la dimension d'un pixel. Conclure sur l'adéquation de cette lentille au téléphone portable considéré.

#### **I.B.4) Détermination du profil d'une lentille asphérique**

On souhaite modifier le profil de la surface courbe de la lentille afin que tous les rayons incidents parallèles à l'axe  $Ox$  convergent au même point  $F'$ , comme indiqué en figure 4. La lentille obtenue est dite asphérique.

Pour déterminer le profil de la lentille, il est commode d'adopter une approche ondulatoire en imaginant une onde plane incidente se propageant parallèlement à l'axe  $Ox$  venant frapper la face plane de la lentille. Après celle-ci, l'onde convergera au point  $F'$  si, depuis la source, les chemins optiques associés à tous les rayons traversant la lentille et parvenant en  $F'$  sont identiques.

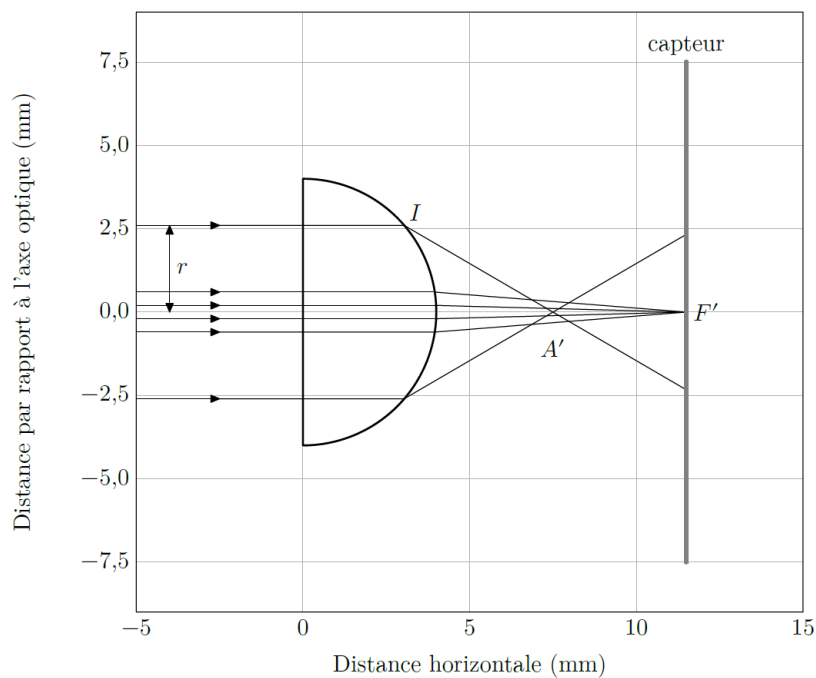


Figure 3 Aberration sphérique

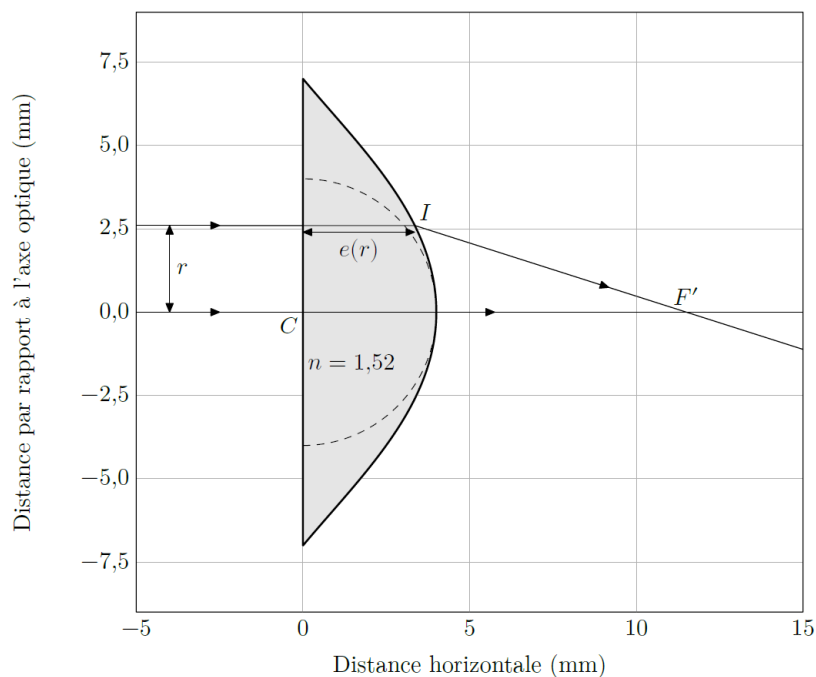


Figure 4 Lentille asphérique

Q 9. Montrer que l'épaisseur  $e(r)$  de la lentille à la distance  $r$  de l'axe doit vérifier

$$ne(r) + \sqrt{r^2 + \left(\frac{nR}{n-1} - e(r)\right)^2} = nR + \frac{R}{n-1}.$$

Q 10. Exprimer le rapport  $e(r)/R$  lorsque  $r \ll R$ . Montrer qu'alors le profil de la lentille asphérique est pratiquement confondu avec celui de la lentille demi-boule.

Quand on résout cette expression pour  $e(r)$ , grâce à une méthode numérique par exemple, on peut tracer le profil en figure 4.

