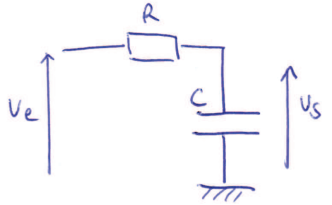
① 20 Barème : ✱ ⟺ 0,5 pts.

Questions sur le cours de physique-chimie de MPSI

8

1)



Pont diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{\underline{Z_C}}{R+\underline{Z_C}} = \frac{1}{1+jRC\omega}$$ ✱

$\underline{H} \xrightarrow{\omega\to\infty} 0$, $\underline{H} \xrightarrow{\omega\to 0} 1$ — Il s'agit donc d'un filtre passe-bas. ✱
Ceci se retrouve avec les circuits équivalents en BF et HF.

Bonus +0,5

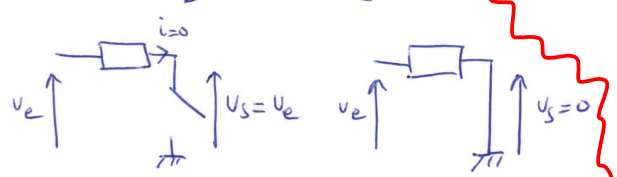
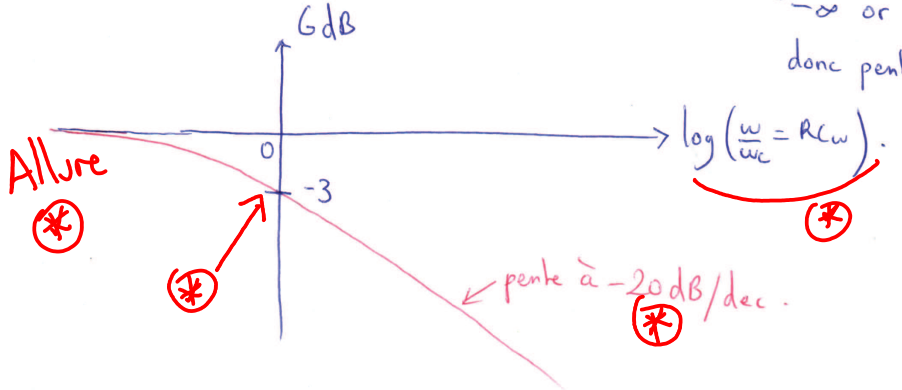


Diagramme de Bode :

$$G = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \quad \xrightarrow{\omega\to 0} 1, \quad \xrightarrow{\omega=\omega_c} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ avec } \omega_c = \frac{1}{RC}, \quad \xrightarrow{\omega\to\infty} 0$$ ✱

$$G_{dB} = 20\log G = -10\log\left(1+(RC\omega)^2\right) \quad \xrightarrow{\omega\to 0} 0, \quad \xrightarrow{\omega=\omega_c} -3\,dB, \quad \to -\infty$$

or $G_{dB} \underset{\omega\to\infty}{\sim} -20\log RC\omega$ donc pente à -20 dB/dec ✱



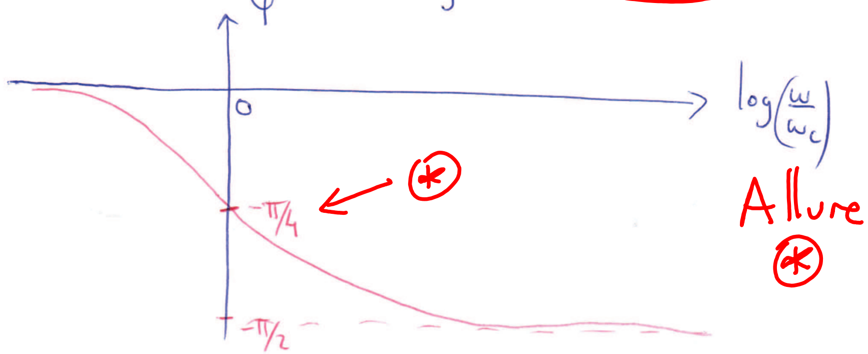
②

$$\varphi = \operatorname{Arg} \underline{H} = -\operatorname{Arg}(1+jRC\omega) = -\arctan(RC\omega)$$ ✱

$\xrightarrow{\omega\to 0} 0$, $\xrightarrow{\omega=\omega_c} -\pi/4$, $\xrightarrow{\omega\to\infty} -\pi/2$ ✱

ces valeurs se retrouvent avec les équivalents de $\underline{H}$:
BF : $\underline{H} \to 1$
HF : $\underline{H} \sim \frac{1}{jRC\omega}$.

