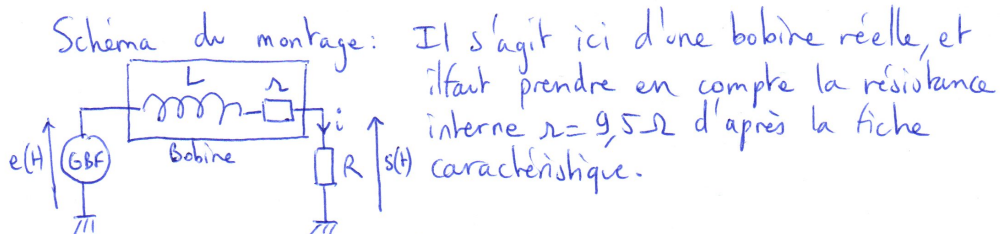


Corrigé du DS1 (CCP - e3a)
2024-2025

1 Résolution de problème - Détermination d'une inductance



Essayons tout d'abord d'interpréter la figure a), qui correspond à la réponse à un échelon de tension $E = 2V$.

Loi des mailles: $e(t) = (R+r)i + L \frac{di}{dt}$ et $s(t) = Ri(t)$.

donc $e(t) = \left(\frac{R+r}{R}\right)s(t) + \frac{L}{R} \frac{ds(t)}{dt}$

Pour $t > 0$, la forme canonique s'écrit: $\frac{ds}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)s = \frac{ER}{L}$

d'où $s(t) = \frac{RE}{R+r} + A e^{-t/\tau}$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$

or à $t=0^-$, le courant est nul, donc $s(t=0^+) = Ri(t=0^+) = 0$ par continuité du courant dans la bobine.

On en déduit $s(t=0^+) = \frac{RE}{R+r} + A = 0 \Rightarrow A = -\frac{RE}{R+r}$.

Finalement, pour $t > 0$, $s(t) = \frac{RE}{R+r} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$

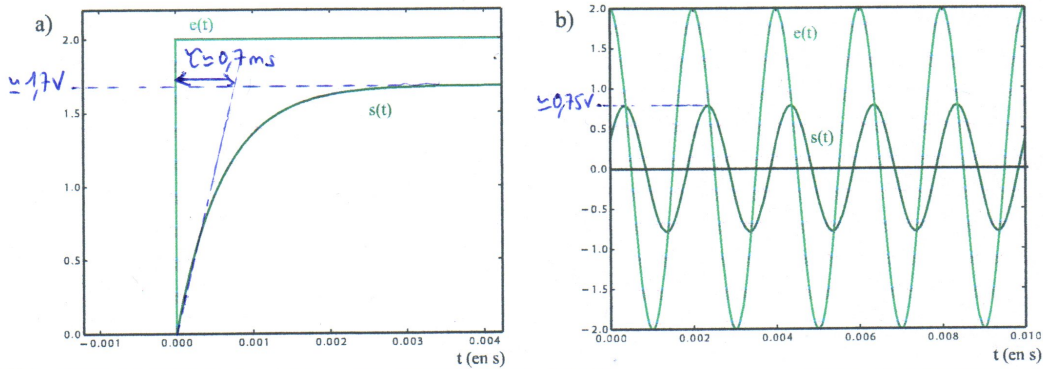
on voit que $s(t \rightarrow +\infty) = \frac{RE}{R+r} < E$

On lit $\frac{RE}{R+r} = 1,7V$, d'où $\frac{R}{R+r} = 0,85$, soit $r = \frac{R(1-0,85)}{0,85} = 9 \Omega$ (module $r = 9,5 \Omega$)

on obtient bien un résultat cohérent.

On peut également lire $\tau = 0,7ms$, or $\tau = \frac{L}{R+r}$, donc

$L = 0,7 \cdot 10^{-3} \times (59) = 41 \text{ mH}$ (module $L = 36,6 \text{ mH}$)
On obtient bien une valeur cohérente avec celles utilisées en TP.



