

Correction - MP2 - DS n°7 (CCP - e3a)

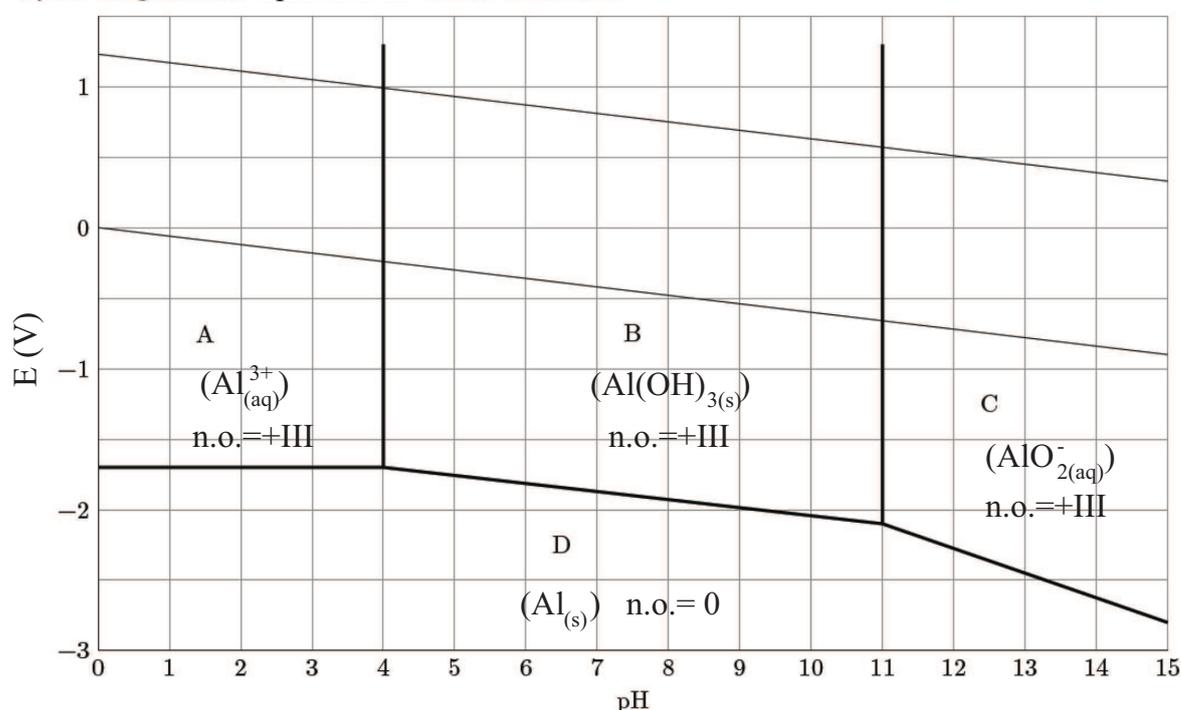
Samedi 23 mars 2024. Durée 4h.

# 1 Analyse chimique d'un alliage Cuivre-Aluminium

## II.B.1) Première phase : Séparation du cuivre et de l'aluminium

a) Pour maximiser la surface de contact du métal avec la solution, cela améliore la cinétique de la réaction.

b) Le diagramme EpH est le suivant :



L'espèce ayant le plus bas nombre d'oxydation est en bas (le réducteur) :  $D = Al(s)$ , les espèces oxydantes de même nombre d'oxydation se répartissent en fonction de leur affinité pH-métrique ( de gauche à droite la capture d'oxonium est + favorable).

Nous aurons dans cette ordre  $A = Al^{3+}$ ,  $B = Al(OH)_{3(s)}$  et  $C = AlO_2^-$ .

c) Le diagramme étant tracé à  $c = 1.0 \cdot 10^{-2} mol.L^{-1}$ , il suffit de lire le pH de frontière entre A et B, soit  $pH = 4$ .

L'énoncé donnait en annexe le  $pK_s$  de l'hydroxide d'aluminium.

Le concepteur attendait plus probablement une démarche analytique.

$K_s = [Al^{3+}][OH^-]^3 \frac{1}{c^3} = [Al^{3+}] \left[ \frac{Ke}{h} \right]^3 = \frac{c}{c^3} \left[ \frac{Ke}{h} \right]^3$  à la limite AB qui correspond à un domaine d'existence. On en déduit  $pH = pKe - \frac{1}{3}(pK_s - pc) = 4$ .

