

Dipôles électrostatiques et magnétiques

Table des matières

I Dipôle électrostatique	1
I.1 Définition	1
I.2 Champ et potentiel dipolaires électriques	4
I.3 Actions d'un champ extérieur sur un dipôle électrique rigide et permanent	6
II Dipôle magnétique	10
II.1 Dipôle magnétique et moment dipolaire magnétique	10
II.2 Champ magnétique créé à grande distance par un dipôle magnétique	10
II.3 Exemples concrets de dipôles magnétiques	11
II.4 Actions d'un champ extérieur sur un dipôle magnétique	14

Introduction

Dans ce chapitre dédié aux dipôles à la fois électrostatiques et magnétiques, nous présenterons tout d'abord les propriétés des dipôles électrostatiques, puis nous dégagerons les analogies très fortes qui existent avec les dipôles magnétiques, déjà introduits en première année.

I Dipôle électrostatique

De nombreux objets portent des distributions de charges globalement neutres, comme les conducteurs, mais telles que le barycentre des charges positives et celui des charges négatives ne sont pas superposées, à la différence des conducteurs.

« Vus de loin », tous ces objets engendrent un champ électrostatique analogue appelé **champ dipolaire** : eux-mêmes sont qualifiés de **dipôles électrostatiques**. Deux charges ponctuelles opposées séparées par une distance fixe en constituent un exemple simple.

Les propriétés chimiques de nombreuses molécules, au premier rang desquelles se trouve l'eau, sont ainsi liées au fait que ce sont des dipôles électrostatiques.

I.1 Définition

Définition

Un dipôle électrostatique est une distribution de charges globalement neutre, telle que le barycentre des charges positives n'est pas confondu avec celui des charges négatives.

a) *Exemples concrets* :

De nombreuses molécules, comme le chlorure d'hydrogène HCl , l'eau H_2O ou l'ammoniac NH_3 , peuvent être modélisées par une telle représentation. En effet, nous savons que dans une molécule, les charges positives sont portées par les noyaux atomiques, tandis que les charges négatives sont portées par les électrons qui sont soit liés à un noyau atomique (électrons de coeur), soit mis en commun par plusieurs atomes au sein d'une liaison chimique (électrons de valence). Dans le chlorure d'hydrogène par exemple, le chlore attire vers lui les électrons de valence (le chlore est plus électronégatif que l'hydrogène), de sorte que le barycentre N des charges négatives est plus proche de cet atome que le barycentre P des charges positives.

Les molécules de chlorure d'hydrogène, d'eau et d'ammoniac, bien que neutres, créent un champ électrostatique et sont dites polaires. En nous plaçant « loin » de ces molécules (à une distance de l'ordre de dix fois leur taille), dans ce que l'on appelle l'approximation dipolaire, nous observons que les champs créés par chacune présentent des aspects analogues, comme le montre la figure ci-dessous.

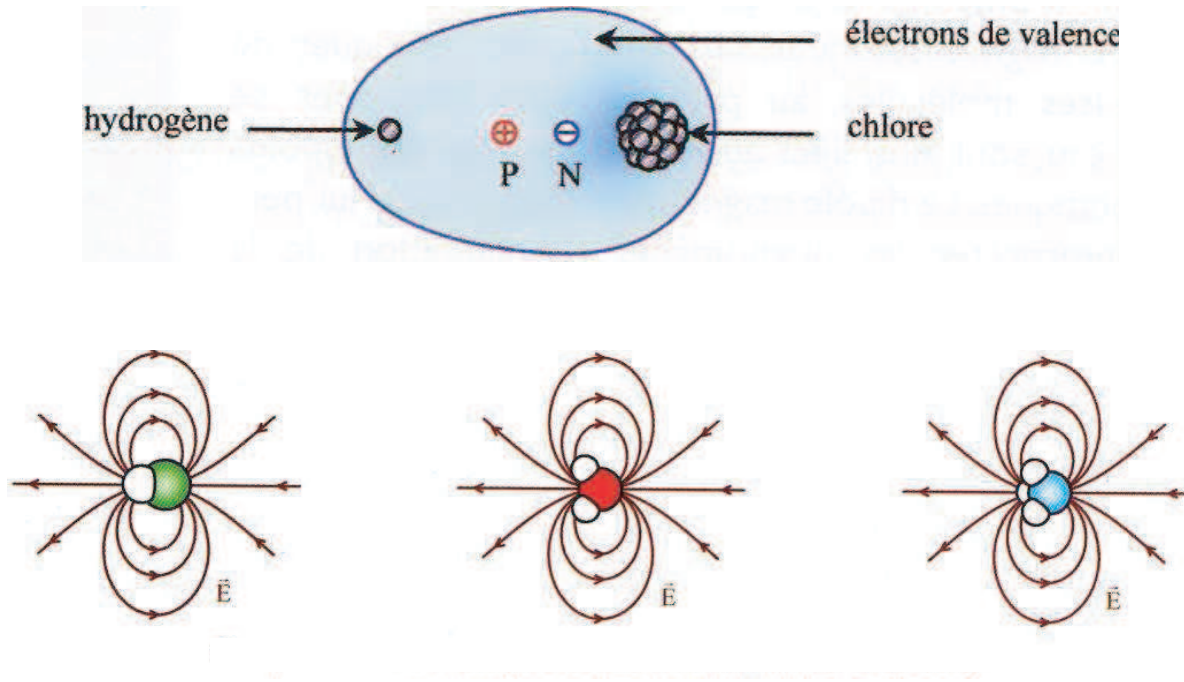
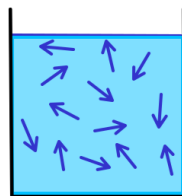


FIGURE 1 – Champs du chlorure d’hydrogène, de l’eau et de l’ammoniac "vus de loin".

