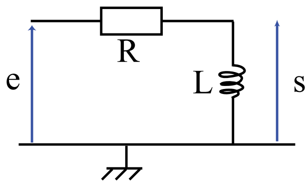
TD n°1 - Traitement du signal

1 Réponse d'un filtre RL

On considère le filtre de la figure ci-contre. Calculer sa pulsation caractéristique ω_c, puis déterminer l'allure du signal de sortie lorsque celui-ci est alimenté par :



1. un signal triangulaire de pulsation $\omega \ll \omega_c$.
2. un signal triangulaire de pulsation $\omega \gg \omega_c$.

2 Réponse d'un filtre passe-bande

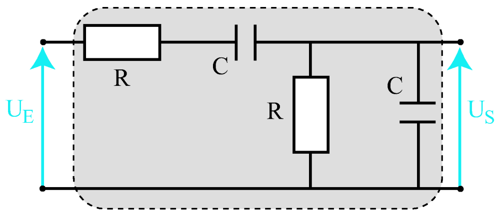
On considère un filtre passe-bande de fonction de transfert donnée par :

$$\underline{H} = \frac{K}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

1. Le signal d'entrée étant un signal créneau de pulsation ω_1, quelles sont les conditions qui permettent d'obtenir en sortie :
   (a) un signal sinusoïdal ?
   (b) un signal triangulaire ?
2. Comment peut-on réaliser expérimentalement un tel filtre ?

3 Filtre de Wien

On considère le quadripôle de la figure ci-contre, appelé filtre de Wien.



1. Sans calculer la fonction de transfert, déterminer la nature du filtre en étudiant le comportement asymptotique.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$ du quadripôle. On posera $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.
3. On note G le module de $\underline{H}$ et φ son argument.
   Etudier puis tracer les graphes des fonctions $G = f(\omega)$ et $\varphi = g(\omega)$.
   Donner en particulier la pulsation ω_{M} du maximum de G et la valeur G_{M} du gain correspondant.
4. Déterminer la bande passante $\Delta\omega$ et le facteur de qualité Q de ce filtre.
5. On alimente ce filtre avec différentes tensions d'entrée. Déterminer $U_{\mathrm{s}}(t)$ dans chacun des cas suivants :
   (a) $U_{\mathrm{e}}(t) = U_0 \left[\cos(\omega_0 t) + \cos(3\omega_0 t)\right]$
   (b) $U_{\mathrm{e}}(t) = U_0 \left[1 + \cos^2(\omega_0 t)\right]$
   (c) $U_{\mathrm{e}}(t)$ correspond à un signal créneau impair de fréquence f_0, de valeur moyenne nulle et d'amplitude E, dont le développement en série de Fourier s'écrit :

$$u_e(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin\left[(2p+1)\, 2\pi f_0 t\right]}{2p+1}$$

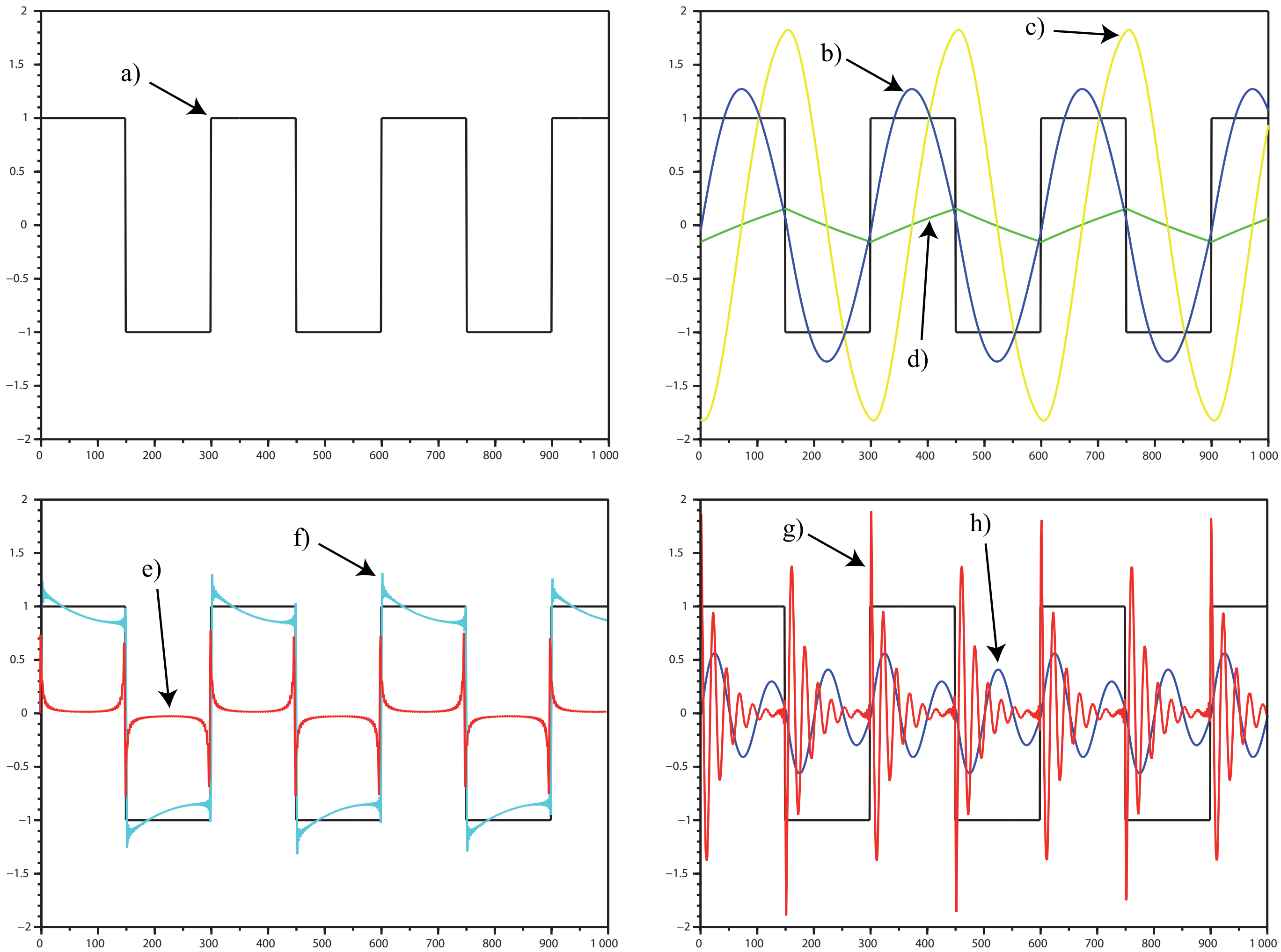
Réponses : 2. $\underline{H} = \frac{\frac{1}{3}}{1+j\frac{1}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$. 4. $\Delta\omega = 3\omega_0$ et $Q = \frac{1}{3}$.