- d) Changement de contexte : on passe sur le diagramme du Cuivre.  
 Le couple étudié a pour demi-équation :  $2Cu^{2+} + H_2O + 2e^- = Cu_2O + 2H_{(aq)}^+$   
 Le potentiel limite de Nernst sera de la forme :  $E = E^\circ + \frac{0.059}{2} \log c^2 + 0.059 pH$   
 La pente recherchée est de  $59 mV$  par unité de  $pH$ . (cohérent avec la pente positive sur le diagramme)
- e) En zone basique élevée le cuivre est sous forme solide, alors que dans la zone de stabilité de l'eau l'aluminium est sous la forme du soluté  $AlO_2^-$ . Un processus de décantation filtrage permettra donc de récupérer le cuivre.  
 C'est l'équation d'oxydation de l'aluminium par l'eau en milieu basique :  
 $2Al + 2H_2O + 2OH^- = 2AlO_2^- + 3H_2$   
 Le cuivre ne sera pas oxydé par l'eau (en cas de doute, rappelez-vous de vos bases en plomberie..)
- f) En milieu neutre l'aluminium est sous la forme d'un hydroxyde, il est donc solide et ne peut être séparé du cuivre. Par ailleurs la marge de potentiel est aussi plus faible, l'oxydation par l'eau sera donc aussi plus lente.
- g) D'assurer le dégazage complet de la solution...  
 La solubilité des gaz diminue avec l'augmentation de la température (souvenez-vous des petites bulles dans le fond de votre casserole bien avant l'ébullition).

### II.B.2) Deuxième phase : dissolution du cuivre

L'équation de dissolution est une oxydo-réduction :  $3Cu + 2NO_3^- + 8H^+ = 3Cu^{2+} + 2NO + 4H_2O$

Si ce type d'équation pose difficultés, il est toujours possible de commencer par l'écriture des demi-équations.

### II.B.3) Troisième phase : Dosage du cuivre dans l'alliage

- a) La justification requise repose sur le constat sur la différence des potentiels normaux. Elle est de plus de  $0.5 V$  ce qui est très important ( $K^\circ \gg 1$ ).

Le calcul classique de la constante d'équilibre à partir des potentiels standards conduit à :

$$K^\circ = 10^{\frac{n[E^\circ(I_2/I^-) - E^\circ(S_4O_6^{2-}/S_4O_6^{2-})]}{0.06}} = 10^{\frac{2[0.62 - 0.08]}{0.06}} = 10^{18}$$

La réaction peut donc être considérée comme totale.

- b) La technique est celle du dosage en retour.  
 La diiode est dosé par  $n = cV = 5.0 \cdot 10^{-2} * 12.5 \cdot 10^{-3} mol = 6.3 \cdot 10^{-4} mol$  de thiosulfate. La solution contenait donc  $\frac{n}{2} = 3.1 \cdot 10^{-4} mol$  de diiode qui ont été fabriquées par la consommation de  $n$  moles d'ions cuivre II. Soit une masse de  $m = nM = 40 mg$  et un pourcentage massique de 4.0% (vu la précision sur la concentration on se limite à deux chiffre significatifs).
- c) La détection du dosage (en retour) n'est pas évoquée, mais elle est probablement colorimétrique. La détection de l'équivalence se fait toujours dans ces cas par excès. Il peut être utile de refaire le dosage si le premier a été « brusque » pour modérer l'excès.  
 Une évaluation statistique peut avoir son intérêt mais il faut dans ce cas largement augmenter le nombre d'essais.