On notera qu’à grande échelle, en l’absence d’un champ électrique extérieur, les dipôles sont orientés de façon aléatoire à cause de l’agitation thermique, et le champ rayonné est globalement nul. Un verre d’eau n’est donc pas une "source" de champ électrique...



$$\langle \vec{E} \rangle = \vec{0}$$

b) Modélisation par un doublet de charges :

Considérons maintenant la modélisation la plus simple d’un dipôle électrostatique : le **doublet de charges**, qui consiste en l’association de deux charges opposées séparées d’une distance d .

Notons N le point portant la charge négative $-q$ et P celui portant la charge positive $+q$. Les propriétés du doublet de charges sont décrites à partir d’un vecteur appelé **moment dipolaire** défini par^a :

$$\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$$

a. Attention : contrairement au champ électrique \vec{E} , il est orienté dans le sens des potentiels croissants.

c) Ordres de grandeur :

Au niveau microscopique, la charge est de l’ordre de la charge de l’électron : $e = 1.6 \times 10^{-19}C$ et la distance est de l’ordre de la distance interatomique dans une molécule, soit $d \simeq 10^{-10}m$, d’où :

$$p \simeq e \times d = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-10} \simeq 10^{-29} C.m$$

Dans le système international, le moment dipolaire s'exprime en coulomb mètre ($C.m$), mais une autre unité, particulièrement adaptée à l'échelle moléculaire et atomique, le **debye** (de symbole D) est également utilisée puisqu'elle correspond davantage aux ordres de grandeur des moments dipolaires :

$$1D = 3.34 \times 10^{-30} C.m.$$

Exemples : Moment dipolaire permanent de l'eau : $p_{H_2O} = 1.85 D$, et du chlorure d'hydrogène $p_{HCl} = 1.08 D$. Ces valeurs sont plus faibles que 10^{-29} car les charges sont partielles et sont donc notées $\pm\delta$.



d) **Notions de piézoélectricité** : certains cristaux comme le quartz de formule chimique SiO_2 ont la propriété de présenter une différence de potentiel entre leurs extrémités lorsqu'on leur applique une contrainte (cf fig.a ci-dessous). Ce phénomène est dû à une **séparation locale du barycentre des charges positives et des charges négatives** lors de l'application d'une contrainte (cf fig.b). Il apparaît ainsi localement un dipôle, et donc un champ électrique. Les dipôles étant tous parallèles car agencés dans un cristal, on obtient un champ de valeur macroscopique qui peut même atteindre des valeurs très importantes. En effet, dans certains briquets par exemple, cet effet est utilisé pour produire une étincelle, ce qui signifie que la valeur du champ créé excède localement le champ disruptif de l'air de quelques $MV.m^{-1}$.

L'effet piezoélectrique est **réversible** de sorte qu'on peut également appliquer une différence de potentiel entre les faces d'un cristal piézoélectrique afin de contrôler très finement son épaisseur. Ce type d'actionneur ultra-précis est notamment utilisé couramment pour contrôler la longueur des cavités lasers.

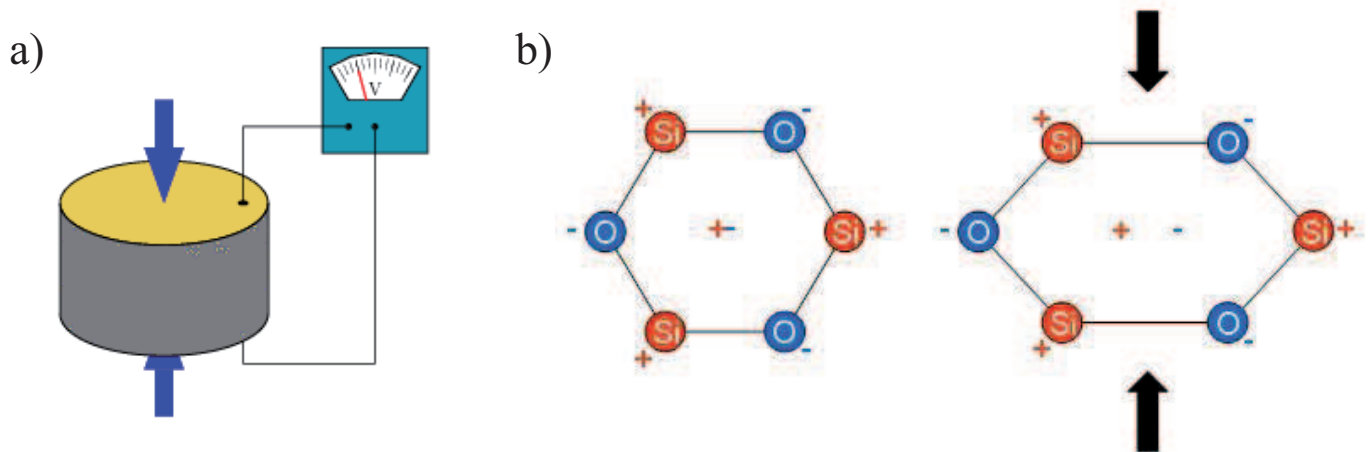


FIGURE 2 – Illustration de l'effet piézoélectrique a) au niveau macroscopique, b) au niveau microscopique.

