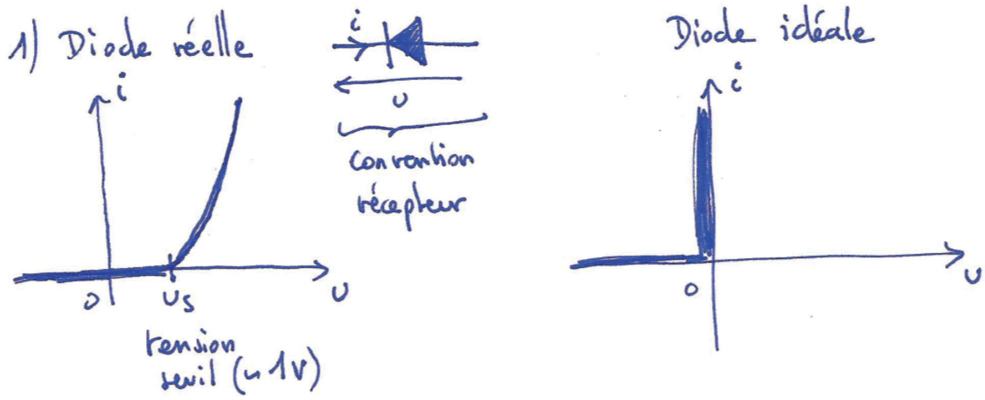
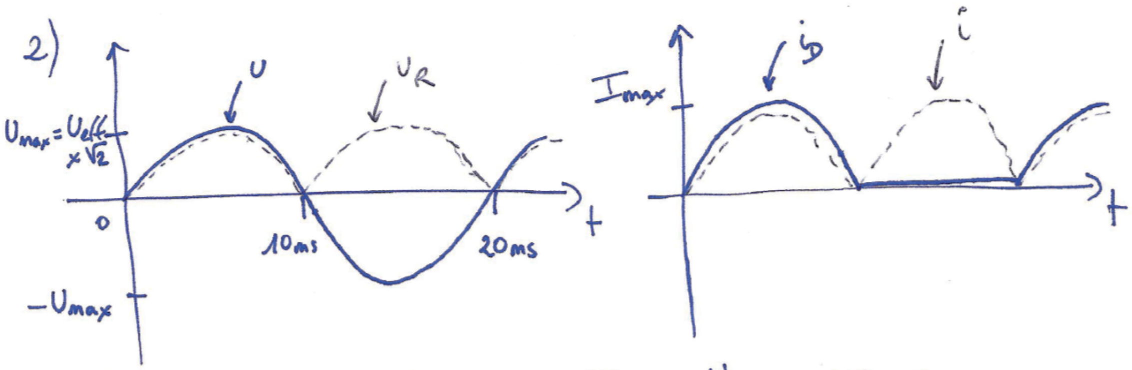
TD n°1 bis - Révisions d'électrocinétique - Correction des exercices en autonomie

1 Chargeur de piles





$U_{max} = U_{eff}\sqrt{2} = 18{,}67\ V$ $\qquad I_{max} = \dfrac{U_{max}}{R} = 117\ mA$.

On dit que u_R et i ont été redressées grâce au pont de diodes (pont de Graetz).

D'après le sens des diodes idéales, i ne peut être que positif, et lorsque $u>0$ ($V_A > V_C$), le courant s'écoule dans le sens ABDC, alors que lorsque $u<0$ ($V_A < V_C$), le courant s'écoule dans le sens CBDA.

3) $\langle u_R \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u_R(t)\,dt = \dfrac{2}{T}\int_0^{T/2} U_{max} \sin\left(\dfrac{2\pi t}{T}\right) dt = \dfrac{2U_{max}}{T}\left[-\dfrac{T}{2\pi}\cos\left(\dfrac{2\pi t}{T}\right)\right]_0^{T/2}$

$\langle u_R \rangle = \dfrac{2U_{max}}{\pi} = 11{,}9\ V$

4) $\langle i \rangle = \dfrac{\langle u_R \rangle}{R} = 74{,}3\ mA$ et $\langle i_D \rangle = \dfrac{\langle i \rangle}{2} = 37{,}2\ mA$.