Bonus +0,5



Ce filtre peut servir de moyenneur lorsqu'il permet d'extraire la composante continue d'un signal. ✱

ex

→ allure du diagramme asymptotique du passe-bas permettant de trouver la valeur moyenne.

composante continue du spectre = valeur moyenne

Bonus +0,5 si schéma

⇒ Condition moyenneur : $\boxed{\omega_c \ll \omega_{min}}$ ✱

ω_c : pulsation de coupure du filtre
ω_{min} : pulsation la plus faible non nulle dans le signal

③

Ce filtre peut servir d'intégrateur lorsque $\underline{H} \sim \dfrac{1}{j\omega}$ *

soit lorsque $jRC\omega \gg 1$, soit encore $\omega \gg \omega_c$ (HF)

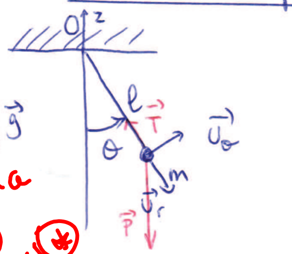
Condition intégrateur : $\boxed{\omega_{min} \gg \omega_c}$

pulsation minimale non nulle du signal.

La condition est donc la même que précédemment *

7

② Pendule simple



$\vec{OM} = \ell \vec{u_r}$

$\vec{v} = \ell \dot\theta \vec{u_\theta}$

$\vec{a} = \ell \ddot\theta \vec{u_\theta} - \ell \dot\theta^2 \vec{u_r}$

schéma * + vecteurs *

Méthode 1 : PFD appliqué à m dans $R_{galiléen}$ *

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$

en projection sur $\vec{u_r}$ et $\vec{u_\theta}$:

$/\vec{u_r}$ $\quad -m\ell\dot\theta^2 = mg\cos\theta - T$

$/\vec{u_\theta}$ $\quad m\ell\ddot\theta = -mg\sin\theta$ $\quad \rightarrow$ donne l'eq du pendule simple : $\boxed{\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$ *

calculs interm. * *

2 méthodes 2×2 = 4

Méthode 2 : Théorème du moment cinétique à M par rapport à O fixe dans $R_{galiléen}$ *

$$\frac{d\vec{L_o}}{dt} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}_o}(\vec{T})}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{\mathcal{M}_o}(\vec{P})}_{-mg\ell\sin\theta\,\vec{u_z}}$$ (avec utilisation du bras de levier)

or $\vec{L_o} = \vec{OM} \wedge m\vec{v} = m\ell^2\dot\theta\vec{u_z}$ * *

$/\vec{u_z}$ $\quad m\ell^2\ddot\theta = -mg\ell\sin\theta \Rightarrow \boxed{\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$ *

④

Méthode 3 : Théorème de (l'énergie mécanique) la puissance mécanique à M dans $R_{galiléen}$ *

$\dfrac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}(\vec{T}) = \vec{T}\cdot\vec{v} = 0$ ($\vec{T}$ ne travaille pas car $\vec{T} \perp \vec{v}$).

↳ seule force potentiellement non conservative car $\vec{P}$ est conservative.

or $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$

$= \frac{1}{2}m\ell^2\dot\theta^2 + mg(-\ell\cos\theta)$

↳ avec origine des z en O.

d'où $\dfrac{dE_m}{dt} = m\ell^2\dot\theta\ddot\theta + mg\ell\dot\theta\sin\theta = 0$ * *

soit $\boxed{\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$ *

Méthode 4 : Théorème de la puissance cinétique à M dans R_g *

$\dfrac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{T}) + \mathcal{P}(\vec{P}) = 0 + \vec{P}\cdot\vec{v} = -mg\vec{u_z}\cdot\ell\dot\theta\vec{u_\theta}$

