

## Contact entre deux solides - Lois du frottement de glissement

### Table des matières

<b>I Cinématique du contact entre deux solides</b>	<b>2</b>
I.1 Modélisation . . . . .	2
I.2 Vitesse de glissement . . . . .	2
<b>II Actions mécaniques de contact</b>	<b>3</b>
II.1 Modélisation . . . . .	3
II.2 Les différents frottements . . . . .	3
II.3 Aspects énergétiques du contact entre deux solides en translation . . . . .	4
II.4 Propriétés de la force de frottement de glissement . . . . .	5
a) Propriété de la réaction normale . . . . .	5
b) Lois phénoménologiques de Coulomb relatives au frottement de glissement . . . . .	5
c) Propriétés du coefficient de frottement de glissement . . . . .	6
d) Vérification expérimentale des lois de Coulomb . . . . .	6
II.5 Quelques conséquences des lois de Coulomb . . . . .	7
a) Effet d'arc-boutement . . . . .	7
b) Force de frottement indispensable au déplacement d'un véhicule . . . . .	8
c) Oscillations amorties par frottements solides . . . . .	8

### Introduction

Dans ce chapitre, nous allons voir la modélisation et les propriétés du frottement solide, que l'on ne confondra pas avec le frottement fluide, dont la force s'oppose toujours à la vitesse (ce n'est pas une force motrice), et est proportionnelle :

- au module de la vitesse  $\|\vec{v}\|$  à basse vitesse
- au carré du module de la vitesse  $\|\vec{v}\|^2$  à grande vitesse

On rappelle également que les actions de contact à notre échelle correspondent en fait à des actions électromagnétiques à l'échelle microscopique. Un livre posé sur une table ne traverse pas cette dernière grâce à la répulsion des nuages électroniques des atomes des deux corps.

Par ailleurs, il existe d'autres forces, attractives celles-ci, appelées **forces de Van Der Waals** (voir figure ci-contre, modélisant l'interaction entre deux atomes quelconques), qui tendent à s'opposer au glissement du livre sur la table.

Ce sont ces mêmes forces qui permettent au lézard gecko d'adhérer même à la surface la plus lisse. Une observation des pattes de l'animal au microscope électronique montre la présence de très nombreuses aspérités. Cette constatation permet de modéliser les actions de contact à l'échelle microscopique, comme le montre la figure ci-dessous. On notera que le principe est différent de la colle, qui permet d'établir des liaisons chimiques entre les surfaces (on parle alors d'adhésion dans ce cas, et non plus d'adhérence).

L'objet de ce chapitre est de modéliser ces interactions de contact entre solides à l'échelle macroscopique. À cet effet, nous introduirons notamment les **lois de Coulomb du frottement solide**. Le programme de MP se limite à l'étude du frottement de glissement entre deux solides<sup>1</sup>

---

1. On rappelle que, comme dans le programme de MPSI, nous n'envisagerons que des mouvements de translation ou de rotation **autour d'un axe fixe**. Ceci exclut les cylindres ou les sphères glissant sur une surface.