I.2 Champ et potentiel dipolaires électriques

a) Champ électrostatique d'un doublet

- *Choix du système de coordonnées*

On utilise pour ce problème les coordonnées sphériques car il n'y a pas d'invariance par translation le long de l'axe z du dipôle. On prend comme origine O le milieu du doublet, et comme axe Oz l'axe passant par les deux charges. Le point M est repéré par son vecteur position $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

- *Invariances*

La distribution de charge est invariante par rotation autour de Oz . Le champ électrostatique ne dépend pas de φ , et donc seulement de r et θ , ce qui permet une représentation en polaire du champ :

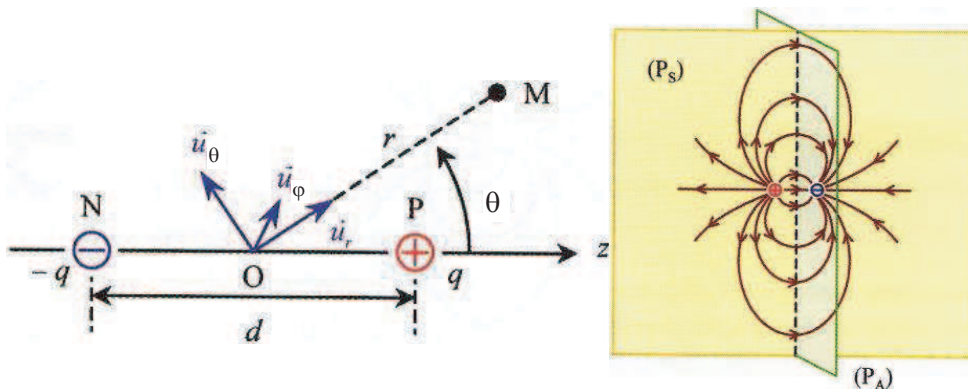
$$\vec{E}(M) = \vec{E}(r, \theta)$$

- *Symétries*

Le plan contenant l'axe Oz et le point M est un plan de symétrie de la distribution de charges. Le champ électrostatique en M est contenu dans ce plan. Il ne possède pas de composante selon \vec{u}_φ , donc :

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta) \vec{u}_r + E_\theta(r, \theta) \vec{u}_\theta$$

Le plan médiateur du doublet est un plan d'antisymétrie : au niveau de ce plan, les lignes de champ sont orthogonales à ce dernier et orientées de la charge positive vers la charge négative.



- *Expression du champ*

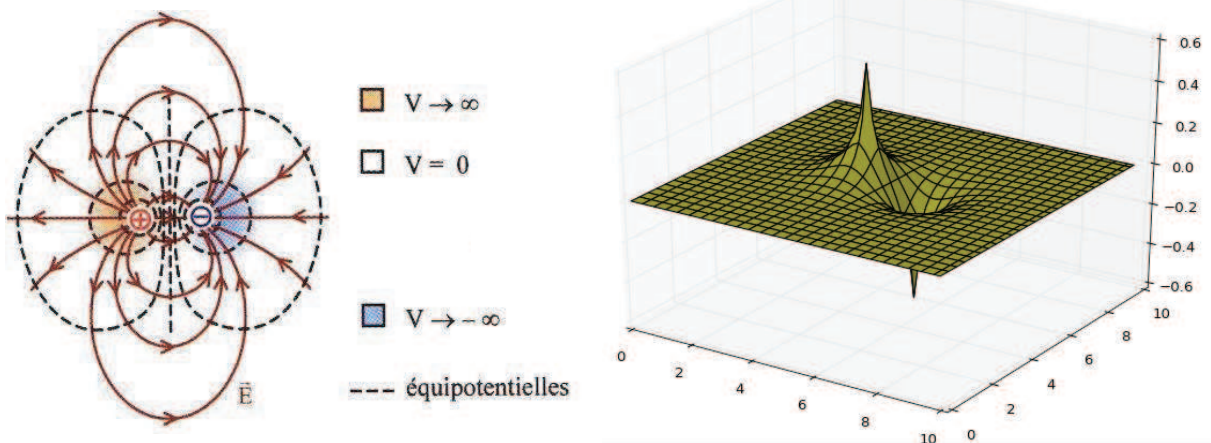
Le champ en M est la somme des champs créés par P et N en M (d'après la loi de Coulomb et le théorème de superposition) :

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\overrightarrow{PM}}{||\overrightarrow{PM}||^3} - \frac{\overrightarrow{NM}}{||\overrightarrow{NM}||^3} \right)$$