## II Étude des pixels de l'écran d'un smartphone

### II.A – Estimation de la taille d'un pixel

Depuis l'apparition des premiers smartphones, la qualité des écrans a fait des progrès considérables. Un célèbre constructeur de téléphones affirme que « la densité de pixels des écrans est si élevée qu'à l'œil nu et à une distance normale, il est impossible de discerner les pixels individuels ».

L'objectif de cette sous-partie est de vérifier si l'écran de l'objet d'étude vérifie ou non ce critère.

**Q 11.** Montrer qu'il existe une taille de pixel maximale pour satisfaire à la description précédente. Calculer sa valeur numérique.

**Q 12.** Estimer la dimension  $a$  d'un pixel de l'écran présenté dans la figure 5, ainsi que l'incertitude  $u(a)$  de cette mesure. La photographie a été grossie 10 fois par rapport à l'image réelle.



Figure 5 Écran de téléphone (source wikimediacommons)

### II.B – Dispositif expérimental de mesure d'un pixel

Dans cette sous-partie, on souhaite concevoir une expérience qui permet de mesurer expérimentalement la distance qui sépare les pixels de l'écran d'un téléphone portable. Pour cela, on dispose du matériel suivant au laboratoire :

- un banc optique et divers supports ;
- une lampe spectrale à sodium ;
- un laser ;
- deux lentilles convergentes  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$  de distances focales respectives  $f'_1 = 10,5$  mm,  $f'_2 = 45,5$  mm ;
- un écran percé d'un trou ;
- un téléphone portable.

L'idée est d'étudier les interférences observées par réflexion sur les pixels de l'écran. Ceux-ci sont modélisés dans la suite comme de petits miroirs.

#### II.B.1) Premier montage

On envisage tout d'abord le dispositif expérimental présenté en figure B du document réponse. Une lampe spectrale, considérée monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , éclaire l'écran percé d'un très petit trou. Celui-ci peut être considéré comme une source ponctuelle ( $S$ ) qui est initialement placée sur l'axe optique, au point  $O$ . Les rayons issus de ( $S$ ) traversent la lentille  $\mathcal{L}_2$  et arrivent en incidence normale sur deux pixels, considérés comme de petits miroirs positionnés parallèlement à l'axe ( $Oy$ ). Les rayons sont alors réfléchis et diffractés par les deux miroirs  $P_1$  et  $P_2$ , traversent à nouveau la lentille  $\mathcal{L}_2$  et viennent interférer au point  $M$  : une figure d'interférence est visible sur l'écran. On note  $(y, z)$  les coordonnées du point  $M$  dans le plan  $Oyz$  formé par l'écran et on ne considère que les points voisins de l'axe :  $|y| \ll f'_2$  et  $|z| \ll f'_2$ .

**Q 13.** À quelle distance de la lentille  $\mathcal{L}_2$  doit-on placer l'écran pour que les rayons issus de ( $S$ ) ressortent parallèles à l'axe après la lentille  $\mathcal{L}_2$  ? Sur la figure B du document réponse, compléter le trajet des deux rayons issus de ( $S$ ) interférant au point  $M$  placé sur l'écran. Justifier que les rayons issus de  $P_1$  et de  $P_2$  convergeant au point  $M$  sont parallèles entre eux avant d'atteindre la lentille  $\mathcal{L}_2$ .

**Q 14.** En utilisant notamment le théorème de Malus, montrer que  $\delta(M)$ , la différence de marche des deux rayons au point  $M$ , est égale à la distance  $P_1H$  (figure B). Montrer que cette différence de marche s'écrit

$$\delta(M) = \frac{ay}{f'_2}.$$

**Q 15.** En déduire l'ordre d'interférence  $p(M)$  au point  $M$ . Décrire la figure d'interférence observée. Définir et exprimer l'interfrange  $i$  de cette figure d'interférence.

**Q 16.** Après avoir déterminé son expression, tracer sur votre copie l'intensité lumineuse  $I(y)$  sur l'écran en fonction de  $y$ , la coordonnée du point  $M$  sur l'axe ( $Oy$ ). On notera  $I_0$  l'intensité que l'on obtiendrait avec un miroir seulement.

**Q 17.** Le point source ( $S$ ) est déplacé dans le plan de l'écran, ses coordonnées deviennent  $(y_S, z_S)$ . En s'appuyant sur un schéma, déterminer l'expression de la différence de marche au point  $M$  en fonction de  $y$ ,  $y_S$ ,  $a$  et  $f'_2$ . Décrire le changement que le déplacement de la source ( $S$ ) induit sur la figure d'interférence observée sur l'écran.



Pour obtenir une figure plus lumineuse, on souhaite remplacer le petit trou pratiqué dans l'écran par une fente de largeur  $c$ , parallèle à l'axe  $Oz$ . Cette fente est éclairée par la lampe spectrale. Dans un modèle simple, on peut considérer que chaque petit élément de surface de la fente se comporte comme une source ponctuelle, incohérente avec les autres éléments de la fente.

**Q 18.** À l'aide d'un critère semi-quantitatif, basé par exemple sur l'ordre d'interférence au point  $M$ , déterminer l'expression de la largeur maximale  $c_{\max}$  au-delà de laquelle la figure d'interférence sera brouillée. Calculer numériquement  $c_{\max}$  dans le cas de la lampe à sodium en prenant  $f'_2 = 45,5$  cm,  $a = 400$   $\mu\text{m}$  et une longueur d'onde  $\lambda = 589$  nm. Conclure.