4 Détermination de filtres

On envoie à l'entrée d'un filtre le signal créneau de fréquence f représenté par la trace (a) dans la figure. 7 filtres différents, dont la liste est établie ci-dessous, ont été utilisés ; les signaux de sortie correspondant sont représentés par les traces de (b) à (h).

1. Associer chaque filtre à un signal de sortie en justifiant précisément la réponse.
2. Reproduire le plus de courbes possibles à l'aide d'un code python. On pourra s'aider du Jupyter Notebook **de78-921871** disponible sur Capytale.

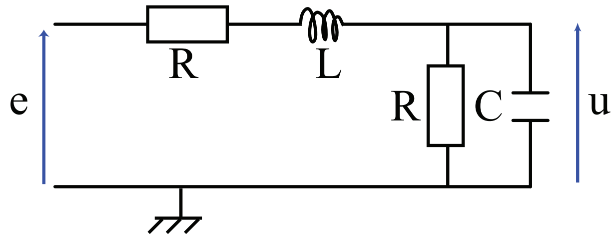
- **Filtre 1** : Filtre passe bas d'ordre 1 avec $f_c = 0.1 \times f$.
- **Filtre 2** : Filtre passe haut d'ordre 1 avec $f_c = 0.4 \times f$.
- **Filtre 3** : Filtre passe haut d'ordre 1 avec $f_c = 30 \times f$.
- **Filtre 4** : Filtre passe bas d'ordre 2 avec $f_0 = f$ et $Q = 1.4$.
- **Filtre 5** : Filtre passe haut d'ordre 2 avec $f_0 = 13 \times f$ et $Q = 4$.
- **Filtre 6** : Filtre passe bande d'ordre 2 avec $f_0 = f$ et $Q = 5$.
- **Filtre 7** : Filtre passe bande d'ordre 2 avec $f_0 = 3 \times f$ et $Q = 5$.



5 Réponse indicielle et fréquentielle d'un circuit

On considère le circuit électrique ci-dessous, dans lequel le condensateur est initialement déchargé et dans lequel aucun courant ne circule dans les composants. À $t = 0$, on impose une tension E.

