TD n°5bis - Correction des exercices en autonomie

1 Cyclotron de Laurence

1) $E_c = 1{,}2\,\text{MeV} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{c,max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 1{,}2\cdot 10^6 \times 1{,}6\cdot 10^{-19}}{1{,}67\cdot 10^{-27}}}$

$= \boxed{1{,}52\cdot 10^7\ m.s^{-1}}$

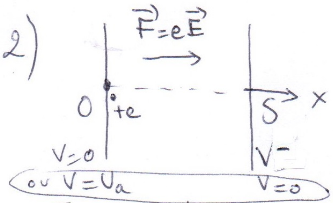
vitesse quasi-relativiste car $\frac{v_{max}}{c} \simeq \frac{1}{20}$

En relativité restreinte : $E_c = mc^2(\gamma - 1) = \overbrace{\gamma mc^2}^{\text{énergie totale}} - \overbrace{mc^2}^{\text{énergie de masse, au repos.}}$

$\Rightarrow \gamma = 1 + \frac{E_c}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{mc^2}\right)^2}$

$\Rightarrow v^2 = c^2\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{mc^2}\right)^2}\right) \Rightarrow v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{mc^2}\right)^2}} = \boxed{1{,}07\ m.s^{-1}}$

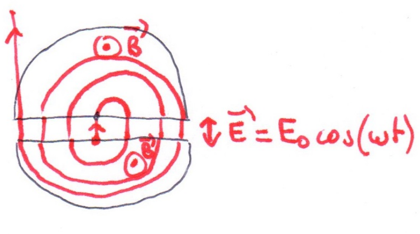
même ordre de grandeur mais différence notable. ($\simeq 50\%$!)

2) 

TEC $\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2} m v_{max}^2}_{E_c} + qV^- =$

↳ $V^- < 0$ car $\vec{E}$ dans le sens des potentiels décroissants.

En posant $V^- = -U_a$, $E_c = eU_a$ et $U_a = \frac{E_c}{e} = \frac{1{,}2\cdot 10^6 \times 1{,}6\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = \boxed{1{,}2\,\text{MV}}$

3) 

Les parties de cercles décrits par le proton sont de rayon $R_i = \frac{m v_i}{eB}$ et parcourues à vitesse constante v_i

Le temps pour parcourir un demi-cercle vaut donc : $T_{1/2,i} = \frac{1}{2}\frac{2\pi R_i}{v_i} = \frac{m}{2eB} = \text{cste}$.

Le champ accélérateur doit changer de sens tous les tours, de manière à toujours accélérer le proton $\Rightarrow T_{\vec{E}} = \frac{2\pi R_i}{v_i} = \frac{m}{eB} = \text{cste} \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{v_{max}}{2\pi R_{max}}}$

fq du champ $\vec{E}$ accélérateur

A.N : $f_0 = 1{,}73\cdot 10^7\,\text{Hz}$ (haute fq, mais "facilement accessible").

Rque : on néglige ici la phase d'accélération entre les 2 "dés", qui n'est pas constante puisqu'elle diminue au cours de l'accélération ($\Delta t_{\text{phase d'accélération}} \simeq 0$).

4) Lors de chaque phase d'accélération, $\Delta E_c = e U_a$

Donc $\Delta E_{c_{max}} = E_{c_{max}} = 2 . N e U_a$

↳ nombre de tours ×2 car 2 accélérations par tour.

$$\Rightarrow N = \frac{E_{c_{max}}}{2 e U_a} = 150$$

5) On a vu précédemment que $R_i = \frac{m v_i}{e B}$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = \frac{m v_{max}}{e R_{max}} = \underbrace{1{,}13\,T}_{\text{champ très important, d'où la taille des bobines.}}}$