Correction Ex 2 - TD n°25bis - Bases de la mécanique quantique

1 Interférences d'atomes d'Hélium (Carnal et Mlynek, 1991)

A savoir...

Applications directes du cours de MPSI. Uniquement pour vérifier que vous connaissez les formules et que vous savez interpréter les résultats numériques obtenus.

1. Par analogie avec les trous d'Young : $i = \dfrac{\lambda_{DB}}{a}$, on obtient $\lambda_{DB} = \dfrac{ia}{D} = \dfrac{8,4.10^{-6}.8.10^{-5}}{0.64} = 1,05.10^{-10}\ m$. Le texte donne $0,103\ nm$, ce qui est très proche, mais il est intéressant ici de calculer l'incertitude sur cette valeur : $\dfrac{\Delta\lambda_{DB}}{\lambda_{DB}} = \dfrac{\Delta i}{i} + \dfrac{\Delta D}{D} + \dfrac{\Delta a}{a} \simeq \dfrac{\Delta i}{i} = \dfrac{0.8}{8.4} \simeq 0,1$ soit 10% d'erreur relative. On obtient donc :

$$\boxed{\lambda_{DB} = 1,05 \pm 0.1\ nm}$$

. La valeur donnée dans le texte est donc tout à fait cohérente avec celle déduite de la mesure de l'interfrange.

2) Le texte donne $\lambda_{DB} = 0,103\,nm$

or $\lambda_{DB} = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{mv}$ pour des particules non relativistes.

On en déduit alors $\boxed{v = \dfrac{h}{m\lambda_{DB}}}$ AN : $v = \dfrac{6,63.10^{-34}}{6,7.10^{-27} \times 0,103.10^{-9}}$

$\underline{v = 9,61.10^{2}\ ms^{-1}}$ *

Pour aller de la fente F au détecteur, l'atome d'hélium doit parcourir approximativement la distance $D = L + L' = 128\,cm$

Il a donc un "temps de vol" de l'ordre de $\boxed{\tau_1 = \dfrac{D}{v} = \dfrac{L+L'}{v}}$

A.N. $\tau_1 = \dfrac{128.10^{-2}}{961} = \underline{1,3.10^{-3}\,s}$

3. On peut en déduire la température moyenne dans le réservoir d'Hélium, en faisant l'hypothèse que les atomes sélectionnés par la fente correspondent bien à la vitesse quadratique la plus probable. En effet, l'hélium étant un gaz monoatomique :

$$\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_BT \qquad \text{soit} \qquad T \simeq \frac{mv^2}{3k_B} \simeq 150K$$

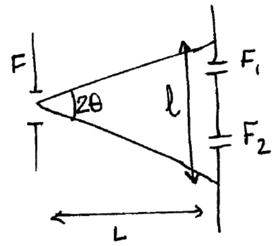
(rappel : $T_{azoteliquide} \simeq 77K$). On a donc affaire à des *atomes froids*, d'où la difficulté importante de l'expérience. On peut noter que si on ne réalise pas cette expérience à très basse température, alors la vitesse quadratique moyenne est beaucoup plus grande. Cela implique que λ_{DB} est plus faible et donc finalement que i est plus faible : on détecte encore plus difficilement les franges d'interférences.

4) L'angle de diffraction θ par une fente de largeur a est donné par

$\sin\theta \simeq \frac{\lambda_{DB}}{a}$ avec λ_{DB} la longueur d'onde de l'onde diffractée.

Ici $\lambda_{DB} = 0,103$ nm et $a = s_1 = 2\,\mu m \gg \lambda_{DB}$, on peut supposer $\theta \simeq \sin\theta$

$\boxed{\theta = \frac{\lambda_{DB}}{s_1}}$ AN : $\theta = \frac{0,103.10^{-9}}{2.10^{-6}} = 5,2.10^{-5}$ rad



la taille de la tache de diffraction dûe à la fente F sur l'écran percé des fentes F_1 et F_2 est $l = 2L\tan\theta$

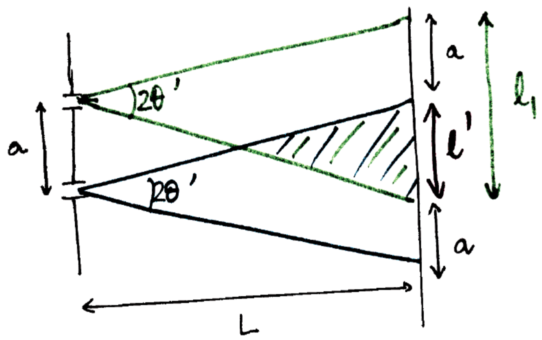
avec θ petit $\boxed{l \simeq 2L\theta = 6,6.10^{-5}\,m = 66\,\mu m}$

les fentes F_1 et F_2 sont distantes de $a = 8\,\mu m$ et larges de $s_2 = 1\,\mu m$.

$a + 2s_2 < l$: les 2 fentes sont bien "éclairées"

5) Par la fente F_1, l'angle de diffraction est $\boxed{\theta' = \frac{\lambda_{DB}}{s_2}} = 1,0.10^{-4}$ rad

(Il en va de même pour la fente F_2).



La largeur de la tache de diffraction due à F_1 est $l_1 = 2L\tan\frac{\theta'}{2}$

soit $l_1 \simeq 2L\theta' = 1,32.10^{-4}\,m = 132\,\mu m$

les deux taches sont décalées de $a = 8\,\mu m$.

La largeur de la zone de recouvrement est donc $l' = l_1 - a$

$l' = 124\,\mu m$

6) Si on peut attribuer seulement 45 atomes par 10 minutes au signal des fentes d'Young reçu par le détecteur de largeur $\delta = 2\,\mu m$, alors le nombre total d'atomes reçus dans le plan de détection en 10 minutes est de $N_T = \frac{l'}{\delta} \times 45 = 2790$ atomes.

Cela donne donc un intervalle temporel τ_2 entre deux atomes :

$\tau_2 = \frac{\Delta t}{N} = \frac{10 \times 60}{2790} = 0,2\,s$

Comme τ_2 est très supérieur au "temps de vol" de la question a) les atomes arrivent 1 à 1 dans le plan de détection.