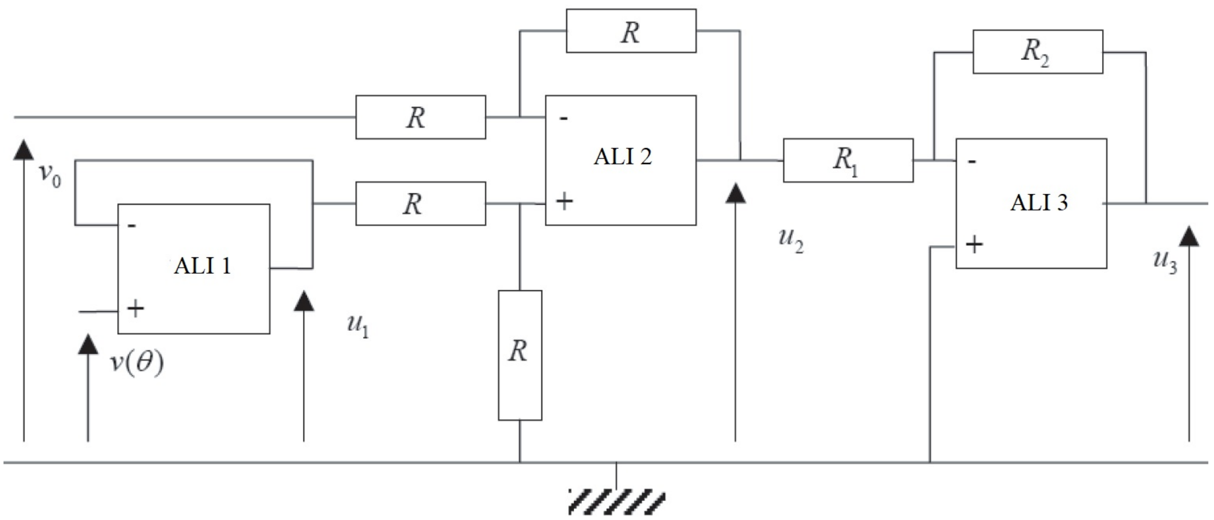
1. Déterminer les intensités à $t = 0^+$ dans les différentes branches du circuit.
2. Calculer les intensités lorsque $t \to +\infty$ dans les différentes branches du circuit.
3. Trouver l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ et la résoudre uniquement dans le cas où $R = \sqrt{L/C}$.
4. Représenter le diagramme de Bode complet (gain en dB et phase) du circuit, de fonction de transfert $\underline{H} = u/e$, toujours avec $R = \sqrt{L/C}$.



6 Chaîne électronique de mesure de température

On construit une chaîne électronique avec trois amplificateurs opérationnels. La tension $v(\theta)$ est fournie par un capteur de température qui ne peut délivrer de courant électrique.

Cette tension est seulement fonction de la température θ et elle est donnée avec précision par : $v(\theta) = v_0 - a\theta$ avec $v_0 = 0.7\ V$ et $a = 2\ mV.°C^{-1}$, les résistances ont pour valeurs $R_1 = 2\ k\Omega$ et $R_2 = 1\ k\Omega$.



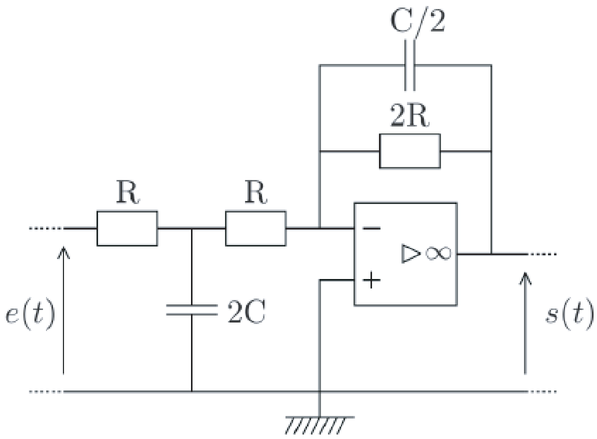
1. Les trois amplificateurs sont supposés parfaits et fonctionnent en régime linéaire : rappeler les caractéristiques de tels amplificateurs.
2. Quelle relation y a-t-il entre u_1 et v ? Quel est le rôle de ce premier étage ($ALI1$).
3. Exprimer u_2 en fonction de u_1 et v_0, puis en déduire u_2 en fonction de la température.
4. Exprimer u_3 en fonction de u_2. En déduire la relation entre u_3 et la température θ.
5. Quel est l'intérêt d'utiliser un millivoltmètre pour mesurer la tension de sortie du montage u_3 ?

7 Réponse d'un filtre coupe-bande à un signal créneau (*)

1. Esquisser l'allure de la sortie d'un filtre coupe-bande très sélectif centré sur ω_0, alimenté par un signal créneau de pulsation ω_0.
2. Comparer également le spectre du signal de sortie avec celui d'un signal créneau de pulsation $3\omega_0$.

8 Etude d'un filtre actif (*)

On considère le filtre ci-dessous, donnant une tension de sortie $s(t)$ en réponse à une entrée $e(t)$ sinusoïdale.



1. Faire une étude asymptotique pour déterminer la nature de ce filtre.
2. Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de $x = RC\omega$.
3. Tracer la courbe de réponse en gain dans le diagramme de Bode, en prenant pour abscisse $\log(x)$.
4. Exprimer la pulsation de coupure ω_c.

9 Comparateur à hystérésis (*)

On considère le circuit suivant, l'amplificateur opérationnel étant idéal. La tension d'entrée est $v_e(t) = E\cos(\omega t)$.

En supposant qu'à l'instant initial, $v_s = -V_{sat}$, déterminer la tensions $v_s(t)$. Tracer $v_e(t)$ et $v_s(t)$ sur un même diagramme, puis $v_s(v_e)$.

<u>Données :</u>
$V_{sat} = 15$ V ; $E = 10$ V ; $R_1 = 1$ kΩ ; $R_2 = 2$ kΩ ; $\omega = 6283$ rad.s^{-1}.