Étudions maintenant le second graphique (un seul suffit pour répondre à la question posée).

$$\underline{H} = \frac{R}{R+r+jL\omega} = \frac{\frac{R}{R+r}}{1+j\frac{L\omega}{R+r}} = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec } H_0 = \frac{R}{R+r} \quad \text{et } \omega_c = \frac{R+r}{L}$$

Donc avec une excitation sinusoïdale,

$$s(t) = |H| E \cos(\omega t + \text{Arg}(H))$$

$$= \frac{R E}{R+r} \cos\left(\omega t - \text{Arctan}\left(\frac{L\omega}{R+r}\right)\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R+r}\right)^2}}$$

On peut donc exploiter l'amplitude ou la phase pour en déduire L :

Amplitude: on lit $\frac{R E}{R+r} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R+r}\right)^2}} = 0,75V$, où $\omega = 2\pi f$, avec

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$$

d'où $\left(\frac{R}{R+r} \times \frac{1}{0,75}\right)^2 = 1 + \frac{L^2 \omega^2}{(R+r)^2} \Rightarrow L = \frac{R+r}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{R}{R+r} \times \frac{1}{0,75}\right)^2 - 1} = 37 \text{ mH}$
 (module $L = 36,6 \text{ mH}$)
 \Rightarrow Résultat cohérent.

Phase: on lit $\Delta t = 0,35 \text{ ms}$ or $T = 2 \text{ ms}$, d'où $\varphi = -\frac{2\pi \Delta t}{T} \approx -1,1 \text{ rad}$.
 ↑
 signal en retard

D'où $L = \frac{R+r}{2\pi f} \tan \varphi = 37 \text{ mH} \Rightarrow$ résultat cohérent (+ simple que l'amplitude).

2 Un analyseur de Fourier très simplifié (d'après CAPES 2005)

2.1 Quelques généralités

- Notons $s_1(t)$ et $s_2(t)$ les signaux de sortie correspondant respectivement aux signaux d'entrée $e_1(t)$ et $e_2(t)$. **Un système est dit linéaire si la réponse au signal d'entrée $e(t) = \lambda e_1(t) + \mu e_2(t)$ ($\lambda, \mu \in \mathbb{R}^2$) est $s(t) = \lambda s_1(t) + \mu s_2(t)$.**
- Le système 1 est linéaire** : il agit séparément sur chaque fréquence, sans en générer de nouvelles. C'est un **filtre passe-bas** (hautes-fréquences supprimées) de fréquence de coupure de l'ordre de $f_c = 3$ kHz.
 - Le système 2 est linéaire** : c'est un filtre passe-bande de fréquence centrale de l'ordre de $f_0 = 3$ kHz et de bande passante $\Delta f \approx 2$ kHz.
Le système 3 n'est pas linéaire car des signaux de fréquences 500 Hz et 3,5 kHz apparaissent en sortie à partir d'un signal qui n'en contient pas.

2.2 Filtres peu sélectifs

- À basse fréquence un condensateur se comporte comme un coupe-circuit. A haute fréquence un condensateur se comporte comme un fil.

Montage RC

BF : $v_s = v_e - Ri = v_e$; HF : $v_s = 0$ donc filtre passe bas.

Montage CR

BF : $v_s = Ri = 0$; HF : $v_s = v_e$ donc filtre passe haut.

- Filtre RC :

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{Z_c}{Z_c + R} = \frac{1}{1 + RY_c} \Rightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}}$$

Filtre CR :

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{R}{Z_c + R} \Rightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$$

- Voir figures 1 et 2.

