DS-1bis (Centrale-Mines) - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail de la rédaction			
Rigueur de la rédaction			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

	Problème 1 : Oscillateurs mécaniques - Millenium Bridge (Mines-MP-2016)	élève	prof	max
Q.1	• Eq. diff. : $m\ddot{x} = -mg - k\,(x-\ell_0) - \alpha\dot{x}$ • $\tilde{x}$ comme position d'eq. • expression $\tilde{x} = \ell_0 - \frac{mg}{k}$ • BONUS si cohérent car $\tilde{x} < \ell_0$ car ressort écrasé • Eq. diff. : $\ddot{X} + \frac{\alpha}{m}\dot{X} + \frac{k}{m}X = 0$ • Expression de $\xi = \frac{\alpha}{2\sqrt{mk}}$ • ω_0 pulsation propre et ξ coefficient d'amortissement			3(+0.5)
Q.2	• $\xi = 0$ correspond à un O.H. • $X(t) = X_0 cos(\omega_0 t) + \frac{V_0}{\Omega_0} sin(\omega_0 t)$ • $0 < \xi < 1$ correspond au régime pseudo-périodique • $\omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ • $X(t) = e^{-\xi\omega_0 t}\,(\,A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\,)$ • Utilisation des C.I. pour déterminer A et B • $X(t) = e^{-\xi\omega_0 t}\left(X_0\cos(\omega t) + \frac{V_0+\xi\omega_0 X_0}{\omega}\,\sin(\omega t)\right)$ • BONUS si amorti donc plus réaliste que O.H. • Vent diminue amortissement et instabilité possible si $\xi < 0$ (amplification)			4(+0.5)
Q.3	• PFD avec oscillations forcées • $\ddot{Y} + 2\xi\omega_0\dot{Y} + \omega_0^2 Y = -\frac{F_1}{m}\cos(\omega t)$ • signe "-" devant F_0 et F_1 montrant que la charge est orientée vers le bas • Passage en complexe • $\underline{H}(\omega) = \frac{-1/\omega_0^2}{1+2i\xi\Omega-\Omega^2}$ • BONUS si passe-bas du second ordre • BONUS si $H_0 = -\frac{1}{\omega_0^2}$ et $Q = \frac{1}{2\xi}$			2.5(+1)
Q.4	• Résonance si $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$ • Démo avec étude de fonction • $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$ • Avec amortissement faible $\xi \ll 1 \Rightarrow \lvert\underline{H}(\omega_r)\rvert \approx \frac{1}{2\omega_0^2\xi}$			2
Q.5	• Lecture 9 dB • $\xi \simeq 0.18$ • BONUS si $\xi \ll 1$ OK • Lecture $\omega_r \simeq 12.2\ rad.s^{-1}$ • Comme $\xi \ll 1$, $\omega_0 \simeq 12.2\ rad.s^{-1}$			2(+0.5)
Q.6	• Il faut éviter la résonance lors d'une excitation sinusoïdale			0.5
Q.7	• Accéléromètre (podomètre, montre, portable)			0.5
Q.8	• Exploit. fig. 2 : $f_{marche} \simeq 2\ Hz$ • signal non sinusoïdal et $\exists$ harmoniques • Ech. par le capteur • duplication/enrichissement du signal • $\lvert nf_e \pm f_{marche}\rvert$ • $f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{N-1}{t_{\max}-t_{\min}}$ • valeurs de f_e : $\{1.7, 11.5, 3.3, 33\}\ Hz$ • Enoncé critère de Shannon • spectres 1 et 3 : Non • 2 : moyen • 4 : vérifié • Harmoniques marche : 2, 4, 6, 8, 10... Hz • cohérent avec marche réelle			6.5
Q.9	• $f_{resonance} \simeq f_{marche}$! • Modification $\Rightarrow$ amortissement reste faible • Dédoublement du pic permettant de diminuer la résonance			1.5
	Total			**22.5**