### II.B.2) Modélisation numérique de l'expérience du premier montage

Afin d'étudier plus précisément l'effet de l'élargissement de la fente source, on adopte un modèle numérique discret dans lequel la fente large est modélisée par un grand nombre de sources ponctuelles incohérentes entre elles, uniformément réparties entre les ordonnées  $y = -c/2$  et  $y = c/2$ .

Pour calculer l'intensité résultante, on suppose les variables correspondant aux constantes  $f'_2$ ,  $a$ ,  $\lambda$ ,  $c$  et  $i$  déclarées en Python. De plus, on dispose de la fonction `intensite(y, yS)`, d'arguments d'entrée  $y$  l'ordonnée d'un point  $M$  situé sur l'écran et  $yS$  l'ordonnée de la source ( $S$ ). La fonction `intensite(y, yS)` renvoie un flottant correspondant au calcul de l'intensité lumineuse au point  $M$  due à une source ponctuelle unique de position  $yS$ .

**Q 19.** Écrire en langage Python une fonction d'entête

```
def Itot(y:float, c:float, K:int) -> float:
```

qui, à partir de la position  $y$  du point  $M$ , de la distance  $c$  et du nombre de sources ponctuelles  $K$ , permet de calculer l'intensité résultante au point  $M$ .

**Q 20.** On s'intéresse à présent au contraste de chaque figure d'interférence. Écrire en langage Python une fonction d'entête

```
def contraste(I:np.ndarray) -> float:
```

qui, à partir d'un vecteur (ou d'une liste)  $I$  (correspondant aux valeurs d'intensité sur l'écran pour différentes positions du point  $M$ ), renvoie un flottant correspondant au calcul du contraste de la figure d'interférence.

Grâce à la fonction `Itot`, on étudie l'intensité résultante en fonction de l'ordonnée  $y$  du point  $M$  sur l'écran. Le résultat est donné en figure 6 pour  $K = 500$  sources. On choisit quatre extensions spatiales de la lampe :  $5,5 c_{\max}$ ,  $c_{\max}$ ,  $0,5 c_{\max}$  et  $0,1 c_{\max}$ .

La figure 6a représente  $I/(4I_0)$  en fonction de  $y/i$  avec  $I_0$  l'intensité due à un seul miroir et  $i$  la valeur de l'interfrange telle que définie en question 15.

La figure 6b représente le contraste obtenu en fonction de la largeur relative  $c/c_{\max}$ .

**Q 21.** Commenter les figures 6a et 6b. Le calcul semi-quantitatif effectué en question 18 est-il confirmé par les résultats de la figure 6b ?

### II.B.3) Montage avec laser

Afin d'éviter les problèmes inhérents à l'utilisation d'une lampe spectrale précédemment décrits, celle-ci est remplacée par un laser comme indiqué en figure 7. De plus, on insère une lentille  $\mathcal{L}_1$  entre le laser et l'écran.

**Q 22.** Soit  $d_{\text{laser}}$  le diamètre du faisceau laser avant sa traversée de la lentille  $\mathcal{L}_1$  et  $D_{\text{laser}}$  le diamètre du faisceau laser après sa traversée de la lentille  $\mathcal{L}_2$ . Exprimer le rapport de ces deux grandeurs en fonction des paramètres du système.

On envisage à présent l'utilisation de  $N = 4$  miroirs (représentant 4 pixels) disposés selon un carré de côté  $a$  (figure 8). Ces miroirs sont notés  $P_1$  à  $P_4$ . Les interférences sont observées en un point  $M$  de l'écran, de coordonnées  $(y, z)$ .

