Commentaires - DM n°6 - Electrostatique

1 Calcul de champ $\vec{E}$ créé par une distribution de charge

Exercice proche du cours, et déjà traité en grande partie en cours ensemble. Peu de copies aboutissent pourtant au bon résultat.

Il existe deux surfaces de Gauss possibles pour résoudre le problème :

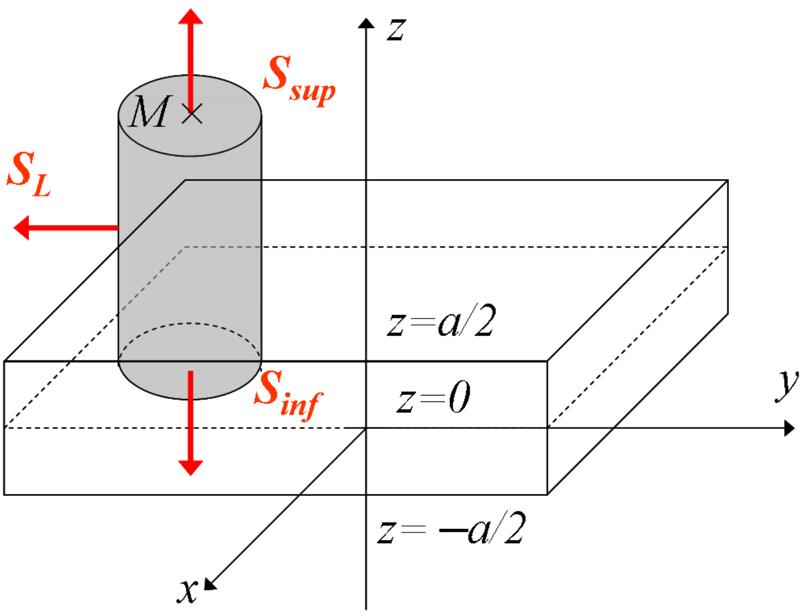
- soit un parallélépipède rectangle symétrique par rapport au plan (xOy). Dans ce cas, il faut bien penser :
  - que la hauteur de la surface de Gauss est $2z$.
  - qu'il faut bien justifier le coefficient 2 dans le flux :

$$\iint_{bas,z<0} \overrightarrow{E}(M)\cdot\overrightarrow{dS} = \iint_{bas,z<0} \overrightarrow{E}(-z)\cdot\overrightarrow{dS}_{bas} = \iint_{bas} -E(z)\overrightarrow{u}_z\cdot-dS\overrightarrow{u}_z = \iint_{bas} E(z)\cdot dS = \iint_{haut} E(z)\cdot dS$$

    où on a utilisé le fait que Oxy est un plan de symétrie des charges. cela implique que pour $z>0$, $\overrightarrow{E}(-z) = -\overrightarrow{E}(z)$.
  - qu'il faut bien justifier le cas $z<0$.
    On peut alors simplement utiliser la figure et faire en sorte que le champ diverge bien des charges positives. On peut aussi montrer que le champ est impair. Comme $\overrightarrow{E}(-z) = E(-z)\overrightarrow{u}_z$ et que d'autre part $\overrightarrow{E}(z) = E(z)\overrightarrow{u}_z$, alors : $E(-z) = -E(z)$. On en déduit donc que

$$E(z' = -z < 0) = -E(z) = -\frac{\rho z}{\epsilon_0} = \frac{\rho z'}{\epsilon_0} \qquad \text{avec} \qquad z < 0$$

- soit un parallélépipède rectangle (ou un cylindre) s'appuyant sur le plan (xOy).



Dans ce cas, il faut bien penser :
- à montrer clairement que le champ est nul dans le plan $z=0$.
  $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{u}_z$, mais (Oxy) est également un plan de symétrie des charges, donc le champ est nécessairement perpendiculaire à $\overrightarrow{u}_z$ pour les points de ce plan. Le champ est finalement nul dans le plan (xOy).
- qu'il faut bien justifier le cas $z<0$, comme cité plus haut.

Il fallait tracer $E(z)$ et remarquer que $E(z)$ était continu car il n'existait pas de charges surfaciques. Puis tracer $V(z)$ et remarquer que $V(z)$ était non seulement continu, mais que la pente était également continue, puisque $E(z) = -\frac{dV(z)}{dz}$. Vous auriez pu vous rendre compte de problèmes en constatant des discontinuités bizarres dans vos courbes, mais ceux qui ont fait des erreurs étaient généralement les mêmes que ceux qui ne les avaient pas tracées...