## **2 Considérations sur une raie spectrale**

### **Partie IV - Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde**

#### **IV.1- Description de l'interféromètre de Michelson**

**Q28.** Marche des rayons:

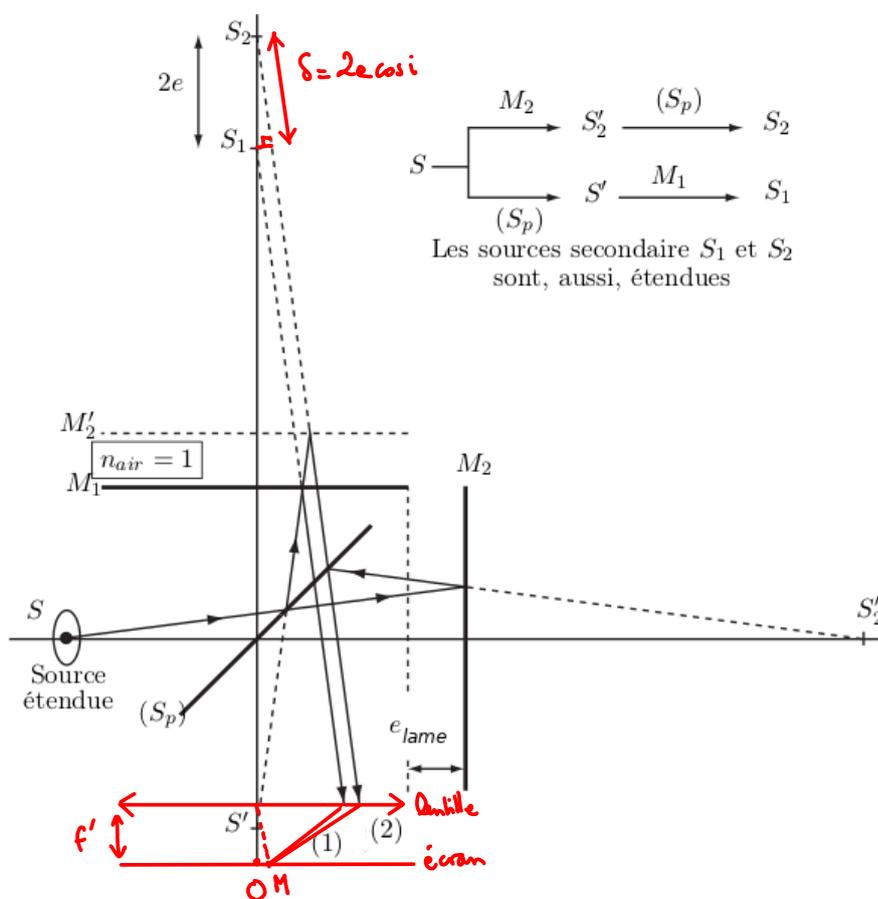


Figure 1: Modèle complet de l'interféromètre de Michelson en lame d'air

Q29. Différence de marche:

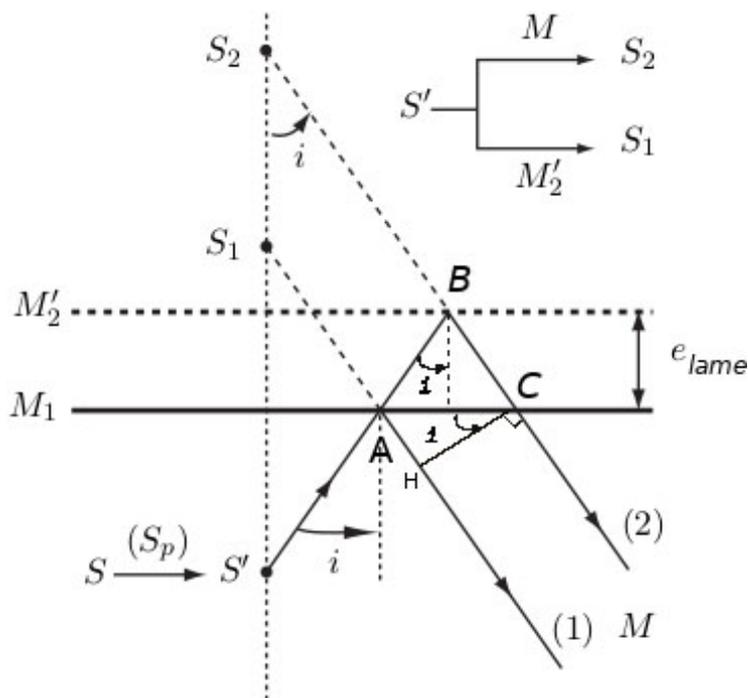


Figure 2: Modèle simplifié de l'interféromètre de Michelson en lame d'air

$$\delta = (2) - (1) = (ABC) - (AH) = 2AB - AH$$

avec  $AB = \frac{e_{lame}}{\cos(i)}$  ;  $AH = AC \sin(i)$  et  $AC = 2e_{lame} \tan(i)$

$$\delta = \frac{2e_{lame}}{\cos(i)} - \frac{2e_{lame} \sin^2(i)}{\cos(i)} = 2e_{lame} \cos(i)$$

on notera que le schéma de la figure 28 permet de retrouver le même résultat sans calcul, à partir du principe de retour inverse de la lumière et du théorème de Malus.