$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{\langle u_R^2 \rangle}{R^2}} = \dfrac{\sqrt{\langle u^2 \rangle}}{R} = \dfrac{U_{eff}}{R} = 82{,}5\ mA$ et $I_{eff,D} = \sqrt{\langle i_D^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{\langle i^2 \rangle}{2}} = \dfrac{I_{eff}}{\sqrt{2}} = 58{,}3\ mA$

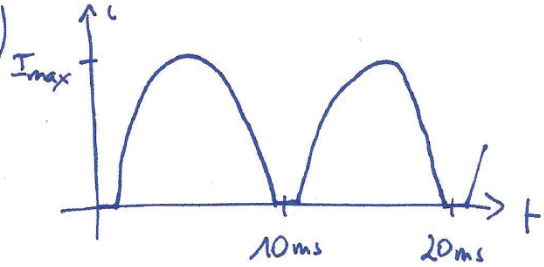
5) $\mathcal{P} = R\langle i^2 \rangle = R I_{eff}^2 = 1{,}1\ W$ Perte relativement faible

6) D'après le sens des diodes, le courant ne peut s'écouler que dans le sens $i>0$, ce qui n'est le cas que si l'une des diodes est passante, soit si $|u|>2{,}4\,V$:

→ si $|u|>2{,}4\,V$, $i>0$ et $u_c = u$ (u_c "suit" la tension u)

→ si $|u|<2{,}4\,V$, $i=0$ et $u_c = R\underset{0}{\underset{\shortparallel}{i}} + 2{,}4 = 2{,}4\,V$.

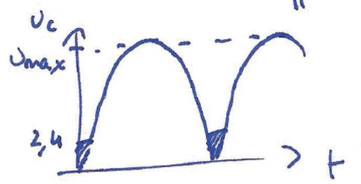
7)



Lorsque $i>0$, $i = \dfrac{u_c - 2{,}4}{R}$

donc $I_{max} = \dfrac{U_{max} - 2{,}4}{R} = 102\,mA$

8) En négligeant l'aire hachurée sur la figure ci dessous, on peut considérer que $\langle u_c \rangle = 2\dfrac{U_{max}}{\pi}$ (valeur calculée précédemment)



valable car $U_{max} = 18{,}7\,V \gg 2{,}4\,V$.

$\Rightarrow \langle i \rangle = \dfrac{\langle u_c \rangle - 2{,}4}{R} = 59{,}3\,mA$.

9) La puissance consommée par une pile vaut : $\mathcal{P}_{pile} = \langle E\, i \rangle = 1{,}2 \times \langle i \rangle = 71\,mW$

La durée de charge vaut donc $\tau = \dfrac{500}{\langle i \rangle} = 8{,}5\,h$.

"capacité" qui correspond en fait à une charge (en Coulomb)

En pratique, il faut aussi tenir compte du rendement imparfait ($\simeq 60\%$ ici) de la conversion d'énergie électrique en énergie chimique.

2 Résolution de problème - Inductance

Ordres de grandeur à déterminer :

Graphe 1	Amplitude de l'échelon de tension $e(t)$	$E = 8{,}0\ \mathrm{V}$
	Valeur finale de $u(t)$	$u_1 = 5{,}7\ \mathrm{V}$
	Constante de temps	$\tau = 2{,}1\ \mathrm{ms}$
Graphe 2	Période	$T = 5{,}0\ \mathrm{ms}$
	Fréquence	$f = \dfrac{1}{T} = 200\ \mathrm{Hz}$
	Pulsation	$\omega = 2\pi f = 1{,}3 \times 10^3\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$
	Amplitude de $e(t)$	$E_\mathrm{m} = 8{,}0\ \mathrm{V}$
	Amplitude de $u(t)$	$U_\mathrm{m} = 2{,}0\ \mathrm{V}$
	Décalage temporel entre $u(t)$ et $e(t)$	$\Delta t = 1{,}0\ \mathrm{ms}$
	Déphasage entre $u(t)$ et $e(t)$	$\varphi = -\omega\Delta t = -1{,}3\ \mathrm{rad}$