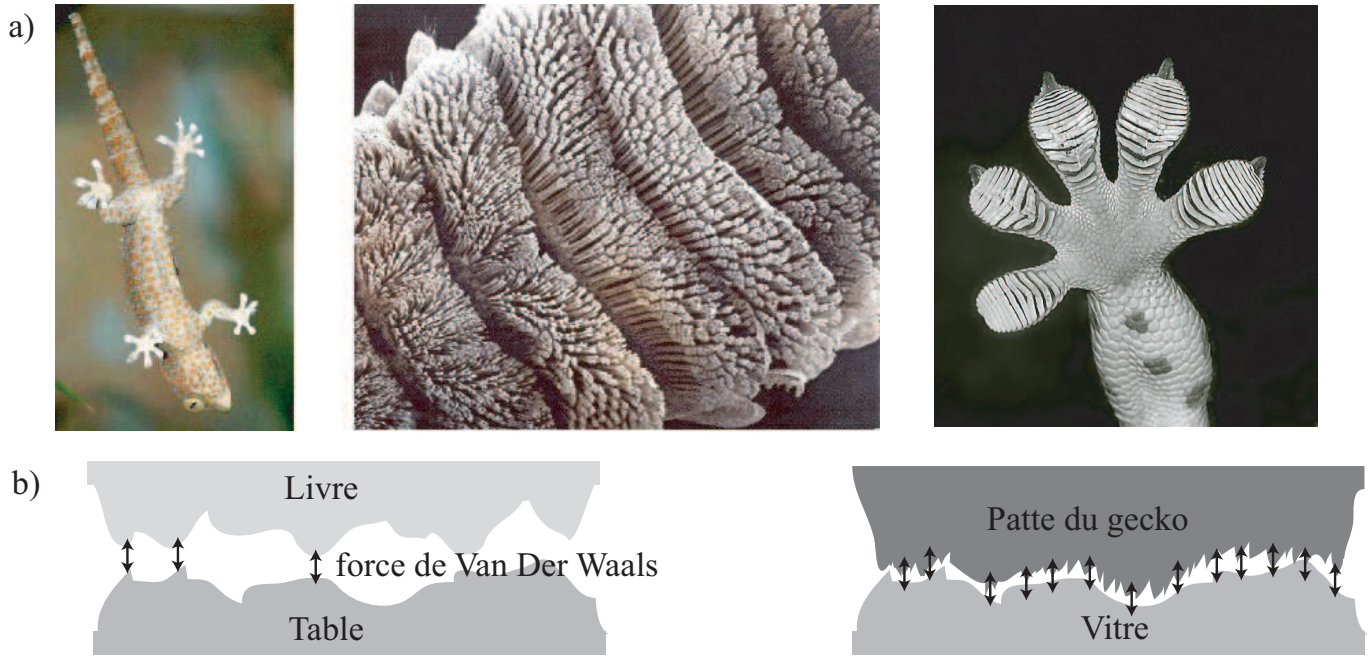
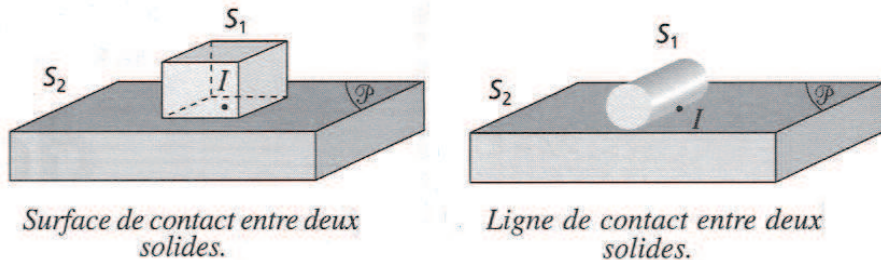


FIGURE 1 – a) Le lézard gecko. b) Modélisation du contact entre deux solides expliquant l'adhérence du gecko.

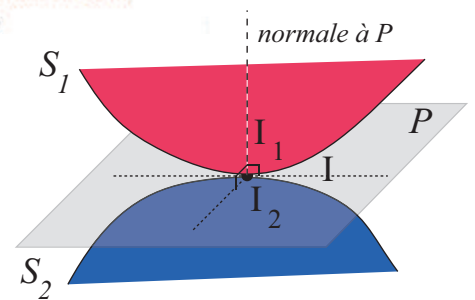
## I Cinématique du contact entre deux solides

### I.1 Modélisation

On considère deux solides  $S_1$  et  $S_2$  en mouvement dans un référentiel d'étude  $\mathcal{R}$  et en contact l'un avec l'autre. La région de contact peut être une surface, une ligne, un ou plusieurs points.



Ainsi, il existe au moins un point  $I_1$  de  $S_1$  en coïncidence avec un point  $I_2$  de  $S_2$  à tout instant  $t$ . Le lieu géométrique du contact est le point  $I$ . De plus, on suppose que les surfaces sont suffisamment régulières pour pouvoir définir un plan tangent  $\mathcal{P}$  commun aux deux solides en  $I$  et une normale à ce plan.



### I.2 Vitesse de glissement

#### Définition

On appelle vitesse de glissement de  $S_1$  sur  $S_2$  en  $I$  à l'instant  $t$  la vitesse :

$$\overrightarrow{v_{g,1sur2}}(I) = \overrightarrow{v}(I_1)_{/\mathcal{R}} - \overrightarrow{v}(I_2)_{/\mathcal{R}}$$

On dit que  $S_1$  ne glisse pas sur  $S_2$  si la vitesse de glissement est nulle en tout point de contact, à tout instant :

$$\overrightarrow{v_{g,1sur2}}(I) = \vec{0}$$

Remarque

- La vitesse de glissement appartient nécessairement au plan tangent en  $I$ . Si elle avait une composante normale, soit les solides s'enfonceraient l'un dans l'autre, soit le contact serait rompu.
- La vitesse de glissement est **indépendante du référentiel d'étude**. On peut s'en convaincre facilement en déplaçant deux objets l'un par rapport à l'autre avec les mains, lorsqu'on marche ou lorsqu'on est à l'arrêt.