	Problème 2 : Filtrage linéaire (CCINP-PSI-2003)	élève	prof	max
Q.1	• Pas de composante continue car $\underline{H}(j\omega) \underset{\omega\to 0}{\longrightarrow} 0$			0.5
Q.2	• Sélection d'une composante du spectre du signal triangulaire • Sélection du fondamental $\omega_0 = \omega_1$ • Q grand (ou Δf faible) • BONUS si schéma avec spectre			1.5(+0.5)
Q.3.a)	• On lit $T_1 = T_0 = 250\ \mu s$ • $f_0 = 4\ kHz$ et $\omega_0 = 2.5.10^4\ rad.s^{-1}$			1
Q.3.b)	• $V_s = \frac{V_0}{2}G(0) + \frac{2V_0}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty} G\left[(2k+1)\omega_1\right]\frac{sin[(2k+1)\omega_1 t + \varphi((2k+1)\omega_1)]}{2k+1}$ • Sélection du fondamental avec le filtre $\Rightarrow V_s = G(\omega_0)\frac{2V_0}{\pi} sin\left[\omega_0 t + \varphi(\omega_0)\right]$ • $G(\omega_0) = H_0$ et $\varphi(\omega_0) = 0$ • $V_s(t) = H_0\frac{2V_0}{\pi} sin(\omega_0 t)$ • Lecture de la composante continue $Offset = 0.5\ V$ • $V_0 = 2\times Offset = 1\ V$ • Lecture amplitude V_s : $A_s = 6\ V$ • $H_0 = \frac{\pi A_s}{2V_0} = 9.4$			4
Q.4.a)	• Lecture $T_1 = 25\ \mu s \Rightarrow \omega_1 = 2.5.10^5\ rad.s^{-1}$ • $\omega_1 = 10\omega_0 \Rightarrow \omega \gg \omega_0$ pour toutes les composantes du créneau • $\underline{H}(j\omega) \underset{\omega\gg\omega_0}{\sim} \frac{H_0\omega_0}{jQ\omega} \propto \frac{1}{j\omega} \Rightarrow$ Intégrateur			1.5
Q.4.b)	• Pour $\omega \gg \omega_0$, $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} \sim \frac{H_0\omega_0}{jQ\omega} \Rightarrow \frac{dV_s}{dt} = \frac{H_0\omega_0}{Q}V_e(t)$ • Lecture sur une demi période de V_e et pente de V_s • $V_e = 2\ V$ car composante continue ne vérifie pas la condition HF • $\frac{H_0\omega_0}{Q} = \frac{1}{V_e}\frac{dV_s}{dt} = 48.10^3\ s^{-1}$ • Unité correcte en s^{-1} ou Hz ou $rad.s^{-1}$ • $Q = 4.9$ • BONUS si $Q \gg 1$ cohérent avec sélection 1 seule sinusoïde en fig7			3(+0.5)
	Total			**11.5**

	Problème 3 : Oscillateur à résistance négative	élève	prof	max
Q.I.1	• $i = \frac{u_{\mathcal{D}} - u_S}{R_1}$ • P.D.T. $v_+ = \frac{R_2}{R_1+R_2}u_S$ • Régime linéaire $v_+ = v_- = u_{\mathcal{D}}$ • $u_{\mathcal{D}} = -R_2 i$ • $I_m = \frac{U_{sat}}{R_1+R_2}$ si $u_S = -U_{sat}$			2.5
Q.I.2	• $u_{\mathcal{D}} = R_1 i - U_{sat}$			0.5
Q.I.3	• $u_{\mathcal{D}} = R_1 i + U_{sat}$			0.5
Q.I.4	• Abscisse $\pm\frac{U_{sat}}{R_1}$ • Ordonnée $\pm U_{sat}\frac{R_2}{R_1+R_2}$			1
Q.II.1	• eq. diff. avec L.D.M. • $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ • $\xi = \frac{R-R_2}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$			1.5
Q.II.2	• Continuité de i_{bobine} • $i(t=0^+) = i(t=0^-) = 0$ • $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(t=0) = \frac{U_0}{L}$ • Eq. caractéristique et discriminant • régime pseudo-périodique • $i(t) = \mathrm{e}^{-\xi\omega_0 t}\left(A\cos\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}\right) + B\sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}\right)\right)$ • C.I. $\Rightarrow i(t) = \frac{U_0}{L\omega_0}\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}\right)$			3.5
Q.II.3	• Si $U_0 = 0$, i reste nul.			0.5
Q.II.4	• Amplitude croissante si $\xi < 0$, soit si $R_2 > R$			0.5
Q.II.5	• $\xi = -0.1$ • $T_0 = 10\ \mu s$			1
Q.II.6	• Oscillations d'amplitudes croissante • enveloppe exponentielle • Pseudo-période $\simeq T_0 = 10\ \mu s$ • car $Q = \frac{1}{2\xi} = 10 \gg \frac{1}{2}$ • valable si $\lvert i(t)\rvert < I_m$			2.5
Q.II.7	• u_S sature • $\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R_1+R}{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}i = 0$			1
Q.II.8	• Pour $\lvert i(t)\rvert < I_m$, résistance négative (2) • pour $i(t) > I_m$, saturation haute (3) • Pour $i(t) < -I_m$, saturation basse (1)			1.5
Q.II.9	• Oscillations quasi-sinusoïdales • Lecture $T \simeq T_0 = 10\ \mu s$ • $f = \frac{1}{T} = 100\ kHz$ • $i_{max} = 1.24 I_m$ • A.N. $I_m = 4.6\ mA$ • donc $i_{max} = 5.7\ mA$			3
Q.II.10	• $u_{\mathcal{D}}$ max pour $i = -I_m$ • $u_{\mathcal{D},max} = U_{sat} - R_1 I_m$ • $u_{\mathcal{D},max} = 1.6\ V$			1.5
	Total			**21**

	TOTAL			**55**