TD n°4 - Contact entre deux solides - Lois du frottement de glissement

1 Résolution de problème - Code de la route

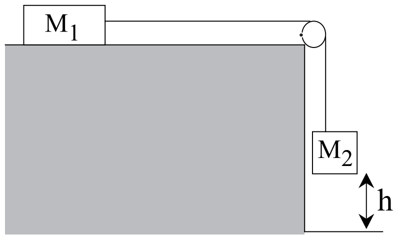
Commenter cet extrait du code de la route, valeurs numériques à l'appui :

À 90 km.h^{-1}, sur une route sèche, on parcourt avant de s'arrêter : 25m pendant la seconde de réaction et 54m pendant le freinage ; la distance d'arrêt est 79m.

On donne le coefficient de frottement statique entre un pneu et la route : $f_{pneu/asphalte} \simeq 0.6$.

2 Mesure d'un coefficient de frottement

Une masse M_1 est mobile sur un plan horizontal avec un coefficient de frottement cinétique f ; elle est relié par l'intermédiaire d'un fil sans masse et d'une poulie parfaite et de moment d'inertie négligeable à une masse M_2 qui est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus d'un obstacle qui limite sa chute. On désigne par $h + d$ la distance parcourue par M_1 sur le plan horizontal avant de s'arrêter.

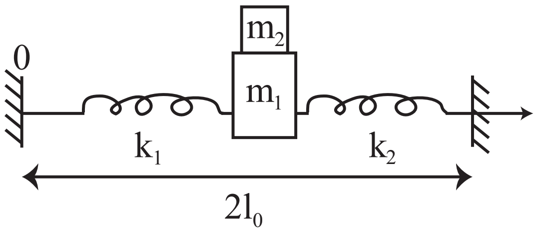


Calculer le coefficient f en fonction de M_1, M_2, h et d à l'aide d'une méthode énergétique.

Réponses : $f = \dfrac{M_2}{M_1 + \frac{d}{h}(M_1 + M_2)}$.

3 Système à deux masses et deux ressorts

On considère deux masses m_1 et m_2 de dimensions négligeables devant les autres longueurs du problème et deux ressorts k_1 et k_2 de même longueur à vide ℓ_0 disposés comme le montre la figure ci-contre. On notera f le coefficient de frottement statique entre les deux masses.



Le système est initialement au repos. On note $x = 0$ l'abscisse de cette position d'équilibre. On décale légèrement l'ensemble $\{m_1 + m_2\}$ de sa position d'équilibre jusqu'en $x_0 \neq 0$ et on lâche l'ensemble sans vitesse initiale.

À quelle condition sur x_0 les masses m_1 et m_2 restent-elles solidaires pendant tout le mouvement ?

Réponse : m_1 et m_2 solidaires si $|x_0| < \frac{f(m_1+m_2)g}{k_1+k_2}$.

4 Entraînement d'un carton par un tapis roulant

A l'instant $t = 0$, on pose un carton de masse m sur un tapis roulant qui défile à la vitesse U constante sur un plan incliné d'un angle α pour le monter à l'étage d'un entrepôt. Le coefficient de frottement entre le tapis et le carton est $f > tan\alpha$.

1. Exprimer la vitesse de glissement du carton sur le tapis. Justifier qu'il y a glissement au moins au départ et préciser le sens du glissement.
2. Déterminer le mouvement tant qu'il y a glissement. En déduire la date t_1 où le glissement cesse.
3. Quel est le mouvement ultérieur du carton ?