L'intensité lumineuse:

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\nu\delta}{c} \right) \right)$$

les franges d'interférence sont des anneaux concentriques localisés à l'infini.

## IV.2- Largeur spectrale d'une raie d'émission

### Q30.

- La raie spectrale n'est pas strictement monochromatique, elle est composée de plusieurs bandes spectrales monochromatique de fréquences comprises entre  $\nu_1 = \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}$  et  $\nu_2 = \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$ . Ces raies étant incohérentes; on a, donc, possibilité du brouillage.
- la variation de l'ordre d'interférence

$$\Delta p = p \left( \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \right) - p(\nu_0) = \frac{\delta}{c} \frac{\Delta\nu}{2}$$

### Q31.

On dit qu'on suppose qu'on a réglé l'interféromètre de Michelson au contact optique et qu'on chariotte ensuite, c'est à dire qu'on passe de  $\delta_i = 0$  à  $\delta_f = \delta(e_{lame})$ .  $e_{lame}$  correspond donc à la modification de l'épaisseur de la lame d'air entre un contraste maximal et le premier brouillage (noté  $\delta e$  dans le cours).

Par ailleurs, comme on se place en  $F'$ , l'angle d'incidence est nul, donc  $i = 0$  et  $\delta(e_{lame}) = \frac{2e_{lame}}{\lambda} = \frac{2e_{lame}\nu}{c}$ .

D'après le critère de brouillage spectral semi-quantitatif, on considère qu'il y a brouillage dès que  $\Delta p > \frac{1}{2}$  sur la demi-étendue spectrale de la source. Le cas critique correspond ici à :

$$\Delta p = p_f(\nu_0 + \delta\nu/2) - p_f(\nu_0) = \frac{\delta_f \Delta\nu}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } 2e_{lim} = \frac{c}{\Delta\nu} \quad \text{et} \quad e_{lim} = \frac{c}{2\Delta\nu}$$

### Calcul de l'intensité observée en $F'$

Q32. L'intensité donnée par une petite bande spectrale:

$$dI(F') = 2 \frac{I_0}{\Delta\nu} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi\nu}{c} \delta(F') \right) \right] d\nu = 2 \frac{I_0}{\Delta\nu} [1 + \cos(2\pi\nu\tau(F'))] d\nu$$

$\tau(F')$  désigne le retard accumulé entre les deux rayons lors de la propagation sur la différence de chemin optique  $\delta(F')$   
Ordre d'interférence:

$$p(F', \nu) = \frac{\delta(F')}{\lambda} = \frac{\delta(F')}{c} \nu = \tau(F') \nu$$

**Q33.** L'intensité donnée par tout le spectre:

(longueurs d'onde incohérentes, donc on somme les intensités)

$$\begin{aligned}
 I = \int_{[\Delta\nu]} dI(F') &= 2 \frac{I_0}{\Delta\nu} \int_{\nu_1}^{\nu_2} [1 + \cos(2\pi\nu\tau(F'))] d\nu = 2 \frac{I_0}{\Delta\nu} \left( \Delta\nu + \left[ \frac{\sin(2\pi\nu\tau(F'))}{2\pi\nu\tau(F')} \right]_{\nu_1}^{\nu_2} \right) \\
 &= 2 I_0 \left( 1 + \frac{\sin(\pi\tau(F')\Delta\nu)}{\pi\tau(F')\Delta\nu} \cos(2\pi\nu_o\tau(F')) \right) \\
 &= 2 I_0 \left( 1 + \Gamma(F') \cos(2\pi\nu_o\tau(F')) \right) \quad \text{où} \quad \Gamma(F') = \frac{\sin(\pi\tau(F')\Delta\nu)}{\pi\tau(F')\Delta\nu}
 \end{aligned}$$