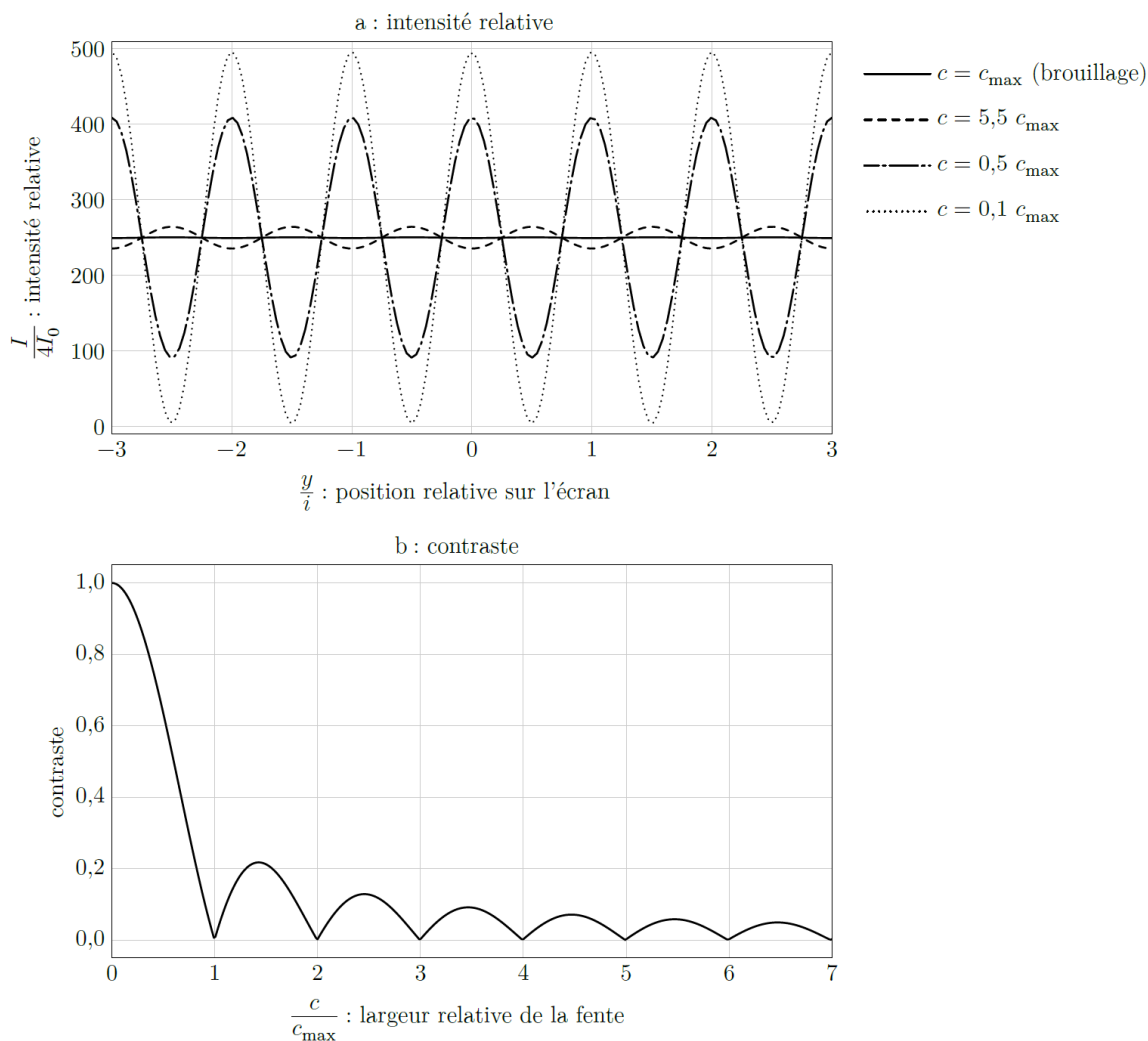
**Q 23.** En utilisant les résultats de la question 14, exprimer sans calculs les différences de marches au point  $M$ ,  $\delta_{i/1}(M)$  avec  $i = 2, 3, 4$ , entre l'onde passant par le miroir  $P_i$  et celle passant par le miroir  $P_1$ , en fonction de  $y$ ,  $z$ ,  $a$  et  $f'_2$ . Déterminer les coordonnées des points de l'écran pour lesquels les ondes issues des 4 miroirs sont en phase. Montrer que ces maxima d'éclairement forment un réseau carré de points de coordonnées

$$\left( y_k = k\lambda \frac{f'_2}{a}, \quad z_m = m\lambda \frac{f'_2}{a} \right),$$

où  $k$  et  $m$  sont deux nombres entiers.

**Q 24.** On modélise l'écran du téléphone par un réseau carré de  $N$  pixels assimilés à de petits miroirs répartis périodiquement avec une période  $a$  selon  $y$  et selon  $z$ . Montrer que l'éclairement obtenu est maximal aux points de coordonnées  $(y_k, z_m)$  déterminés à la question précédente et qu'il vaut  $I_{\max} = N^2 I_0$ ,  $I_0$  étant l'éclairement que l'on obtiendrait avec un miroir seul.

**Q 25.** Exprimer, en fonction de  $N$ , le rapport entre l'éclairement maximal et l'éclairement moyen observé sur l'écran. Que peut-on en conclure sur l'allure de la figure d'interférence observée lorsque  $N$  est très grand ?

**Figure 6**

a : intensité résultante en un point de l'écran  $M$  d'ordonnée  $y$  due à  $K = 500$  sources ponctuelles uniformément réparties entre les ordonnées  $-c/2$  et  $c/2$   
 b : contraste pour différentes extensions spatiales de la source

#### II.B.4) Détermination de la taille d'un pixel

Le réseau bidimensionnel de  $N$  miroirs considéré dans la section précédente modélise l'écran d'un téléphone comportant  $N$  pixels. Le montage est représenté sur la figure 9 et est réalisé comme suit.

- On place sur un banc optique, dans l'ordre de la droite vers la gauche, un laser, une lentille  $\mathcal{L}_1$ , un écran troué en son centre, une lentille  $\mathcal{L}_2$  et le téléphone.
- On s'assure du centrage du système, la tache du laser est visible sur l'écran du smartphone.
- Sur la face gauche de l'écran, une figure géométrique caractéristique d'un phénomène de diffraction est visible, cette figure est exploitée ci-après.

— Les distances focales utilisées sont  $f'_1 = 10,50\text{cm}$  et  $f'_2 = 45,50\text{cm}$ . Leur incertitude-type vaut  $u(f') = 0,30\text{cm}$ . La figure 10 présente une image obtenue au cours de cette expérience, avec un laser vert ( $\lambda_v = 532\text{nm}$  avec son incertitude-type  $u(\lambda_v) = 10\text{nm}$ ). Le trou au centre est celui par lequel passe le laser, il possède un diamètre de  $4,0\text{mm}$ .

**Q 26.** Déterminer la distance entre deux pixels avec une estimation de son incertitude-type. Comparer ce résultat à celui de la question 12 par le calcul d'un écart normalisé et conclure.