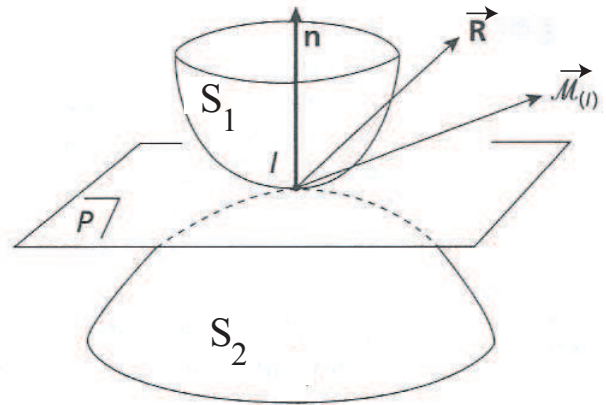
## II Actions mécaniques de contact

### II.1 Modélisation

Nous modéliserons l'action mécanique de contact du solide  $\mathcal{S}_2$  sur le solide  $\mathcal{S}_1$  par un torseur :

- de résultante  $\vec{R}$  ;
- de moment en un point  $I$  de contact  $\vec{M}_I$ .

Selon la loi des actions réciproques,  $\mathcal{S}_1$  exerce sur  $\mathcal{S}_2$  le torseur opposé.



### II.2 Les différents frottements

Considérons l'action de contact  $\{\vec{R}, \vec{M}_I\}$  de  $\mathcal{S}_2$  sur  $\mathcal{S}_1$ . Nous pouvons décomposer :

- la résultante  $\vec{R}$  en :
  - une composante  $\vec{T}$  en  $I$  dans le plan tangent commun à  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  ;
  - une composante  $\vec{N}$  en  $I$  portée par la normale au plan tangent commun à  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$ .

#### Définition

- $\vec{N}$  est appelée **réaction normale**.
- $\vec{T}$  est appelée **force de frottement de glissement** (elle s'oppose au glissement de  $\mathcal{S}_1$  sur  $\mathcal{S}_2$ ).

Le programme se limitant à l'étude des frottements dans le cas de la translation entre deux solides, nous ne considérerons **jamais** l'action<sup>2</sup> exercée par le moment  $\vec{M}_I$  en  $I$ . Cette action est de toute façon nulle lorsque le contact est ponctuel.

#### Propriété

Si on ne considère qu'une translation entre deux solides  $\mathcal{S}_2$  et  $\mathcal{S}_1$ , le torseur des actions mécaniques de contact de  $\mathcal{S}_2$  sur  $\mathcal{S}_1$  est un *glisseur* : ces actions mécaniques sont modélisables par une unique force  $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$  passant par  $I$  :

$$\text{Torseur des actions de contact en } I : \quad \{\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}; \vec{M}_I = \vec{0}\}$$

2. Cette action correspond au moment de frottement de pivotement (il s'oppose au pivotement de  $\mathcal{S}_1$  sur  $\mathcal{S}_2$ ) et au moment de frottement de roulement (il s'oppose au roulement de  $\mathcal{S}_1$  sur  $\mathcal{S}_2$ ). On notera que ces moments n'agissent pas de toute façon lorsque le contact est ponctuel.

### II.3 Aspects énergétiques du contact entre deux solides en translation

#### Propriété

Les puissances  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  n'ont pas de signe déterminé. En revanche, leur somme est toujours négative ou nulle. Les forces de frottements sont en effet toujours dissipatives. La composante tangentielle de la force de frottement s'oppose donc toujours à la vitesse de glissement quand il y a glissement.

#### Propriété

Dans le cas d'un mouvement sans glissement, un roulement sans glissement par exemple, la puissance totale des actions de contact est nulle :

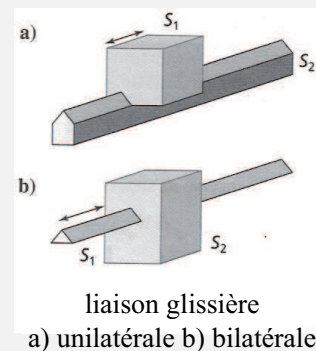
$$\mathcal{P}_{tot, \text{roulement sans glissement}} = 0$$

#### Remarque

Exemple d'une liaison parfaite : la liaison glissière. Le mouvement de  $\mathcal{S}_1$  par rapport à  $\mathcal{S}_2$  est un mouvement de translation rectiligne parallèle à un axe  $\Delta$  lié à  $\mathcal{S}_2$ .

$$\mathcal{P} = \vec{R} \cdot \vec{v}_g = 0 \quad \text{si} \quad \vec{R} \perp \vec{v}_g$$

On notera que les liaisons rotule et pivot sont également parfaites, car les contacts entre solides sont ponctuels, et peuvent donc être considérés comme négligeables.