**Q34.** Allure de  $I(\tau(F'))$

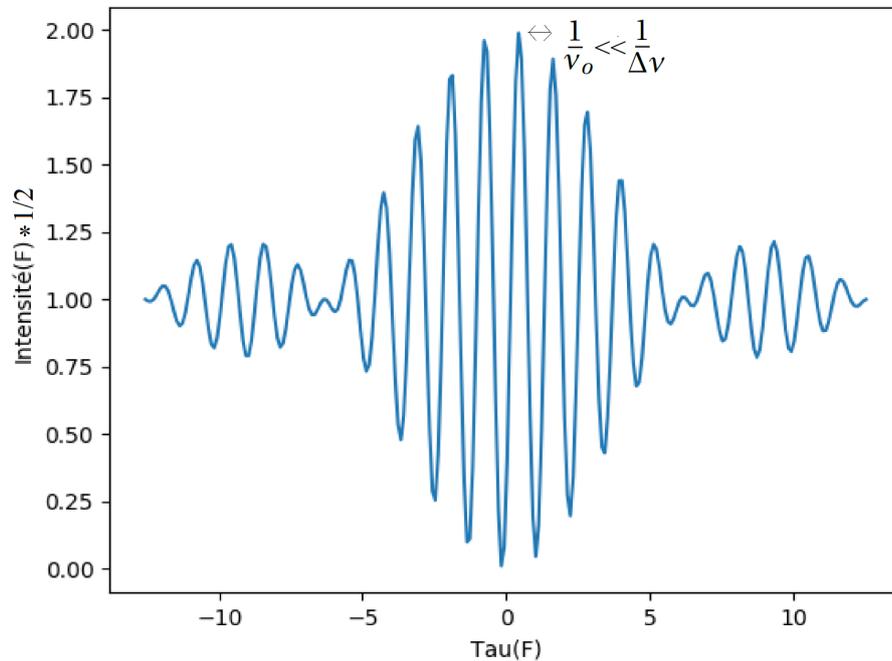


Figure 3: Intensité d'interférence

La première annulation de contraste est pour:

$$\pi\tau(F')\Delta\nu = \pi \quad \text{ou} \quad \tau(F') = \frac{1}{\Delta\nu} = \tau_o$$

**Q35.**

$$\Delta\nu_{exp} = \frac{c}{2\ell_{lim}} = 10^{10} \text{ Hz} \sim \frac{1}{\Delta T_{train}}$$

## Partie V - Largeur Doppler d'une raie d'émission

### V.1- Décalage Doppler

$$T_o = t_{e2} - \underbrace{t_{e1}}_{=0} \quad \text{avec} \quad t_{ei} : \text{l'instant d'émission du } i^{\text{ème}} \text{ maximum}$$

**Q36.** Le récepteur reçoit le premier maximum à l'instant:

$$t_1 = \frac{d}{c}$$

**Q37.**

- Le deuxième maximum est émis à l'instant:

$$t_{e2} = \frac{x}{V_x} = T_o$$

- La distance  $d_{O'R}$  entre l'émetteur  $O'$  et le récepteur  $R$  à cet instant:

$$d_{O'R} = d - x = d - V_x T_o$$

- La date  $t_2$  du réception du deuxième maximum:

$$t_2 = T_o + \frac{d_{O'R}}{c} = T_o + \frac{d - V_x T_o}{c}$$

**Q38.**

$$T = t_2 - t_1 = T_o - \frac{V_x T_o}{c} = T_o \left(1 - \frac{V_x}{c}\right)$$

$$v_o = v \left(1 - \frac{V_x}{c}\right) \quad \text{ou} \quad v \approx v_o \left(1 + \frac{V_x}{c}\right)$$

### V.3- Élargissement spectral par effet Doppler

**Q49.**

$$v_+ = v_o \left(1 + \frac{u}{c}\right) = \frac{c}{\lambda_o} \left(1 + \frac{u}{c}\right) \quad \text{et} \quad v_- = \frac{c}{\lambda_o} \left(1 - \frac{u}{c}\right)$$

$$\Delta_{DOP} = v_+ - v_- = \frac{2u}{\lambda_o} = 10^8 \text{ Hz}$$

même ordre de grandeur que  $\Delta v_{exp}$  mesuré en **Q35..**

$$u = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{RT}{M_{Hg}}} = 111 \text{ m.s}^{-1}$$