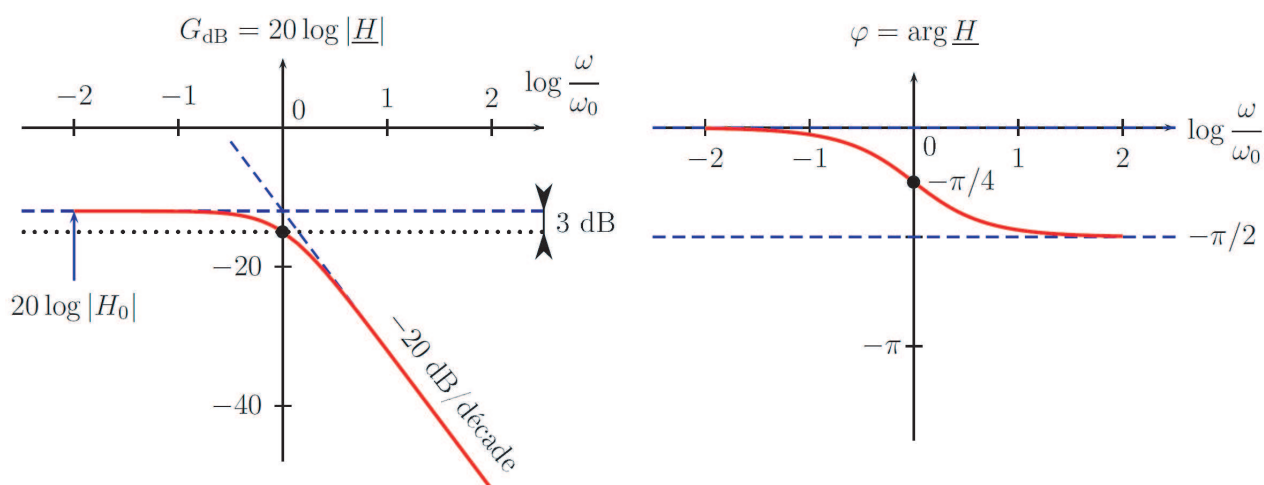


FIGURE 1 – Diagramme de Bode du filtre RC.

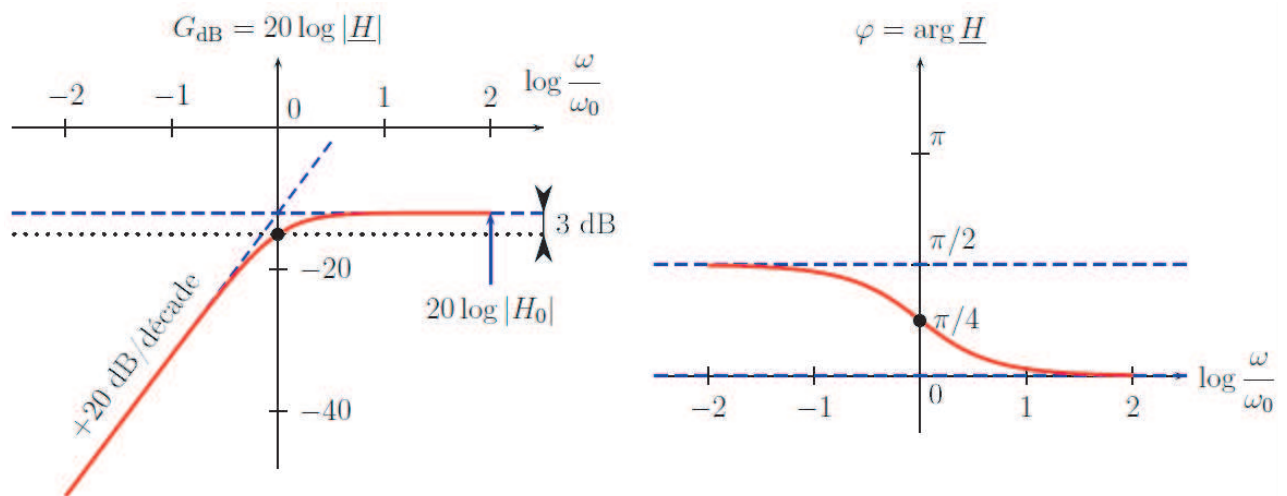
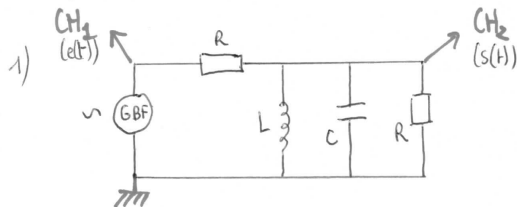


FIGURE 2 – Diagramme de Bode du filtre CR.

4. (a) C'est un filtre dérivateur à basse fréquence et qui ne modifie pas le signal à haute fréquence. Il s'agit d'un passe haut avec une fréquence de coupure de l'ordre de quelques centaines de Hz (on peut voir que le temps de montée est de l'ordre de $\tau = 1ms$, et $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$).
- (b) C'est un filtre intégrateur à haute fréquence et qui ne modifie pas le signal à basse fréquence. Il s'agit d'un passe bas. Là encore, le temps de montée est de l'ordre de $\tau = 1ms$, et la fréquence de coupure est de l'ordre de quelques centaines de Hz .