Il est en revanche assez délicat de formuler ce champ à partir des coordonnées sphériques de M , car la décomposition des vecteurs \overrightarrow{PM} et \overrightarrow{NM} est compliquée dans ce système. Il est plus simple de travailler sur le potentiel électrostatique, qui est une grandeur scalaire.

b) Potentiel électrostatique d'un doublet

Sur la représentation plane, les équipotentiels apparaissent orthogonales aux lignes de champ en tout point. Sur la représentation à trois dimensions obtenue avec python, le potentiel diverge au niveau des charges et tend vers zéro à l'infini.



c) Potentiel à grande distance (approximation dipolaire)

Définition

Approximation dipolaire : cadre d'étude pour lequel toutes les grandeurs ont des variations faibles à l'échelle du dipôle :

$$r \gg d$$

Dans ce cadre, il est possible de donner du potentiel un développement limité valable lorsque la distance r qui sépare le point M du doublet est très supérieure à la taille d de celui-ci :

Pour une charge ponctuelle, le potentiel décroît en $\frac{1}{r}$. Pour un doublet, il décroît en $\frac{1}{r^2}$, donc plus vite que pour une charge ponctuelle. Ceci s'explique par le fait que la charge globale est nulle : le potentiel créé par une des charges est en partie compensé par le potentiel créé par la charge opposée.

d) Champ électrostatique à grande distance (approximation dipolaire)

On peut calculer le champ électrostatique engendré par un doublet en utilisant la relation entre champ et potentiel en coordonnées sphériques :

On retrouve ainsi les lignes de champ tracées dans la partie gauche de la figure précédente.

Le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle décroît en $\frac{1}{r^2}$, celui créé par un doublet en $\frac{1}{r^3}$. Ceci s'explique par le fait que la charge globale est nulle : le champ créé par une des charges est en partie compensé par le champ créé par la charge opposée.

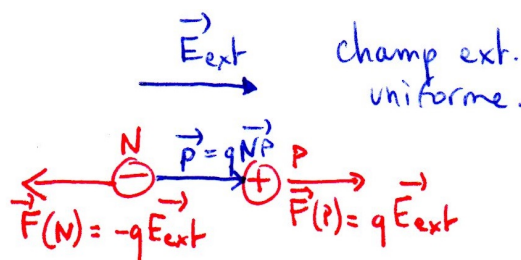
I.3 Actions d'un champ extérieur sur un dipôle électrique rigide et permanent

Lorsqu'un doublet de charges est placé dans un champ électrostatique extérieur \vec{E}_{ext} , il subit différents effets qui résultent des forces exercées sur les charges qui le constituent. Nous supposons dans la suite que le doublet est rigide, ce qui signifie que sa longueur d est **constante**, et qu'il est permanent, c'est à dire que la norme de son moment dipolaire est indépendante du temps.

a) Résultante des forces

Le doublet est soumis à deux forces appliquées en N et P :

$$\vec{F}(N) = -q\vec{E}_{ext}(N) \quad \text{et} \quad \vec{F}(P) = q\vec{E}_{ext}(P)$$



La résultante s'écrit : $\sum \vec{F}_{ext} = q [\vec{E}_{ext}(P) - \vec{E}_{ext}(N)]$

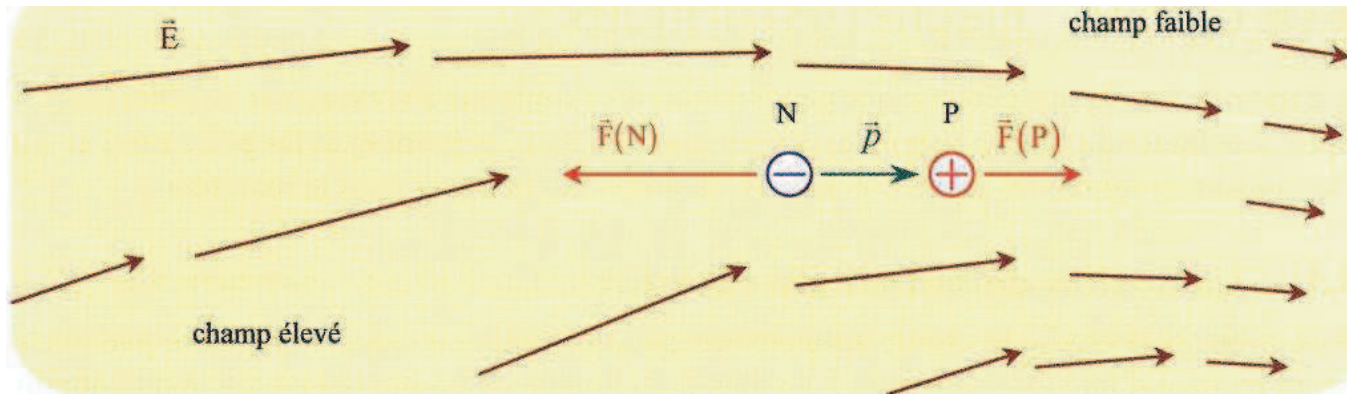
- **Champ extérieur uniforme**

Si le champ électrostatique extérieur est uniforme : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

La résultante des forces est alors nulle. Un champ extérieur uniforme n'a pas pour effet de déplacer le doublet.