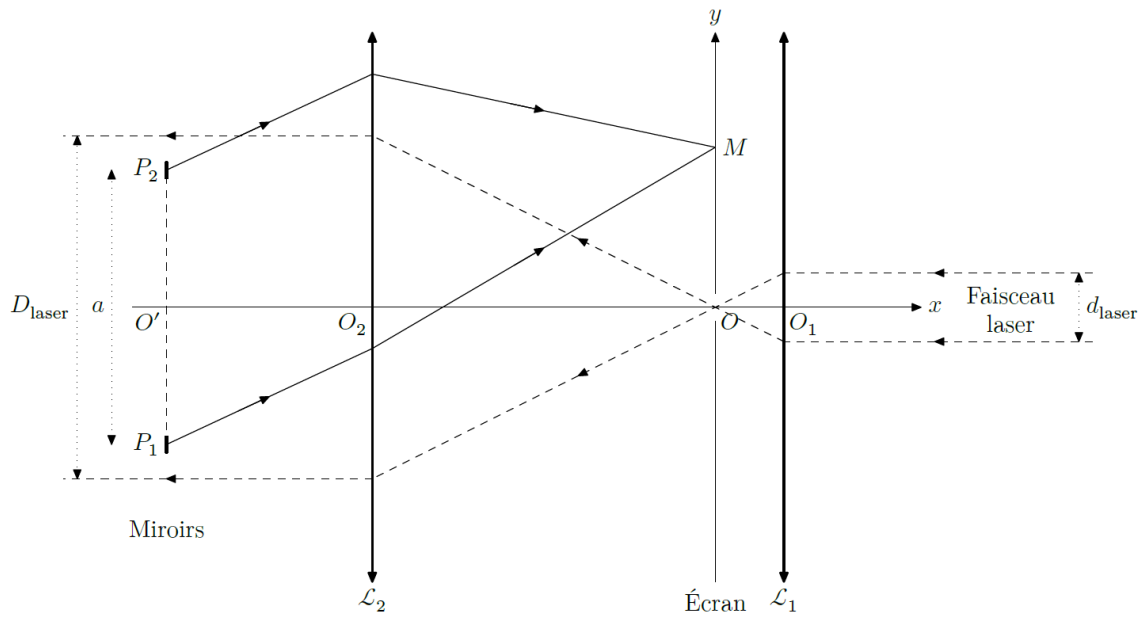


Figure 7 Deuxième montage : laser et miroirs

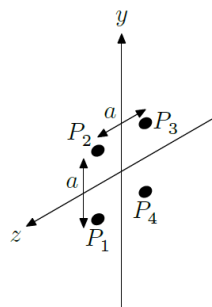


Figure 8 Disposition des 4 miroirs



Figure 9 Dernier montage : détermination de la taille d'un pixel

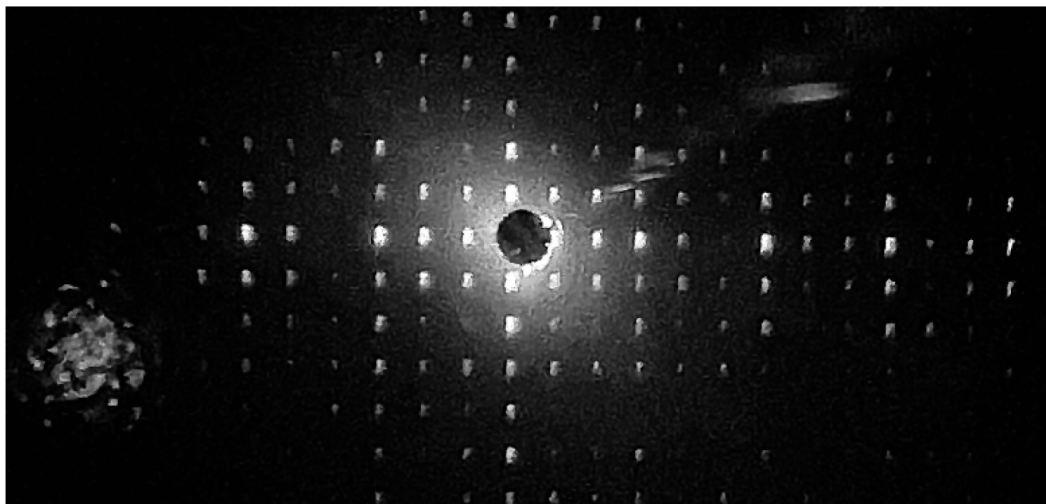


Figure 10 Image visible sur l'écran

### III Étude de la batterie lithium-ion

Les batteries Li-ion ont contribué à la révolution des téléphones portables modernes. En effet, celles-ci sont très utilisées dans les téléphones et les ordinateurs portables. Ceci s'explique par leur capacité à délivrer une énergie par unité de masse élevée.

Dans cette partie, l'objectif est de présenter les principes de fonctionnement de base d'une batterie Li-ion, de s'intéresser à la capacité de la pile et aux risques associés à l'utilisation de celle-ci.

La batterie considérée est constituée d'une première électrode de graphite (une structure du carbone constituée de feuillets) contenant du lithium. Les atomes de lithium sont intercalés dans les feuillets de carbone du graphite. Les sites contenant du lithium ont pour formule chimique  $\text{LiC}_{6(s)}$ . Lors de la décharge de la batterie, des atomes de lithium sont libérés des sites d'intercalation et s'ionisent en ions  $\text{Li}^+$  en libérant un électron. Les ions  $\text{Li}^+$  sont alors transférés de la première électrode vers la seconde.