2.3 Filtre sélectif

1.3) Filtre sélectif



CH₁ et CH₂ sont les bornes d'entrée de l'oscilloscope.

- 2) Afin d'étudier le comportement en fréquence du circuit, on peut :
- soit faire varier "à la main" la fréquence délivrée par le GBF, et mesurer l'amplitude et la phase de la tension de sortie.
 - soit utiliser le mode modulation du GBF (le GBF délivre alors un signal sinusoïdal dont la fréquence varie lentement et linéairement avec le temps). On observe alors, en mode XY, la tension de sortie en fonction de la fréquence (la sortie "SWEEP OUT" du GBF fournit un signal linéaire avec la fréquence).
- 3) D'après le théorème de Fourier, tout signal périodique se décompose en une combinaison linéaire de signaux sinusoïdaux. Le filtre étant linéaire, il agit indépendamment sur chaque fréquence. Le signal de sortie est alors la somme des réponses pour chaque fréquence.
- 4) On applique un pont diviseur de tension ($\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}$)
- $$\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_{eq}}} = \frac{1}{1 + 1 + \frac{R}{jL\omega} + jRL\omega}$$

$$\underline{H} = \frac{1/2}{1 + jRL\omega - j\frac{R}{2L\omega}} ; \text{ on reconnaît un passe-bande}$$

et on peut identifier avec la forme canonique:

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} H_0 = 1/2 \\ \frac{RC}{2} = \frac{Q}{\omega_0} \\ \frac{R}{2L} = Q\omega_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_0 = 1/2 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{R\omega_0}{2} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \end{cases}$$

5) Les pulsations de coupure sont définies par:

$$G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}, \text{ soit } \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

En posant $x = \frac{\omega_c}{\omega_0}$, on obtient $1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 2$.

soit $Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 1 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm \frac{1}{Q} \Rightarrow x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0$

Dans les 2 cas \pm , on a $\Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 > 0 \Rightarrow 2$ racines réelles.
 Dans le cas \oplus ($x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0$): $x = \frac{-1}{2Q} \oplus \frac{1}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}}$ solution qui conduit à $x > 0$

$\Rightarrow x_1 = \frac{\omega_{c1}}{\omega_0} = \frac{-1}{2Q} + \frac{1}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}} \Rightarrow \omega_{c1} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}}$

Dans le cas \ominus ($x^2 - \frac{x}{Q} - 1 = 0$): $x = \frac{1}{2Q} \ominus \frac{1}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}}$ solution qui conduit à $x > 0$

$\Rightarrow x_2 = \frac{\omega_{c2}}{\omega_0} = \frac{1}{2Q} - \frac{1}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}} \Rightarrow \omega_{c2} = \frac{\omega_0}{2Q} - \frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 + \frac{1}{Q^2}}$

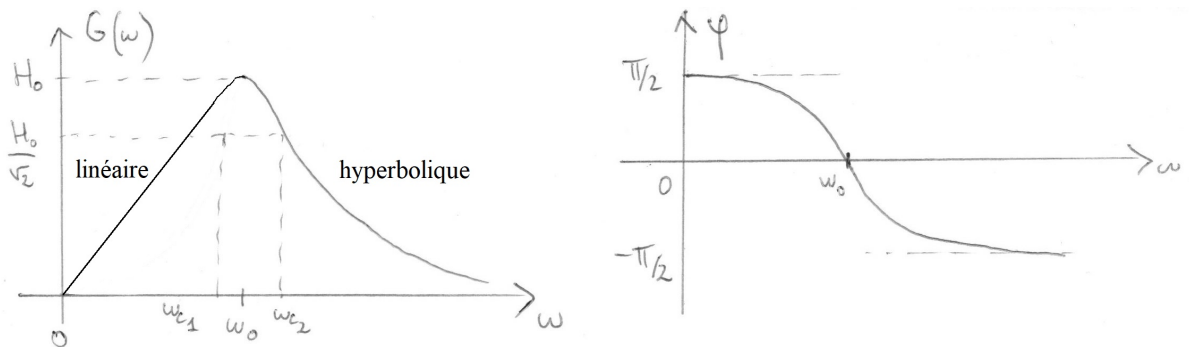
Finalement, on peut en déduire l'expression de la bande passante:

$$\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q}$$

6) $G = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}}$

	G	Ψ
$x \rightarrow 0$	0	$\pi/2$
$x \rightarrow 1$	H_0	0
$x \rightarrow \infty$	0	$-\pi/2$