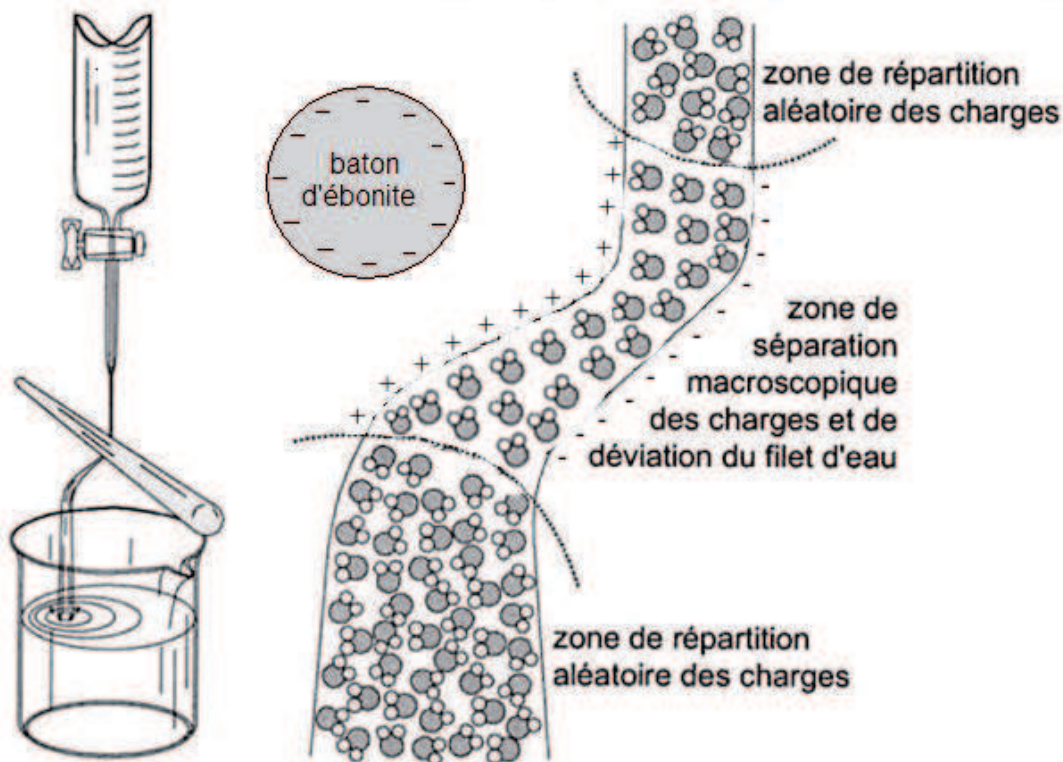
- **Champ extérieur non uniforme**

La résultante des forces appliquées au dipôle n'est pas nulle dans un champ non uniforme. Cependant, dans le cadre de l'**approximation dipolaire** pour laquelle la distance de variation du champ est grande devant la taille du dipôle, la résultante des forces reste « faible ».



Un dipôle dans un tel champ aura tendance à se déplacer vers la zone de champ fort. En effet, la charge située du côté où le champ est le plus élevé subit une force plus importante dirigée vers cette zone de champ fort.

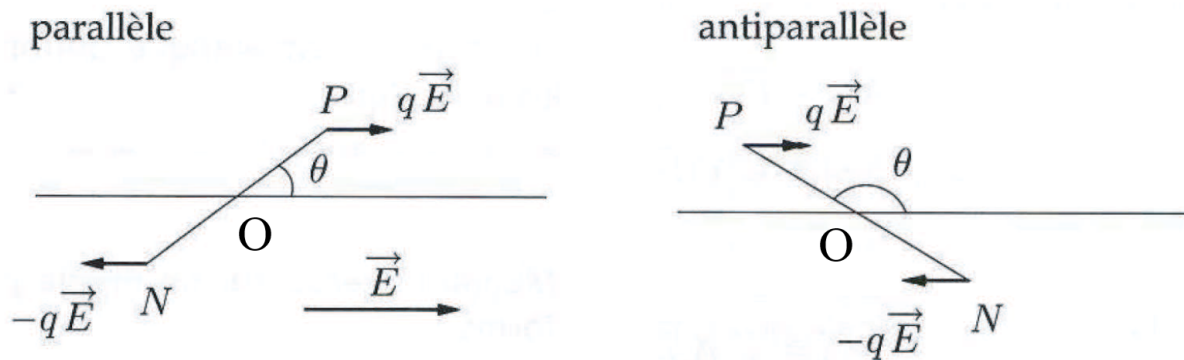
Expérience : Un barreau de plexiglas ou d'ébonite chargé électrostatiquement par frottement dévie un filet d'eau (les "+" sont attirés par les "-").



b) Moment des forces (dans l'approximation dipolaire)

Les deux forces s'exerçant sur le dipôle n'ont pas le même point d'application, de sorte qu'elles présentent un moment non nul par rapport au centre O du doublet.

Toujours dans le cadre de l'approximation dipolaire, les champs en P et N sont quasiment égaux, donc $\vec{E}(N) \simeq \vec{E}(P)$, et le champ peut être assimilé à un champ uniforme, égal à \vec{E}_{ext} .