La seconde électrode est constituée d'oxyde de cobalt  $\text{CoO}_{2(s)}$ . Lors de la décharge de la batterie, on y observe la formation de sites d'oxyde de cobalt dopés au lithium, de formule chimique  $\text{LiCoO}_{2(s)}$  par transfert d'ions  $\text{Li}^+$  captant un électron.

L'électrolyte est constitué de polymères et contient des ions lithium.

**Q 27.** Écrire les demi-équations électroniques associées à chaque électrode lors de la décharge de la batterie. Identifier la cathode et l'anode de cette pile.

**Q 28.** Donner l'équation bilan lors du fonctionnement de la batterie en décharge puis en charge. Compléter la figure C du document réponse en indiquant le sens de déplacement des électrons, le sens du courant et le nom des électrodes dans le cas de la décharge.

**Q 29.** Déterminer la masse minimale de lithium graphite  $\text{LiC}_{6(s)}$  contenue dans la batterie du téléphone dont les propriétés sont fournies dans le tableau 1.

**Q 30.** Retrouver la valeur de l'énergie massique annoncée pour ce même téléphone. Il s'agit de l'énergie que peut fournir la pile par unité de masse de cette même pile.

**Q 31.** Écrire l'équation de la réaction pouvant modéliser la transformation chimique qui a lieu si le lithium solide entre en contact avec de l'eau. Cette réaction forme notamment des ions hydroxyde  $\text{HO}^-$  et on observe un dégagement gazeux que l'on identifiera.

Cette transformation s'accompagne d'une forte libération d'énergie. Ceci justifie l'utilisation d'un électrolyte qui ne contient pas d'eau, mais plutôt un polymère organique.

En dessous de  $0^\circ\text{C}$  et au-dessus de  $35^\circ\text{C}$ , la capacité électrique de l'accumulateur peut fortement être modifiée. De nombreuses études ont été menées à très basse et très haute température afin de mesurer les performances du téléphone.

**Q 32.** À l'aide des tableaux 1, 2 et 3 et de la figure 11, indiquer les risques ou inconvénients d'utilisation d'un téléphone portable à très haute température et à très basse température.

Tension à vide $E_0$	3,8 V
Capacité électrique	1440 mA·h
Masse	25 g
Énergie massique	218 W·h·kg <sup>-1</sup>
Autonomie	8 h

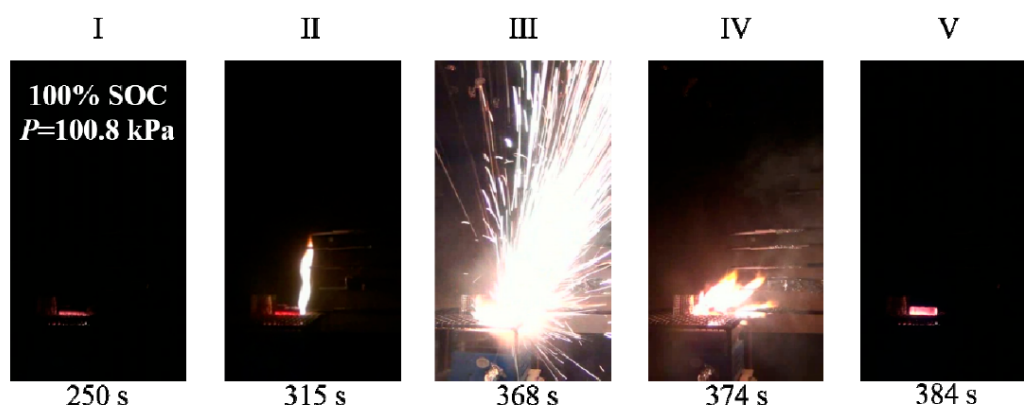
**Tableau 1** Propriétés d'une batterie de téléphone portable à température ambiante (d'après Yongquan Sun, Li-ion Batterie Reliability - A Case Study of the Apple iPhone)

Température (°C)	Capacité électrique (mA·h)
-40	168
-20	650
-10	1060
0	1345
25	1440
40	1430

**Tableau 2** Effet de la basse température sur la capacité électrique (d'après Shuaishuai Lv, The Influence of Temperature on the Capacity of Li)

Température (°C)	État de l'électrolyte
-30	liquide
-35	mélange liquide-solide
-40	mélange liquide-solide
-42,5	solide

**Tableau 3** Effet de la basse température sur l'électrolyte (d'après Dongxu Ouyang, A Review on the Thermal Hazards of the Lithium-Ion)



La combustion de la batterie (et de ses couches de protection) s'accompagne d'un dégagement de diverses espèces toxiques gazeuses : le fluorure d'hydrogène HF, le chlorure d'hydrogène HCl, le monoxyde de carbone CO, le dioxyde de soufre SO<sub>2</sub>, le dihydrogène H<sub>2</sub>.

Les gaz HF et HCl, à forte dose inhalée, peuvent être mortels pour l'homme. Le monoxyde de carbone réagit avec l'hémoglobine et peut être lui aussi mortel. Le dihydrogène est hautement réactif et peut mener à une combustion très exothermique ou une explosion.