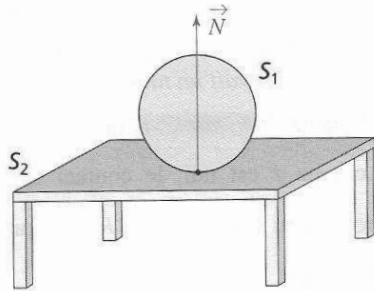
## II.4 Propriétés de la force de frottement de glissement

Les actions de contact entre  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  sont des actions inconnues. Les théorèmes de la mécanique n'apportent pas suffisamment d'équations pour déterminer toutes les variables (sauf s'il y a roulement sans glissement). Il faut alors faire intervenir des lois donnant des informations sur le frottement de glissement : ce sont les lois phénoménologiques de Coulomb (basées sur l'expérience).

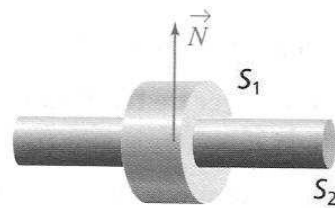
### a) Propriété de la réaction normale

#### Propriété

- Dans le cas d'une liaison *unilatérale*, la réaction normale  $\vec{N}$  exercée par  $\mathcal{S}_2$  sur  $\mathcal{S}_1$  est toujours dirigée de  $\mathcal{S}_2$  vers  $\mathcal{S}_1$ . Le contact cesse lorsque la réaction normale s'annule.
- Dans le cas d'une liaison *bilatérale*, on ne peut rien dire sur le sens de  $\vec{N}$ .



Cas d'une liaison unilatérale : une boule sur une table.



Cas d'une liaison bilatérale : un anneau sur une tige.

### b) Lois phénoménologiques de Coulomb relatives au frottement de glissement

### c) Propriétés du coefficient de frottement de glissement

Le coefficient  $f$  dépend de la nature des solides en contact et de l'état de leur surface de contact. Il est toujours de l'ordre de 0.5. Il sera évidemment plus important si les surfaces sont rugueuses et peut dépasser l'unité.

Dans la plupart des exercices, le coefficient  $f$  est supposé constant. En toute rigueur, ce n'est pas tout à fait vrai :  $f$  a une valeur légèrement plus faible lorsqu'il y a glissement comme l'explique le schéma ci-dessous. On définit parfois :

- un *coefficient de frottement statique*  $f_s$  en l'absence de glissement ;
- un *coefficient de frottement dynamique*  $f_d < f_s$  en présence de glissement.

Corps en contact	Ordre de grandeur de $f$
métal sur métal	0,1 - 0,2
bois sur bois	0,3 - 0,4
pneu sur chaussée	0,5 - 0,6
acier sur garniture de frein	0,3 - 0,4

*Quelques valeurs du coefficient de frottement de glissement.*

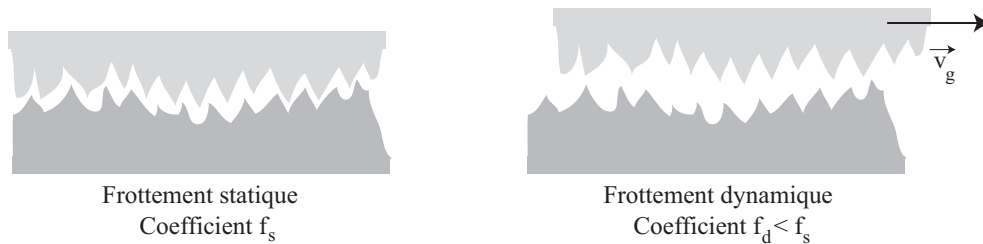


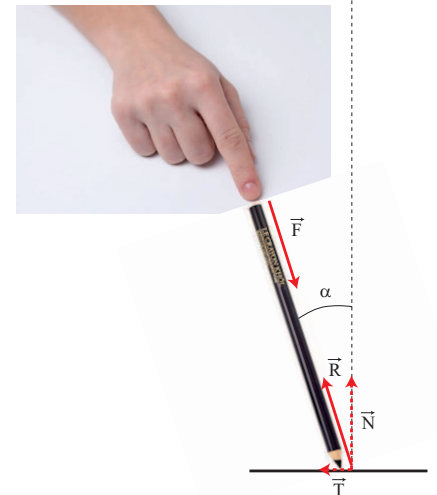
FIGURE 2 – *Illustration du plus faible frottement lors du glissement.*