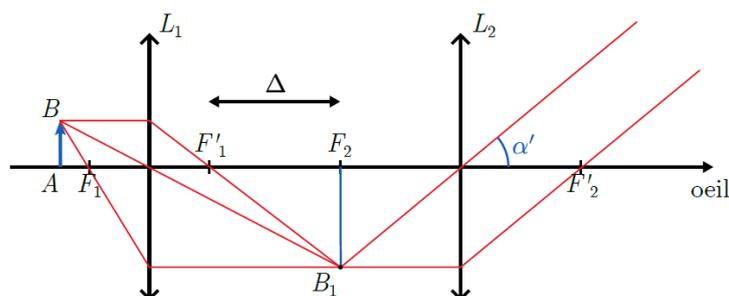
### 3 Des oiseaux haut en couleur

#### 1 Les couleurs structurales

##### 1.1 Le bleu de la perruche

**Q1.** Un œil observe sans fatigue un objet situé à l'infini. On souhaite donc ici l'image finale  $A_2$  en sortie de  $L_2$  doit se situer à l'infini. Alors l'image intermédiaire  $A_1B_1$  doit se situer dans le plan focal objet de la seconde lentille. Il faut notamment que  $A_1 = F_2$ .

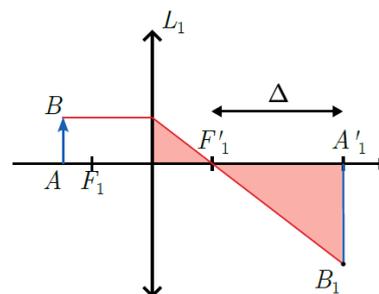
**Q2.** Schéma optique des rayons lumineux :



**Q3.** Grandissement transversal de l'objectif :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'_1A_1}}{\overline{F'_1O}} = \frac{\overline{F'_1F'_2}}{\overline{-OF'_1}}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$$

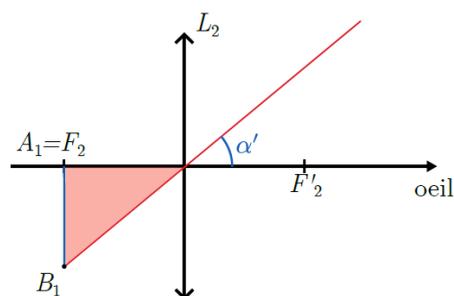


**Q4.** Diamètre angulaire d'observation

$$\tan(\alpha') \simeq \alpha' \quad \text{dans les conditions de Gauss}$$

$$\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\gamma_1 \times \overline{AB}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{-\Delta \times h}{f'_1 \times (-f'_2)}$$

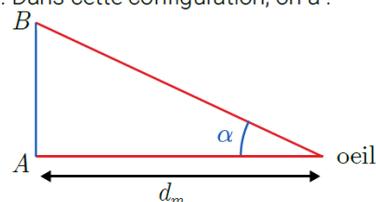
$$\alpha' = \frac{h\Delta}{f'_1 f'_2}$$



**Q5.**  $d_m \simeq 25$  cm correspond au *punctum proximum*, point le plus proche auquel l'œil peut voir net.  $d_M$  correspond au *punctum remotum*, point le plus éloigné auquel l'œil peut voir net, qui se situe à l'infini pour un œil sans défaut.

**Q6.** Au *punctum proximum*, l'objet est vu sous le plus grand diamètre angulaire. Dans cette configuration, on a :

$$\tan(\alpha) \simeq \alpha = \frac{h}{d_m}$$



**Q7.** Grossissement commercial du microscope :

$$G_c \triangleq \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{h\Delta}{f'_1 f'_2} \times \frac{d_m}{h} = \frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2} \quad (1)$$

Application numérique :  $G_c \simeq 167$

**Q8.** La résolution angulaire de l'œil est  $\varepsilon = 1'$ . La distance angulaire minimale vue à travers le microscope est donc :  $\alpha_m = \frac{\varepsilon}{G_c} = 1.1 \times 10^{-3} \text{°}$

**Q9.** En mesurant sur la photo 3 du sujet, on peut estimer la distance entre deux barbules à environ  $30 \mu\text{m}$ .

**Q10.** Pour  $d_m = 25 \text{ cm}$ , cela correspond à un diamètre angulaire à l'œil nu de :  $\alpha \simeq \frac{30 \mu\text{m}}{25 \text{ cm}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,4'$ . Ceci est en dessous de la limite de résolution angulaire  $\varepsilon = 1'$ .