**Figure 11** Effets de la haute température sur des batteries complètement chargées (d'après Dongxu Ouyang, A Review on the Thermal Hazards of the Lithium-Ion)

## Données

### Appareil photographique d'un téléphone portable

Résolution du capteur	4000 × 3000 pixels
Nombre d'ouverture	$N = 2,2$
Diagonale du capteur	1/3 de pouce
Indice de réfraction de l'air	$n_{\text{air}} = 1,0$
Indice de réfraction de la lentille	$n = 1,52$
Rayon de courbure de la lentille	$R = 4,0 \text{ mm}$
Diamètre réel la lentille	$\Phi = 5,0 \text{ mm}$
Distance focale effective de l'objectif	$f' = 9,0 \text{ mm}$

### Propriétés de l'oeil humain

Distance normale d'observation d'un téléphone portable	30 cm
Pouvoir de résolution d'un l'œil « normal »	$\alpha = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$

### Conversions d'unités

1 pouce = 25,4 mm
1 A·h = 3600 C
1 W·h = 3600 J

### Données physico-chimiques

Numéro atomique du lithium	$Z = 3$
Masse molaire du lithium	$M_{\text{Li}} = 6,9 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire du carbone	$M_{\text{C}} = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante de Faraday	$F = 96\,485 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse du téléphone portable considéré	$m = 150 \text{ g}$
Potentiel standard du couple $\text{Li}_{(\text{aq})}^+/\text{Li}_{(\text{s})}$	$E_1^\circ = -3,04 \text{ V}$
Potentiel standard du couple de l'eau $\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}/\text{H}_{2(\text{g})}$	$E_2^\circ = -0,83 \text{ V}$
Capacité thermique massique de l'eau liquide	$c_m(\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}) = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau solide	$c_m(\text{H}_2\text{O}_{(\text{s})}) = 2,06 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Enthalpie massique de fusion de la glace	$l = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique d'un téléphone portable	$c_m(\text{tel}) = 2,4 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Coefficient de conductivité thermique d'un matériau isolant	$\lambda_{\text{polyurethane}} = 0,03 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

## Estimation d'une incertitude-type composée

Si la grandeur  $y$  calculée est un produit ou un quotient du type  $y = x_1 x_2$  ou  $y = x_1/x_2$ , alors l'incertitude-type sur  $y$ , notée  $u(y)$  est reliée à l'incertitude-type sur chacun des facteurs par

$$\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2$$

## Instructions Python : opérations sur les tableaux numpy

- `np.zeros(n)`, `np.zeros((n, m))` crée respectivement un vecteur à  $n$  éléments ou une matrice à  $n$  lignes et  $m$  colonnes dont les coefficients sont tous nuls.
- `np.ones(n)`, `np.ones((n, m))` fonctionne comme `np.zeros` en initialisant chaque coefficient à la valeur un.
- `np.min(a)`, `np.max(a)` renvoie la valeur du plus petit (respectivement plus grand) élément du tableau  $a$ .
- `np.abs(a)` crée un tableau similaire au tableau  $a$  dont les coefficients sont les valeurs absolues des coefficients de  $a$ .

### 3 ANNEXE - Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon



Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom



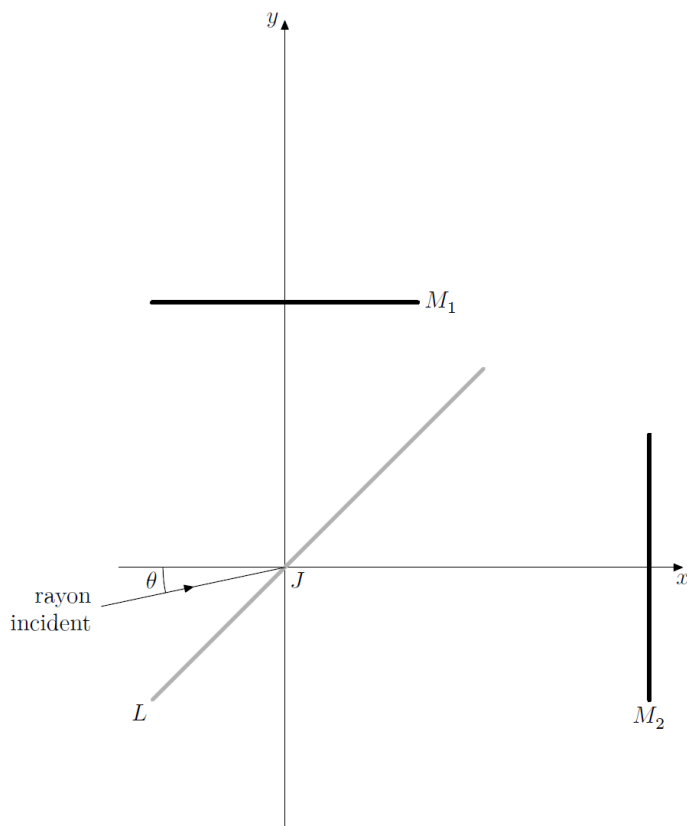
CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Épreuve : Physique 1 PC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille  /