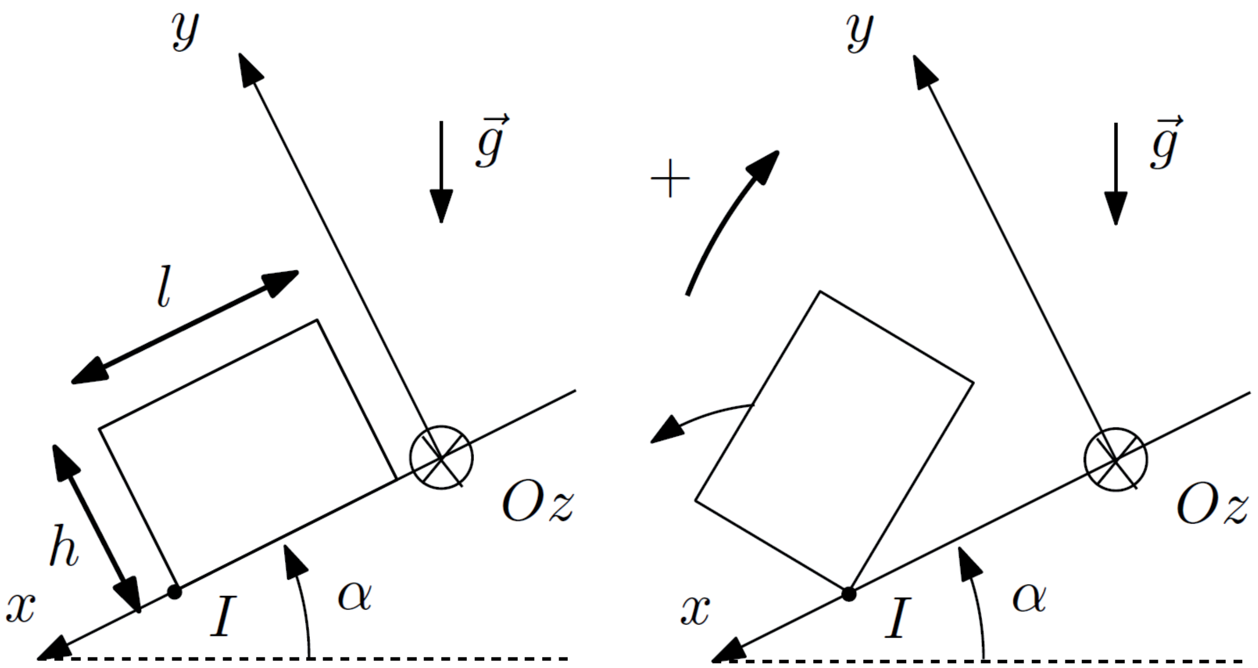
Réponse : 2. $t_1 = \frac{U}{g(fcos\alpha - sin\alpha)}$.

5 Glissement ou basculement d'un bloc

Un bloc de masse m, de longueur ℓ (égale à sa largeur) et de hauteur h repose sur un plan initialement horizontal. On note f le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan, la nature du contact se caractérisant par $f \in [0, 1]$.

Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle α que fait le plan avec l'horizontale.

On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I. On note alors J le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe et $\vec{\omega} = -\omega \vec{e}_z$ son vecteur rotation instantané autour de cet axe, où sa vitesse angulaire est telle que $\omega > 0$.



1. On ignore pour l'instant la possibilité de basculement du bloc. À quelle condition sur α y a-t-il glissement ?
2. A quelle condition sur α le bloc bascule-t-il sans glisser ?
3. En déduire la condition sur les dimensions du bloc telle que celui-ci glisse sans avoir préalablement basculé quelle que soit la surface sur laquelle il est posé.

   Application numérique : quelle est la longueur minimale d'un bloc d'un mètre de haut avec $f = 0.5$ pour qu'il glisse sans avoir préalablement basculé ?

Réponses : 1. Glissement si $tan\alpha \geq f$, 2. Basculement si $tan\alpha \geq \frac{\ell}{h}$, 3. Glissement sans basculement si $\ell > 50cm$.

6 Démarrage d'un camion (*)

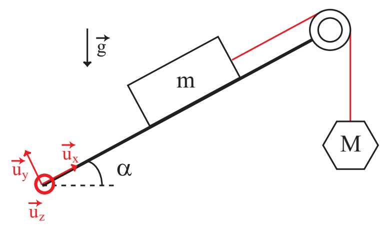
Un camion démarre sur une route horizontale avec une accélération constante γ. Sur la plate-forme de longueur ℓ est placé un carton homogène de longueur a et de masse m. Les coefficients de frottement statique et dynamique entre le carton et la plate-forme sont supposés identiques et seront notés f.