$\Psi = -\arctan \left[Q \left(x - \frac{1}{x} \right) \right]$



2.4 Analyseur de Fourier élémentaire

1. Ce sont les harmoniques du signal.
2. Le filtre est très sélectif ($Q = 20$) et ne sélectionne que la composante oscillant à la pulsation $\omega_0 = 2\pi f_0$, sans ajouter de déphasage ($\varphi = 0$) et en multipliant l'entrée par $1/2$ car $H_0 = \frac{1}{2}$, soit $s(t) = \frac{E}{\pi} \cos(2\pi f_0 t)$.
C'est un signal purement sinusoïdal.
3. En reprenant les expressions précédentes de Q et ω_0 , on obtient :

$$C = \frac{Q}{\pi f} = 2.1 \mu F \quad \text{et} \quad L = \frac{R}{4\pi Q f} = 1.3 mH$$

Pour choisir la résistance, il faut qu'elle soit suffisamment grande devant la résistance de sortie du GBF, et suffisamment petite devant celle de l'oscilloscope, afin que le calcul de la fonction de transfert soit valable. On a donc :

$$50 \Omega \ll R \ll 1 M\Omega$$

4. Il suffit de modifier la fréquence de résonance f_0 du filtre passe bande en jouant sur les valeurs des composants. On notera que les filtres utilisés dans les véritables analyseurs de spectre sont fabriqués différemment, de sorte que le facteur de qualité reste constant lorsque la fréquence sélectionnée est modifiée.

PARTIE I - Trajectoires des plombs d'une cartouche**Equation du mouvement**

- 1) Le Principe Fondamental de la Dynamique (PDF) appliqué au plomb donne :

$$\vec{F}_D + m\vec{g} = m\vec{a}_G = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

soit l'équation différentielle demandée :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\rho_a S c_D}{2m} \vec{v} \vec{v} = \vec{g}$$

Premier modèle : trajectoire gravitaire

- 2) La force de frottement initiale est négligeable devant la force de pesanteur ssi :

$$\frac{\rho_a S c_D}{2m} v_0^2 \ll g \Leftrightarrow v_0 \ll \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a \pi R^2 c_D}}$$

- 3) La force de frottement est négligeable devant la force de pesanteur donc le PFD devient :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$

qui, projeté sur OX et OZ, donne :

$$\begin{cases} m\ddot{X} = 0 \\ m\ddot{Z} = -mg \end{cases}$$

- 4) On intègre les équations précédentes une première fois :

$$\begin{cases} \dot{X} = v_0 \cos(\theta_0) \\ \dot{Z} = -gt + v_0 \sin(\theta_0) \end{cases}$$

Puis une seconde fois :

$$\begin{cases} X = v_0 \cos(\theta_0) t \\ Z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\theta_0) t \end{cases}$$

- 5) La trajectoire est une
- parabole
- d'équation :

$$Z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{X}{v_0 \cos(\theta_0)} \right)^2 + X \tan(\theta_0)$$

- 6) La portée du tir est la valeur
- $X_M \neq 0$
- de
- X
- telle que
- $Z = 0$
- :

$$Z = 0 \text{ et } X \neq 0 \Leftrightarrow X = \frac{2v_0^2}{g} \cos^2(\theta_0) \tan(\theta_0) = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta_0) = X_M$$

La hauteur maximale du tir correspond à l'altitude Z quand $\dot{Z} = 0$ soit pour $t_1 = \frac{v_0 \sin(\theta_0)}{g}$, donc

$$H_M = Z(t_1) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin(\theta_0)}{g} \right)^2 + v_0 \sin(\theta_0) \frac{v_0 \sin(\theta_0)}{g}$$

$$H_M = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta_0)}{2g}$$

- 7) L'angle initial pour lequel la portée est maximale est la valeur de
- θ_0
- pour laquelle
- $\frac{dX_M}{d\theta_0} = 0$
- ; soit :

$$\frac{dX_M}{d\theta_0} = 2 \frac{v_0^2}{g} \cos(2\theta_0) = 0 \Leftrightarrow \cos(2\theta_0) = 0 \Leftrightarrow 2\theta_0 = \frac{\pi}{2} [\pi]$$

Et comme $\theta_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$, la solution est : $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$.