#### Question 1



Lame d'air équivalente

Figure A

Question 11



Figure B



### 4 ANNEXE - Les téléphones portables



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom

Épreuve : Physique-chimie 2 MPI

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille  /

#### Question 4

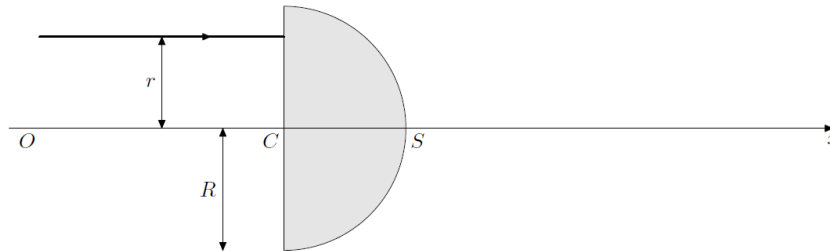


Figure A Modèle de la lentille demi-boule

#### Question 13

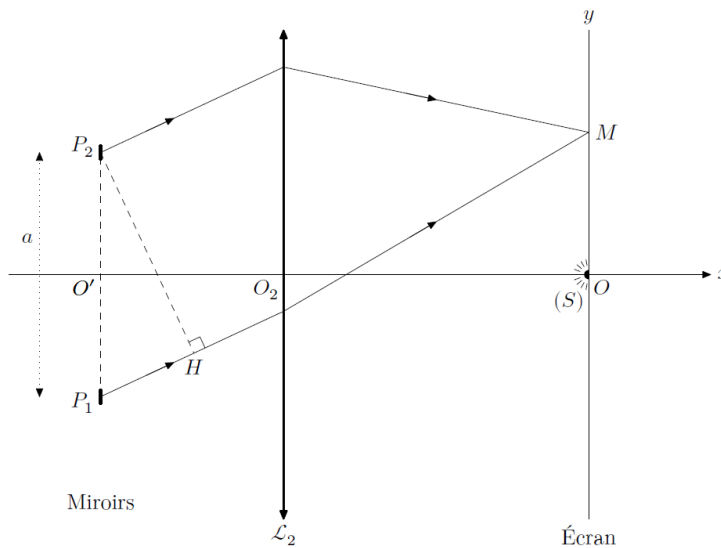


Figure B Premier montage : lampe spectrale et miroirs

## Question 28

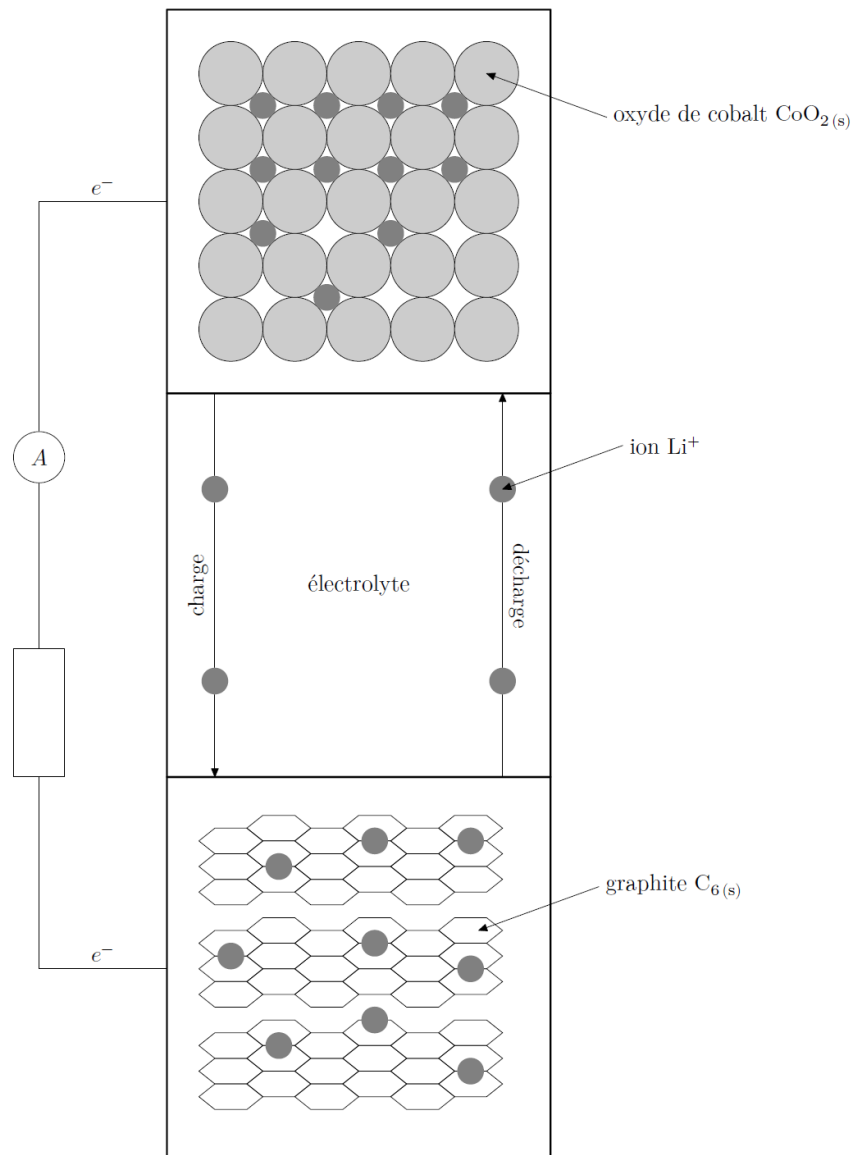


Figure C