1. Établir l'équation du mouvement du carton dans le cas où il y a glissement.
2. À quelle condition sur l'accélération γ a-t-on glissement jusqu'à ce que le carton tombe du camion ?
3. À quelle date t_c le carton tombe-t-il du plateau-remorque ?
4. Déterminer la distance d parcourue par le camion avant que le carton tombe à l'arrière du camion, dans l'hypothèse où le carton glisse.

Réponse : 2. $\gamma > fg$, 3. $t_c = \sqrt{\frac{2\ell - a}{\gamma - fg}}$, 4. $d = \frac{fg}{\gamma - fg}\left(\ell - \frac{a}{2}\right)$.

7 Masse sur un plan incliné (*)

Une masse m est maintenue par un fil inextensible sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Le fil passant par une poulie sans frottement est tendu par une masse M.

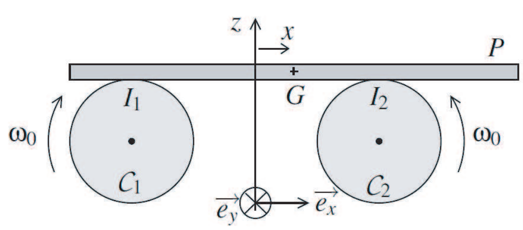


1. Déterminer l'expression M_{eq} de la masse M qu'il faut suspendre pour que la masse m reste à l'équilibre :
   a. sans frottement entre m et le plan incliné.
   b. en présence de frottement solide de coefficient f.
2. Déterminer le mouvement de la masse m lorsque $M > M_{eq}$ et lorsque $M < M_{eq}$, sachant que le mobile est laché avec une vitesse nulle en O, origine du repère, à $t = 0$:
   a. sans frottement entre m et le plan incliné.
   b. en présence de frottement solide de coefficient f.

Réponses : 1.b. $m\left(-f cos\alpha + sin\alpha\right) < M_{eq} < m\left(f cos\alpha + sin\alpha\right)$, 2.b. $x = \dfrac{(M - m sin\alpha \pm m f cos\alpha)gt^2}{m+M}$.

8 Expérience de Timochenko (*)

Deux cylindres identiques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de rayon a tournent avec une vitesse angulaire constante ω_0 autour de leur axe dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ supposé galiléen, les sens de rotation étant opposés. Les axes des deux cylindres sont fixes dans $\mathcal{R}$, parallèles, dans un même plan horizontal et leur distance est L. Une planche P d'épaisseur négligeable devant a et L et de masse m est placée sur les cylindres.



Celle-ci est suffisamment longue pour que le contact existe toujours ; il y a glissement aux points de contact I_1 et I_2, avec un coefficient de frottement f pour le contact entre la planche et chacun des cylindres. On repère la position du centre de masse G de la planche par l'abscisse x. On notera respectivement $\overrightarrow{T}_1 = T_1\overrightarrow{e}_x$ et $\overrightarrow{T}_2 = T_2\overrightarrow{e}_x$ les forces de frottement exercées par les cylindres $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sur la plaque.

1. Déterminer la composante normale de la résultante de l'action de chaque cylindre sur la planche, en fonction de m, g, L.
2. Montrer que si $-a\omega_0 < \dot{x} < a\omega_0$ alors la composante tangentielle de la résultante de l'action de $\mathcal{C}_1$ (resp. $\mathcal{C}_2$) sur P est positive (resp. négative).

3. Établir l'équation du mouvement de la planche, toujours dans le cas où $-a\omega_0 < \dot{x} < a\omega_0$. En déduire son mouvement.

   Quelle peut être l'application de cette expérience ?

4. Par un calcul direct, déterminer la puissance dissipée par les frottements.

Réponses : 1. $N_1 = \frac{mg}{L}\left(\frac{L}{2} - x\right)$ et $N_2 = \frac{mg}{L}\left(\frac{L}{2} + x\right)$, 2. $T_1 = fN_1$ et $T_2 = -fN_2$, 3. $\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0$ avec $\Omega_0 = \sqrt{\frac{2gf}{L}}$, 4. $\mathcal{P} = -fmg\left(\frac{2x\dot{x}}{L} + a\omega_0\right)$.