Ce résultat est valable si le champ extérieur est uniforme, mais aussi si l'extension du dipôle est faible devant la distance caractéristique des variations du champ extérieur. On constate que ce moment est indépendant du point O par rapport auquel il est calculé.

Propriété

Le moment des forces qui s'exercent sur le dipôle a pour effet de le faire tourner de sorte à aligner \vec{p} et \vec{E}_{ext} .

Pour que le moment s'annule, le dipôle doit s'aligner sur le champ électrostatique (\vec{p} et \vec{E}_{ext} colinéaires). Deux positions d'équilibre apparaissent ainsi. Un schéma permet de se convaincre que la position obtenue avec \vec{p} et \vec{E}_{ext} dans le même sens ("parallèle") est stable, tandis que celle où leur sens sont opposés ("antiparallèle") est instable. Nous allons retrouver ce résultat à partir de l'énergie potentielle.

c) Énergie potentielle (dans l'approximation dipolaire)

On désigne par V_{ext} le potentiel électrostatique correspondant au champ \vec{E}_{ext} .

L'énergie potentielle du doublet dans ce champ extérieur, toujours dans l'approximation dipolaire s'écrit :

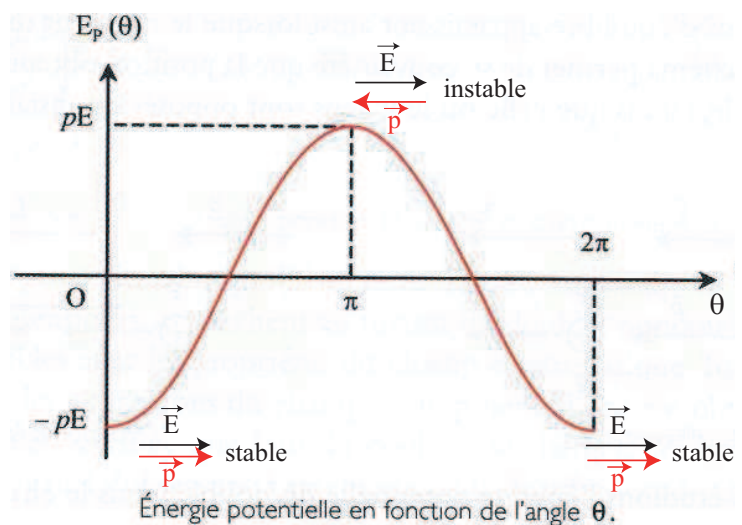
Là encore, ce résultat est valable si le champ extérieur est uniforme, mais aussi dans le cadre de l'approximation dipolaire.

En notant $\theta = (\vec{E}_{ext}, \vec{p})$, on a

$$E_p = -pE_{ext}\cos\theta$$

Sur l'intervalle $[0; 2\pi[$, le tracé de l'énergie potentielle en fonction de θ fait apparaître un minimum en 0 correspondant à une position d'équilibre stable, et un maximum en π correspondant à une position d'équilibre instable.

Ce résultat est cohérent avec les résultats précédents : le système a tendance à minimiser son énergie potentielle, d'une part en s'alignant sur les lignes de champ, puis en se déplaçant vers les zones où E_{ext} est le plus élevé.



d) Force (dans l'approximation dipolaire, avec dipôle rigide et permanent))

On peut déduire l'expression de la force s'exerçant sur le dipôle dans un champ extérieur à partir de celle de l'énergie potentielle¹ :

1. On notera que la formule générale de la force s'écrit : $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{E}_{ext}$, mais que celle-ci sort du cadre du programme car elle est plus compliquée à utiliser et n'est pas nécessaire tant que le dipôle est permanent.

II Dipôle magnétique

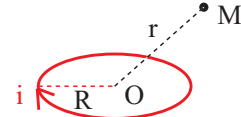
II.1 Dipôle magnétique et moment dipolaire magnétique

On rappelle que le plus petit élément magnétique est le dipôle car il n'existe pas de monopole magnétique.

Définition

Un dipôle magnétique est une boucle de courant "petite" à l'échelle d'observation.

Une spire de rayon R parcourue par un courant i constitue donc un dipôle magnétique à grande distance $r \gg R$.



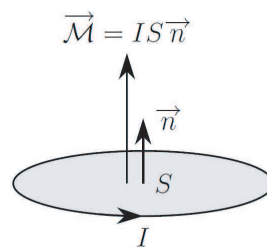
La grandeur permettant de caractériser un dipôle magnétique est le moment dipolaire magnétique ou **moment magnétique** $\vec{\mathcal{M}}$.

Définition

Le moment dipolaire magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ d'un circuit filiforme plan est défini par

$$\vec{\mathcal{M}} = I \vec{S}$$

où I est l'intensité du courant et $\vec{S} = S\vec{n}$ est le vecteur surface de la distribution, orienté à partir de I d'après la règle du tire-bouchon.



II.2 Champ magnétique créé à grande distance par un dipôle magnétique

En comparant les cartes de champ à grande distance, c'est à dire dans l'**approximation dipolaire**, obtenues avec un dipôle électrique (doublet de charges $+q$ et $-q$) et une spire de courant, de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$, on constate que les lignes de champ magnétique sont tout à fait semblables.

