/9

Interrogation de cours n°6

1 Électrostatique

• Donner la formule qui fait le lien entre champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ et potentiel électrostatique V.

0,5 $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$

• Énoncer le théorème de Gauss et retrouver son analogue en gravitation.

Th de Gauss : $\oiint \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{S}_{ext} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

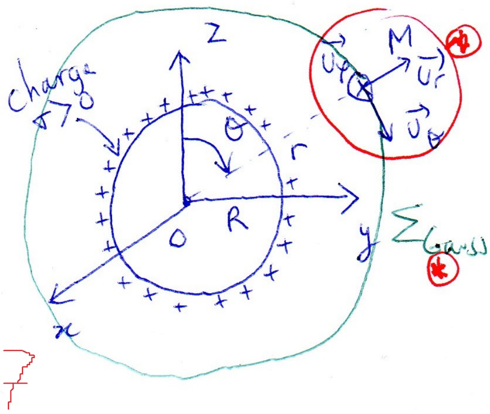
1 en gravitation $\overrightarrow{E} \longleftrightarrow \overrightarrow{G}$; $m \longleftrightarrow q$; $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \longleftrightarrow -G$

$\Rightarrow \oiint \overrightarrow{G} \cdot d\overrightarrow{S}_{ext} = M_{int} \times (-4\pi G)$

• Donner l'expression de l'énergie potentielle d'une charge q dans un potentiel V.

0,5 $E_p = qV\ (+\ \text{cste})$

• Calculer en tout point M de l'espace le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créé par une sphère de rayon R vide à l'intérieur et uniformément chargée en surface avec une densité de charge $\sigma > 0$.



Invariance de $\mathcal{D}$charges
$\rightarrow$ par rotation d'angle θ et φ
$\Rightarrow$ $\vec{E}$ ne dépend que de r : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

Symétries de $\mathcal{D}$charges :
$\rightarrow (M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta}) = \Pi_{sym} \Rightarrow \vec{E}(M) \perp \vec{u_\varphi}$
$\rightarrow (M, \vec{u_r}, \vec{u_\varphi}) = \Pi_{sym} \Rightarrow \vec{E}(M) \perp \vec{u_\theta}$
} $\vec{E}(M) // \vec{u_r}$

et $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{u_r}}$

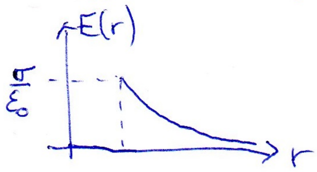
Rqe : $(O, \vec{u_\theta}, \vec{u_\varphi}) = \Pi_{sym}$
Bonus $\Rightarrow \vec{E}(O) \perp \vec{u_r}$ et $\boxed{\vec{E}(O) = \vec{0}}$

Th de Gauss à Σ fermée (sphère de centre O et de rayon r, passant par M)

$$\underbrace{\oiint \vec{E} \cdot \vec{dS}_{ext}}_{4\pi r^2 E(r)} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad Q_{int} = \begin{cases} 4\pi R^2 \sigma & \text{si } r > R \\ 0 & \text{si } r < 0 \end{cases}$$

$$\text{donc} \quad \vec{E}(M) = \begin{cases} \vec{0} & \text{si } r < R \\ \dfrac{R^2\sigma}{\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r} & \text{si } r \geq R \end{cases}$$

On vérifie que $[E] = \left[\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right] = \left[\frac{Q}{L^2\varepsilon_0}\right]$ OK



Le champ est discontinu car il existe des charges surfaciques.

Rqe : On retrouve bien que $\vec{E}(O) = \vec{0}$.
Loin de la sphère, on retrouve que $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}$ avec $Q = 4\pi R^2 \sigma = Q_{tot}$
$\Rightarrow$ cohérent Bonus