$= -mg\ell\dot\theta\sin\theta$ * *

$m\ell^2\dot\theta\ddot\theta = -mg\ell\dot\theta\sin\theta \Rightarrow \boxed{\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$ *

Dans l'approximation linéaire (petits angles) : $\sin\theta \sim \theta$ *

donc $\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\theta = 0$ soit $\ddot\theta + \omega_o^2\theta = 0$

On retrouve un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_o = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ *

(5)

Portrait de phase

Dans le cas des petits angles ; la résolution conduit à :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\dot\theta_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

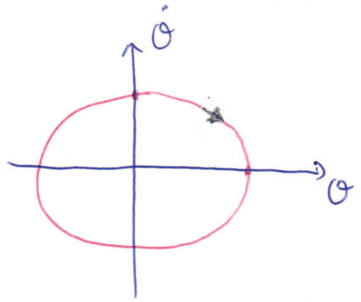
et $\dot\theta(t) = -\omega_0 \theta_0 \sin(\omega_0 t) + \dot\theta_0 \cos(\omega_0 t)$.

De plus : $\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\theta = 0 \Rightarrow \ddot\theta\,\dot\theta + \omega_0^2\,\theta\,\dot\theta = 0$

intégration

$$\frac{1}{2}\dot\theta^2 + \omega_0^2\frac{\theta^2}{2} = \text{cste}.$$

soit $\boxed{\dot\theta^2 + \omega_0^2\theta^2 = \text{cste}}$ (*) c'est l'équation d'une ellipse.



$\dot\theta > 0 \Rightarrow \theta \uparrow$ donc sens horaire (*)

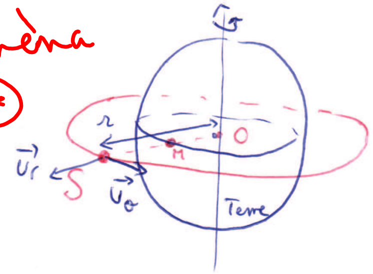
(7)

/5

3) Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire reste toujours au zénith d'un même point à la surface de la Terre. (*)

schéma (*)



Comme le satellite est en orbite autour du centre de la Terre et que la Terre tourne autour de son axe, la seule possibilité est que le satellite soit dans le plan équatorial. (*)

D'après la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \text{cste}$. (*)

non supposée connue $\Rightarrow$ on redémontre car trajectoire circulaire.

avec $r = R_T + h$

altitude

d'après le PFD appliqué au satellite dans le référentiel géocentrique supposé galiléen (*)

$$m\vec{a} = -\mathcal{G}\frac{m M_T}{r^2}\vec{u_r}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} /\vec{u_r} & -m\,r\,\dot\theta^2 = -\mathcal{G}\frac{m M_T}{r^2} \quad (*) \\ /\vec{u_\theta} & m\,r\,\ddot\theta = 0 \Rightarrow \boxed{\dot\theta = \text{cste}} \end{cases}$$

(*)

donc mouvement uniforme $\boxed{\|\vec{v}\| = \text{cste}}$

car $\vec{v} = r\dot\theta\,\vec{u_\theta}$ pour mouvement circulaire.

et $\dot\theta = \frac{v}{r}$.

7

(*) $\Rightarrow \quad r^3 = \dfrac{G M_T}{\dot\theta^2} = \dfrac{G M_T T^2}{4\pi^2}$

or $\dot\theta = \dfrac{2\pi}{T}$

donc $r = \sqrt[3]{\dfrac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$ (*) avec $T = 86\,164\,s$ (jour sidéral) temps pour que la Terre fasse 1 tour sur elle-même (*)

Bonus +0,5 si remarque pour sidéral et méthode pour M_{Terre}.

et $M_T \simeq 6.10^{24}$ kg

je retrouve avec $G(r=R_T) = g$ (*)

soit $\dfrac{G M_T}{R_T^2} = g$.

$r = \sqrt[3]{\dfrac{g R_T^2 T^2}{4\pi^2}} \simeq 42\,000$ km.

d'où $\boxed{h \simeq 36.000 \text{ km}} >$ épaisseur de l'atmosphère $\simeq 100$ km. (*)

Bonus +0,5