On va alors décrire le champ magnétostatique créé par la spire par analogie avec le champ électrostatique créé par le dipôle électrique :

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{2p \cos \theta}{r^3} \leftrightarrow B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2\mathcal{M} \cos \theta}{r^3} \quad \text{et} \quad E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{p \sin \theta}{r^3} \leftrightarrow B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{\mathcal{M} \sin \theta}{r^3}$$

Les expressions en coordonnées sphériques et intrinsèque (à ne pas connaître) du champ magnétostatique s'écrivent donc :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta) \quad \left(\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{3(\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{r}) \vec{r} - \vec{\mathcal{M}} r^2}{r^5} \right)$$

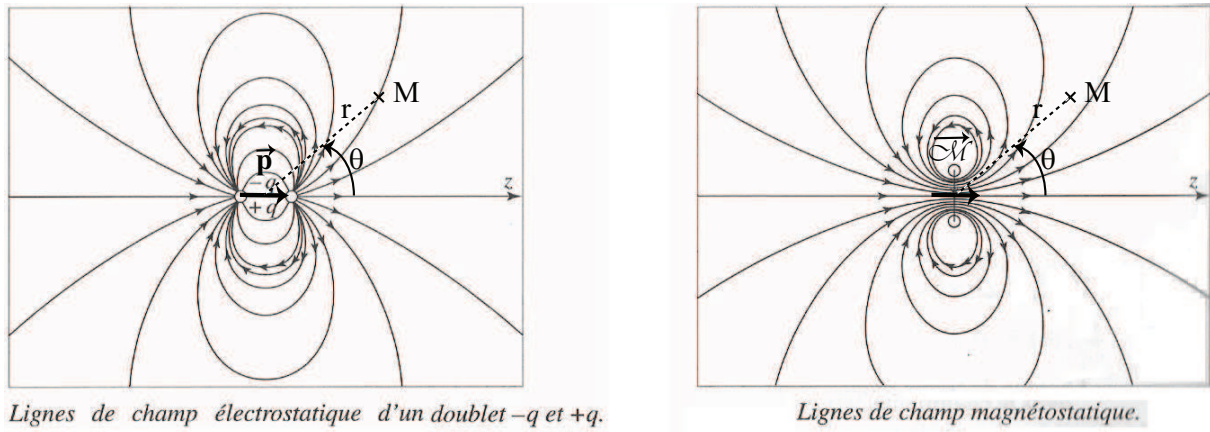


FIGURE 3 – Comparaison des lignes de champ créées par un doublet de charges (à gauche) et par une spire circulaire (à droite).

Remarque

On notera qu'il n'existe pas d'analogie parfaite entre les deux types de dipôles puisque le dipôle magnétique ne correspond pas à un doublet de "charges magnétiques". Ainsi, les sources ultimes du magnétisme de la matière sont des dipôles magnétiques.

II.3 Exemples concrets de dipôles magnétiques

a) Aimants permanents

On constate également que le champ magnétique créé par un aimant à grande distance possède la même géométrie que celui créé par un dipôle magnétique.

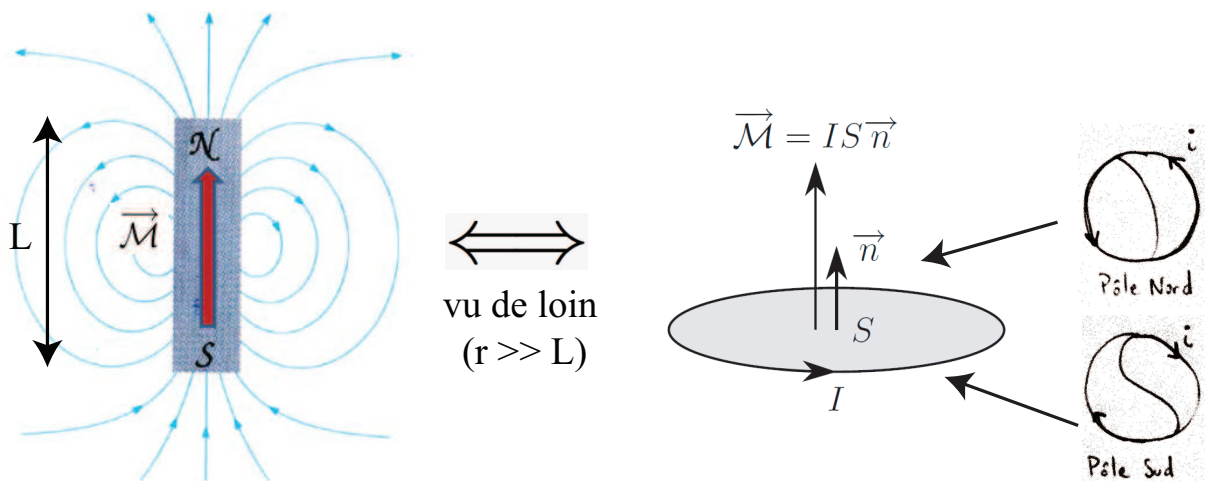


FIGURE 4 – En première approximation, un aimant peut être assimilé à un dipôle. Le moment magnétique est orienté du pôle Sud au pôle nord, et le champ magnétique \vec{B} "sort par la face nord". On retrouve ainsi le moyen mnémotechnique pour retrouver la polarité équivalente d'une spire parcourue par un courant.

