

**TD n°2 - Correction des exercices en autonomie**

## 1 Filtre anti-repliement

1. Le signal analysé est un signal créneau de fréquence fondamentale  $f_0 \simeq 115Hz$ . On retrouve bien la présence uniquement des harmoniques impaires, avec une décroissance progressive mais assez lente de ces dernières. Les harmoniques de rang  $n \geq 7$  sont repliées car leurs fréquences ne vérifient pas le critère de Shannon-Nyquist. La fréquence d'échantillonnage utilisée ici est  $f_e \simeq 1,6kHz$ . Il y a repliement pour  $f > f_e/2$ . La RBW correspond ici à la "Resolution BandWidth", soit la résolution en bande passante, c'est à dire le plus petit écart en fréquence mesurable  $\Delta f_{min}$ . On rappelle que les propriétés de la FFT imposent que  $\Delta f_{min} = f_e/N_{points}$ , et on peut donc en déduire que le signal a été échantillonné avec  $N_{points} = f_e/\Delta f_{min} = 1600/3.906 \simeq 400$  points.

On notera que l'amplitude des pics ne décroît pas en  $1/n$  car l'axe vertical est gradué en  $dB$ .

2. Le "filtre anti-repliement" correspond en pratique à l'ajout d'un filtrage passe-bas très sélectif avec une pulsation critique égale à la fréquence de Nyquist  $f_e/2$  juste avant l'échantillonnage du signal. Ceci permet ainsi d'éviter le repliement des fréquences supérieures, et donc de "tronquer" le spectre.

## 2 CD et repliement de spectre

1. Le spectre audible par l'oreille humaine s'étendant approximativement entre 20 Hz et 20 kHz, personne n'a pu entendre ce son parasite.
2. L'industrie du CD a choisi une fréquence d'échantillonnage qui permet de respecter le critère de Shannon-Nyquist pour les fréquences audibles. La valeur de 44,1 kHz a été choisie plutôt que 40 kHz afin d'avoir une légère marge. Échantillonner à une fréquence supérieure aurait permis une meilleure fidélité sonore (voir problèmes cités ensuite), mais nécessite une capacité de stockage plus importante, et donc un coût plus grand.

- 3) Chaque valeur échantillonnée correspond pour une voie à 16 bits, c'est-à-dire à deux octets. En stéréo, il faut donc 4 octets par échantillon. Il y a 44100 échantillons à stocker par seconde, soit sur 74 minutes :  
 $N = 44100 \times 60 \times 74 = 1,96 \cdot 10^8$  échantillons.  
Au total, il faut donc stocker  $4N = 7,83 \cdot 10^8$  octets = 783 MO dans le fichier, ce qui correspond à peu près à la capacité maximale d'un CD.  
Les fichiers sont un peu plus lourds, car ils contiennent des informations supplémentaires (titre du morceau, auteur, durée totale,...).
- Rq : Sur le CD, les bits sont codés avec des petits trous gravés en surface. Il faut beaucoup plus de trous que de bits, car l'information est redondante pour des questions de sécurité (pour ne pas tout perdre à cause d'une rayure par exemple). Le codage intègre aussi des procédures de corrections des erreurs.
- 4) Sans bruit parasite, le signal musical ne contient que des fréquences audibles, et donc sa fréquence maximale vaut :  $f_{\max} = 20$  kHz. On vérifie facilement la condition de Nyquist-Shannon :  $44,1$  kHz =  $f_e > 2f_{\max} = 40$  kHz.  
Avec le bruit parasite, la situation change, puisque  $f_{\max} = f = 42,1$  kHz : la condition n'est plus du tout vérifiée.

- 5) À cause du phénomène de repliement, il apparaît une fréquence « fantôme »  $f_e - f = 2,0$  kHz dans le spectre du signal échantillonné.  
Elle est très gênante à l'oreille à la restitution, car dans la partie la plus audible du spectre des fréquences sonores. Toutes les composantes spectrales de bruit ne sont pas aussi dérangeantes : en effet, les fréquences très élevées (au-delà de 10 kHz) sont beaucoup moins audibles.
- 6) Il faut utiliser un filtrage passe-bas pour rejeter toutes les fréquences inaudibles situées au-delà de 20 kHz à choisir comme fréquence de coupure.  
Le filtre s'appelle un filtre anti-repliement
- 7) Les fréquences qui poseraient un problème dans le spectre du signal sont celles qui donneraient des fréquences fantômes par repliement dans le spectre du signal échantillonné, c'est-à-dire celles qui ne satisferaient pas à la condition de Nyquist-Shannon et vérifieraient ainsi :  $f > f_e / 2 = 22$  kHz. Il faut donc entièrement les bloquer avec le filtre qui doit avoir un gain nul à ces fréquences.  
En revanche, il ne faut pas atténuer les fréquences audibles qui doivent passer avec un gain constant à travers le filtre.  
Un filtre analogique qui serait parfaitement passant jusqu'à 20 kHz, puis totalement bloquant après 22 kHz n'est pas facile à réaliser ! Il faut faire des compromis dommageables à la qualité...  
En pratique, les filtres laissent passer un petit peu de bruit juste au-delà de 22 kHz, et ce n'est pas trop grave, car les fréquences fantômes qui en découlent dans le spectre du signal échantillonné sont très aiguës car proches de la limite des 20 kHz, et donc peu audibles.
- 8) Pour résoudre ces problèmes, il n'y a pas d'autre solution que d'augmenter la fréquence d'échantillonnage des futurs CD.  
Une technique tient actuellement la corde industriellement : il s'agit des Blu-ray Pure Audio où le signal est échantillonné à  $f_e = 192$  kHz avec une résolution de 24 bits pour un son sans compromis et selon les mélomanes, une nouvelle expérience musicale.  
Les premiers sont déjà en vente, ils peuvent être lus par tout lecteur de Blu-ray actuel et ne nécessitent donc pas un équipement dédié, mais seulement une mise à jour logicielle.
9. Pour un format MP3, la durée d'enregistrement est multipliée par 4 à 20 : sur 700 Mo, il est alors possible d'enregistrer entre 4 et 20 heures de concert !