En revanche, avec un grossissement  $G_c = 167$ , le diamètre angulaire sera  $\alpha' \simeq 20 \text{ mrad} \simeq 69'$  : on peut distinguer les barbules au microscope.

**Q11.** Lors du passage de l'onde lumineuse pour les microgranules, il y a diffusion Rayleigh de la lumière avec une puissance moyenne diffusée à travers une sphère :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \alpha \omega^4$$

Lorsqu'on éclaire avec de la lumière blanche, le bleu (avec  $\omega_{\text{bleu}} \sim 2 \times \omega_{\text{rouge}}$ ) est alors environ  $2^4 = 16$  fois plus diffusé que le rouge ! Ce sera donc le bleu et le violet qui seront les couleurs dominantes observées en diffusion.

Les autres radiations de plus faible pulsation / fréquence qui sont moins diffusées, sont principalement transmises comme indiqué sur la figure 5 de l'énoncé.

**Q12.** On a donc une meilleure transmission des ondes de faibles fréquences (rouge, orange, jaune...), et une perte de puissance des radiations de hautes fréquences (bleu, violet) qui sont diffusées sur les côtés. On peut donc dire que cette partie du plumage agit comme un filtre passe-bas en transmission.

## 1.2 Du vert clair au violet pour le canard colvert

**Q13.** Les documents nous précisent que « chaque microlamelle se comporte comme un petit miroir réfléchissant la lumière ». La structure constitue donc un réseau par réflexion.

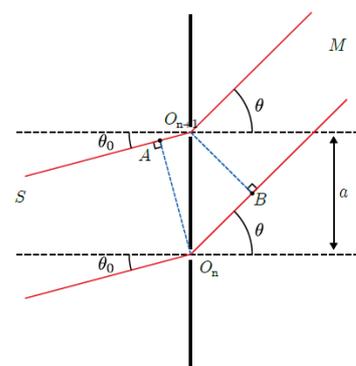
**Q14.** Expression de la différence de marche entre deux ouvertures pour un réseau en transmission.

Le théorème de Malus permet de compléter le schéma et d'écrire l'égalité entre les chemins optiques suivants :

$$\begin{cases} (SA) & = (SO_n) \\ (O_{n+1}M) & = (BM) \end{cases}$$

On exprime alors la différence de marche avec des relations trigonométriques :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SO_{n+1}M) - (SO_nM) \\ &= (SO_{n+1}) + (O_{n+1}M) - (SO_n) - (O_nM) \\ &= (AO_{n+1}) - (O_nB) \\ \delta(M) &= a \sin(\theta_0) - a \sin(\theta) \end{aligned}$$



**Q15.** Les ondes interfèrent toutes constructivement si :  $\delta(M) = k \times \lambda_0$  avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde et  $k$  un entier relatif.

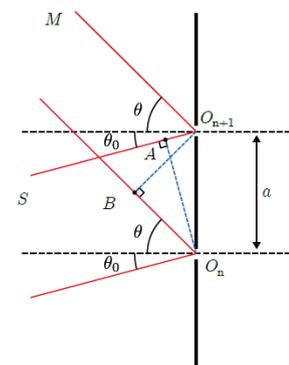
**Q16.** Dans le cas d'un réseau par réflexion, le calcul est modifié par un signe  $\oplus$  dans le calcul de la différence de marche, conformément à ce schéma.

On a alors

$$\delta(M) = a \sin(\theta_0) + a \sin(\theta) \quad (2)$$

Donc pour des interférences constructives avec  $\delta = k\lambda_0$

$$\sin(\theta_k) + \sin(\theta_0) = k \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \quad (3)$$



**Q17.** Pour le schéma de l'énoncé, le canard est éclairé par le soleil en incidence normale sur les plumes ( $\theta_0 = 0$ ). On observe à deux angles différents. On peut en première approche ne considérer que les ordres  $k = \pm 1$  de diffraction, car ce sont ceux dont la luminosité est la plus puissante. Par ailleurs on pourra voir par le calcul que considérer les ordres supérieurs ne donnent des interférences constructives que pour des rayonnements hors du domaine du visible.

– Pour l'observateur A placé à  $\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$  ; la couleur correspondant à des interférences constructives pour  $k = 1$

est telle que :

$$\sin(90^\circ) = 1 = \frac{\lambda_0}{a}$$

On trouve  $\lambda_0 = a = 560 \text{ nm}$ , qui correspond à du vert.