- 8) Une régression arithmétique pour les
- diamètres**
- de 0,25 mm par numéro en partant de
- $R_1 = 2$
- mm donne :
- $R_k = 2 - (k-1) \times 0,125$
- (en mm)

On complète le tableau en prenant $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$; $v_0 = 380$ m/s ; $m = \rho \times \frac{4}{3} \pi R^3$

$$\text{et } v_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a \pi R^2 c_D}} = \sqrt{\frac{8g\rho}{3\rho_a c_D}} R.$$

n°	1	5	10
Rayon R (mm)	2,0	1,5	0,875
Masse m (g)	0,38	0,16	0,031
Portée X_M (km)	15	15	15
Hauteur H_M (km)	3,7	3,7	3,7
v_∞ (m/s)	33	29	22

- 9) Les plombs n°5 ont un diamètre de 3 mm, donc d'après le document 1, la distance maximale possible avec l'angle de tir le plus favorable est de 300 m, alors qu'avec notre modèle on obtient (pour $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$) une portée maximale de 15 km, soit **50 fois plus !**

L'autre facteur qui montre qu'il faut abandonner ce modèle est la valeur de v_∞ qui est de l'ordre de $\frac{v_0}{10}$ et donc $v_0 \ll v_\infty$ **n'est pas vérifié !**

Deuxième modèle : trajectoire de Tartaglia

- 10) Comme $v_0 \gg v_\infty$, on a $\frac{\rho_a S c_D}{2} v_0^2 \gg mg$: **la force de pesanteur est négligeable devant la force de traînée.**

- 11) Le PDF donne donc : $\vec{F}_D = m \frac{d\vec{v}}{dt}$
soit : $-\frac{\rho_a S c_D}{2} v \vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

Dans cette première phase, \vec{v} et $\frac{d\vec{v}}{dt}$ sont tous deux colinéaires à X' et $v = \frac{dX'}{dt}$, donc :

$$-\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\rho_a S c_D}{2m} v \vec{v} = \frac{g}{v_\infty^2} v \vec{v} = \frac{g}{v_\infty^2} \frac{dX'}{dt} \vec{v}$$

On pose : $\frac{g}{v_\infty^2} = \frac{1}{D}$ (pour que $D > 0$ comme dans le tableau 2, Q14)

Alors : $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dX'} \frac{dX'}{dt} = -\frac{1}{D} \frac{dX'}{dt} \vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dX'} = -\frac{1}{D} \vec{v}$

- 12) En faisant une analyse dimensionnelle de cette dernière relation, on détermine immédiatement que **D a la dimension d'une longueur.**

- 13) On projette la relation Q11 sur OX' et on l'intègre :

$$\frac{dv}{dX'} = -\frac{1}{D} v \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{dX'}{D} \Rightarrow \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{X'}{D} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-\frac{X'}{D}}$$

D est la distance pour laquelle la vitesse est divisée par e.

- 14) On complète le tableau avec : $d = D \ln\left(\frac{v_0}{10 v_\infty}\right)$;

$$v_u = v_0 e^{-\frac{X_1}{D}} \text{ avec } X_1 = 40 \text{ m et } E_c = \frac{1}{2} m v_u^2.$$

n°	1	5	10
D (m)	110	86	50
v_0/v_∞	11	13	17
d (m)	15,5	23	27
v_u (m/s)	270	240	170
E_c (J)	13,5	4,6	0,45

Rem : Attention aux valeurs de d de l'énoncé qui sont fausses !

- 15) La portée utile d'un tir pourrait être définie par **la distance maximale à laquelle on peut envoyer le plomb dans la direction X'.**

- 16) On suppose qu'il faut comparer les énergies cinétiques qu'on nous a fait calculer, soit celles à 40 m :

$$\frac{E_{c5}}{E_{c1}} = 0,34 \sim \frac{1}{3} \text{ donc il faut } 3 \times 2 = \mathbf{6 \text{ plombs n}^\circ 5}$$

$$\frac{E_{c10}}{E_{c1}} = 0,033 \sim \frac{1}{30} \text{ donc il faut } 30 \times 2 = \mathbf{60 \text{ plombs n}^\circ 10}$$