### d) Vérification expérimentale des lois de Coulomb

## II.5 Quelques conséquences des lois de Coulomb

### a) Effet d'arc-boutement

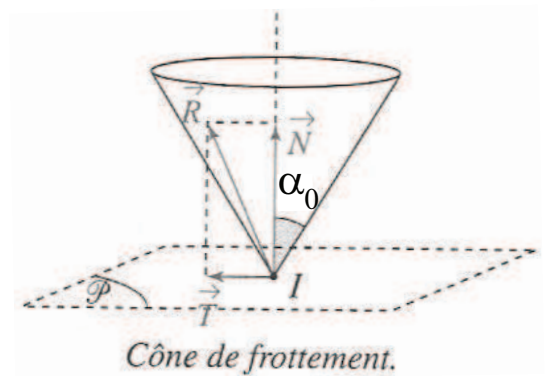
Expérience : Un opérateur appuie dans l'axe d'un crayon posé sur sa pointe avec une force de norme  $F$ . Lorsque le crayon est vertical, ce dernier reste à l'équilibre. Lorsqu'on incline progressivement le crayon avec un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale, il existe un angle  $\alpha_0$  pour lequel le crayon "décroche" et commence à glisser sur le support.



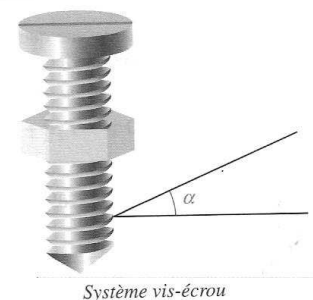
On peut représenter la condition d'équilibre comme le montre la figure ci-contre : tant que la force  $\vec{F}$  reste dans un certain cône appelé *cône de frottement*, d'angle au sommet :

$$\alpha_0 = \arctan(f)$$

Il y a équilibre car l'action de la force  $\vec{F}$  est compensée par la réaction du support. En dehors de ce cône, la réaction ne peut plus compenser la force appliquée et le sol glisse.



C'est le phénomène d'arc-boutement qui empêche un écrou de se mettre spontanément en mouvement autour d'une vis : l'inclinaison  $\alpha$  du filetage hélicoïdal de la vis et de l'écrou est choisie suffisamment faible pour avoir  $\tan \alpha \leq f$ .



## b) Force de frottement indispensable au déplacement d'un véhicule

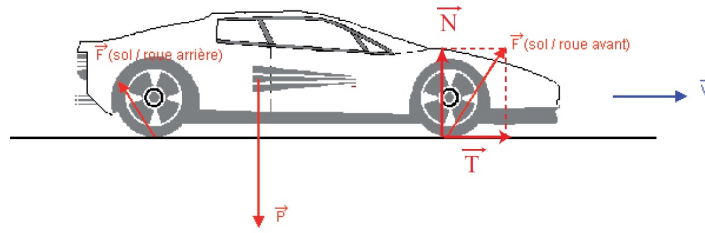


FIGURE 3 – La résultante des forces de frottement du sol sur les roues de la voiture est une force dirigée vers l'avant : les frottements permettent à la voiture de démarrer.

On notera qu'une force de frottement solide ne s'oppose pas toujours au mouvement. En effet, comme l'illustre la figure ci-dessus, c'est la seule force orientée vers l'avant s'exerçant sur la voiture, et elle joue donc le rôle de **force motrice**. En effet, pour s'en convaincre, il suffit d'imaginer rouler ou marcher sur la glace...

## c) Oscillations amorties par frottements solides

Exemple

On considère un parallélépipède  $\mathcal{S}$  de masse  $m$  attaché à un ressort de constante de raideur  $k$ . Le solide repose sur un support horizontal avec un coefficient de frottement  $f$  (on assimile  $f_s$  et  $f_d$ ). Déterminer la condition d'équilibre de  $\mathcal{S}$ , l'équation du mouvement, puis la position de son centre de masse  $x(t)$  repérée par rapport au cas du ressort à vide ( $\ell = \ell_0$ ), sachant que le parallélépipède est lâché sans vitesse initiale de  $x_0 = 10.5 \frac{fmg}{k}$ .