Valeurs à fournir au candidat :

Résistance	$R = 20\ \Omega$

Modélisation

- On suppose la bobine d'inductance L et de résistance interne r.

Réponse à l'échelon

Loi des mailles : $e = u + r\,i + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Loi d'Ohm : $u = Ri \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R+r}{L}u = \dfrac{R\,e}{L}$.

Une fois le régime stationnaire atteint, $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = 0 \Rightarrow u_1 = \dfrac{R}{R+r}E$.

Remarques :

- On peut aussi obtenir ce dernier résultat en remarquant qu'en régime stationnaire l'inductance est équivalente à un fil, et en appliquant un diviseur de tension.
- Si le candidat modélise la bobine par une simple inductance, on peut lui faire remarquer que la valeur de $u(t)$ en régime stationnaire devrait être E, ce qui est incompatible avec les courbes obtenues.

Constante de temps : $\tau = \dfrac{L}{R + r}$.
La valeur de τ est obtenue en cherchant à quel instant $u(\mathrm{t})$ atteint 63,2% de u_1, soit 3,6 V.

Remarque : on peut aussi chercher l'intersection de la tangente à l'origine et de l'asymptote, mais le tracé de la tangente à l'origine est en général peu précis.

On en déduit $\boxed{L = \dfrac{R\tau E}{u_1} = 59\ \mathrm{mH}}$.

Remarque : on peut aussi déterminer la résistance r de la bobine :

$$r = \frac{L}{\tau} - R = 8\ \Omega \text{ ou } r = \left(\frac{E}{u_1} - 1\right) R = 8\ \Omega.$$

Ces deux résultats sont cohérents entre eux.

Régime sinusoïdal

Diviseur de tension : $\underline{u} = \dfrac{R}{R + r + \mathrm{j}L\,\omega}\underline{e}$.

Remarque : on peut aussi obtenir ce résultat en passant en notation complexe l'équation différentielle d'évolution obtenue précédemment.

Amplitude : $U_\mathrm{m} = \dfrac{RE_\mathrm{m}}{\sqrt{(R + r)^2 + L^2\omega^2}}$.

Déphasage : $\varphi = -\arg(R + r + \mathrm{j}L\,\omega) \quad \Rightarrow \quad \sin\varphi = -\dfrac{L\,\omega}{\sqrt{(R + r)^2 + L^2\omega^2}}$

$$\boxed{L = -\frac{RE_\mathrm{m}}{\omega U_\mathrm{m}}\sin\varphi = 59\ \mathrm{mH}}$$

Ce résultat est compatible avec l'estimation précédente.

Remarque : on peut aussi essayer déterminer la résistance r de la bobine :

$$r = -\frac{L\,\omega}{\tan\varphi} - R = 1\ \Omega \text{ ou } r = -R + \sqrt{\left(\frac{RE_\mathrm{m}}{U_\mathrm{m}}\right)^2 - L^2\omega^2} = 3\ \Omega.$$

Ces deux résultats ne sont cohérents ni entre eux, ni avec les résultats précédents.
Ceci est dû au fait que dans les conditions de cette expérience, $r \ll L\,\omega = 78\ \Omega$: l'influence de la résistance r est négligeable. Les résultats obtenus sont très sensibles aux mesures effectuées sur les courbes. Il faudrait évaluer les incertitudes pour obtenir un encadrement de la valeur de r.
On peut envisager de travailler à plus basse fréquence afin d'obtenir r du même ordre de grandeur que $L\,\omega$