Comme la première phase s'arrête quand la vitesse n'est plus très grande devant v_∞ , soit environ pour $v \approx 10 \times v_\infty$, donc pour $X'=d$, on peut dire alors que **la portée utile est :**

$$d = D \ln\left(\frac{v_0}{10 v_\infty}\right)$$

- 17) Dans le document 1, on parle d'une portée utile de 35 à 40 m tout au plus, alors qu'avec notre modèle on obtient une portée utile de $d=15$ à 30 m environ (valeurs rectifiées), **ce qui est cohérent.**

Si les billes sont en fer doux, la masse volumique ρ est plus faible, donc pour le même rayon R, m et v_∞ seraient plus petits, donc D aussi, et v_u et

E_c aussi. L'augmentation de R permet de compenser cet effet afin de conserver la même énergie cinétique E_c .

Si les plombs s'agglutinent, la masse et le diamètre augmentent, donc la portée utile aussi : **La distance de sécurité à respecter n'est pas celle indiquée si la grenaille s'agglutine, elle est en réalité plus grande : danger !**

Troisième et dernière phase : mouvement rectiligne descendant

18) Cette phase correspond à un **mouvement de chute avec résistance de l'air** puisqu'on tient compte de la force de frottement de l'air (dans la chute libre, la seule force qui s'exerce sur l'objet est son poids).

19) Le PFD donne : $\vec{F}_D + m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$
On pose $\vec{v} = -v\vec{k}$ puisque le mouvement est vers le bas.

$$+ \frac{\rho_a S c_D}{2} v^2 \vec{k} - mg\vec{k} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m \frac{dv}{dt} \vec{k}$$

$$\frac{\rho_a S c_D}{2} v^2 - mg = -m \frac{dv}{dt}$$

d'où l'équation différentielle : $\frac{dv}{dt} + \frac{\rho_a S c_D}{2m} v^2 = g$

Quand la vitesse limite est atteinte, $\frac{dv}{dt} = 0$, et donc :

$$\frac{\rho_a S c_D}{2m} v_\infty^2 = g \Rightarrow \boxed{\vec{v}_\infty = -\sqrt{\frac{2mg}{\rho_a S c_D}} \vec{k}}$$

On parle de « mur aérodynamique » car la **vitesse de cette phase est limitée par la force aérodynamique** : force de frottement fluide.

Deuxième phase : la phase intermédiaire

20) On suppose que la vitesse a suffisamment diminué pour qu'elle soit **négligeable devant v_∞** , alors la première modélisation s'applique et on est bien **dans la phase gravitaire**.

21) Pour $\theta_0 = 16^\circ$ on obtient :

$$\begin{cases} X_M = 264 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 1 \\ X_M = 217 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 5 \\ X_M = 139 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 10 \end{cases}$$

A comparer avec la formule : diamètre du plomb $\times 100$ (doc 1) :

$$\begin{cases} X_M = 400 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 1 \\ X_M = 300 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 5 \\ X_M = 175 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 10 \end{cases}$$

Le document 1 donne des valeurs supérieures à celles du calcul théorique, en particulier pour les grands diamètres, mais c'est le bon ordre de grandeur.

Cependant, le calcul théorique est basé sur une approximation et est calculé pour un angle (16°) qui n'est pas forcément celui donnant la portée maximale.

Quant à la formule du document, elle est qualifiée de « grossière » et pour des raisons de sécurité, il vaut mieux qu'elle donne une valeur supérieure à la valeur réelle.

22) En utilisant les valeurs obtenues dans le tableau 2, on calcule $\log\left(\frac{v_0}{v_\infty}\right)$ pour les 3 numéros de plomb considérés et on relève la valeur correspondante de θ_{\max} . On trouve :

n°	$\log\left(\frac{v_0}{v_\infty}\right)$	θ_{\max}
1	2,0	18°
5	2,2	17°
10	2,5	16°

23) En prolongeant éventuellement les courbes, on lit la valeur de l'abscisse du point tel que $Z=0$; c'est la portée maximale X_M :

$$\begin{cases} X_M = 345 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 1 \\ X_M = 265 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 5 \\ X_M = 170 \text{ m} & \text{pour le plomb n}^\circ 10 \end{cases}$$

Ces valeurs sont plus proches de celles du document 1 qu'à la question Q21, toujours légèrement inférieure comme il se doit (cf. fin Q21).