- Pour l'observateur B placé à  $\theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ ; la couleur correspondant à des interférences constructives pour  $k = 1$  est telle que :

$$\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\lambda_0}{a}$$

On trouve  $\lambda_0 = 396 \text{ nm}$ , qui correspond à du violet.

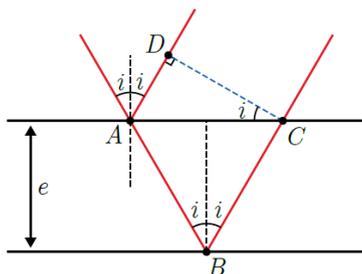
On doit ici faire le lien avec la photo 4 de l'énoncé. Ce n'est pas forcément très explicite car les canards photographiés ne sont pas dans le même sens que sur le schéma de la figure 7, et que l'on ne connaît pas la direction d'éclairage.

En supposant que les canards sont éclairés parallèlement à l'image, depuis la droite, on voit que le canard au centre qui fait face à la droite serait alors observé à  $90^\circ$  et que son plumage de tête est bien vert. En revanche, le canard à droite de l'image qui fait face aux trois quarts à la photographique, correspondrait alors à une observation à  $45^\circ$ , et que son plumage de tête est bien violet sous cet angle.

### 1.3 Le colibri aux milles couleurs

**Q18.** Le calcul de différence de marche est celui de l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air. Il peut se faire de deux façons :

Avec le théorème de Malus en différents points :



Dans le triangle  $ABC$  composé de deux triangles rectangles identiques :

$$AB = BC = \frac{e}{\cos(i)}$$

$$AC = 2e \tan(i)$$

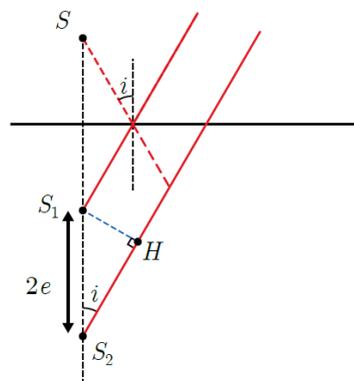
Dans le triangle  $ACD$  rectangle en  $D$

$$AD = AC \sin(i) = 2e \tan(i) \sin(i)$$

Pour la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta &= (SM)_2 - (SM)_1 \\ &= AB + BC - AD \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} - 2e \tan(i) \sin(i) \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} - \frac{2e \sin(i)^2}{\cos(i)} \\ \delta &= 2e \cos(i) \end{aligned}$$

Avec des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  séparées d'une distance  $2e$  suite aux réflexions sur les différentes faces de la lame.



$$\delta = (S_2M) - (S_1M)$$

$$\delta = 2e \cos(i)$$

avec le théorème de Malus.

**Q19.** Par mesure sur la photo 7, on estime l'épaisseur d'une microlamelle à  $3 \text{ nm}$  sur le dessin, soit avec un grossissement de  $\times 6000$ ,  $e \simeq 500 \text{ nm}$ .

**Q20.** Résolution de problème.

- Angle dont doit tourner la tête du colibri pour passer du rouge ( $\lambda \sim 700$  nm) au bleu ( $\lambda \sim 475$  nm), tous deux correspondant alors à des interférences constructives. Pour l'ordre d'interférence  $p = 1$  :

$$\text{Rouge : } \delta(i_r) = \lambda_{\text{rouge}} = 2e \cos(i_r) \implies i_r \simeq 45^\circ$$

$$\text{Bleu : } \delta(i_b) = \lambda_{\text{bleu}} = 2e \cos(i_b) \implies i_b \simeq 60^\circ$$

On cherche donc le temps nécessaire pour faire une rotation d'environ  $15^\circ$

- Énergie dépensée par le colibri pour la rotation de sa tête (de quel angle ?) : un cent millième de son énergie journalière, qui est d'une dizaine de kilocalories.

$$E_{\text{rot}} = \frac{10 \text{ kcal}}{10^5} \simeq 0,418 \text{ J}$$

- Couple résultant exercé sur sa tête pour la rotation :  $\Gamma \sim 10^{-5}$  N.m.

**Remarque :** À ce stade, le correcteur n'a pas pu déterminer quelle était la réponse attendue. Il lui semble manquer une donnée pour ne pas « tourner en rond ».