L'origine microscopique de ce phénomène provient de la superposition de trois effets : le champ magnétique créé par le mouvement orbital des électrons \vec{L} autour du noyau (analogue à une spire de courant), et par le champ magnétique généré par le spin des électrons \vec{S} (analogue à une rotation des électrons sur eux-mêmes) et le spin nucléaire \vec{I} :

$$\vec{M} = \vec{L} + \vec{S} + \vec{I} \simeq \vec{L}$$

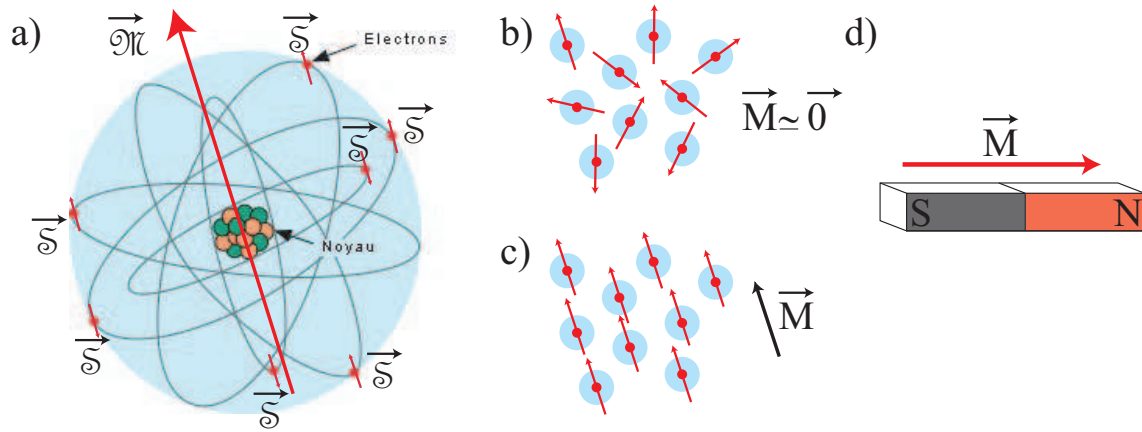


FIGURE 5 – a) Origine microscopique de l'aimantation : moment magnétique orbital et spin des électrons. b) matériau non magnétique, c) matériau magnétique. d) Aimant permanent.

On distingue alors les matériaux magnétiques pour lesquels les dipôles magnétiques microscopiques sont alignés dans une direction privilégiée (comme les aimants), et les matériaux non magnétiques pour lesquels les dipôles sont orientés de façon aléatoire².

Propriété

Ainsi, un barreau aimanté, lui-même constitué de petits dipôles alignés, se comporte également comme un dipôle magnétique à grande distance.

b) Estimation du moment magnétique d'un aimant

Essayons maintenant d'estimer l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant permanent en se basant sur le modèle microscopique précédent.

- Calcul du moment magnétique associé au mouvement orbital d'un électron

2. Dans ce cas, l'agitation thermique domine par rapport à l'effet d'ordre alignant les dipôles dans la même direction. Pour les matériaux magnétiques, on distingue les matériaux *ferromagnétiques* (Fer, oxydes de Fer), dont l'aimantation reste importante même sans la présence d'un champ magnétique, ce sont les aimants, et les matériaux *paramagnétiques* (Aluminium) dont l'aimantation redevient nulle sans la présence d'un champ extérieur.

- Ordre de grandeur du champ magnétique produit :

c) Moment magnétique terrestre

De même, on constate que la Terre se comporte comme un dipôle magnétique, et produit un champ magnétique dont la norme vaut actuellement $47\mu T$ en France. Ce phénomène trouve son origine dans les mouvements des alliages de fer et de nickel en fusion dans la partie liquide du noyau de la Terre.

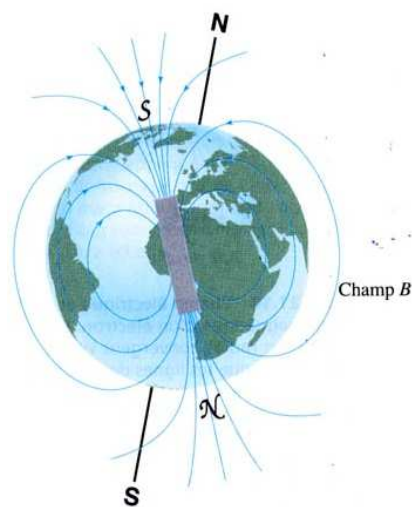


FIGURE 6 – De même les mouvements de convection dans le noyau métallique terrestre génèrent une distribution de courant dipolaire à grande distance du noyau.

Remarque

- Suite à une erreur historique, le pôle Nord magnétique terrestre est en réalité un pôle de magnétisme « sud » qui attire le pôle « nord » de l'aimant que constitue l'aiguille de la boussole.
- Le champ magnétique terrestre génère la magnétosphère, qui nous protège des rayonnements ionisants expulsés par le soleil dans le vent solaire (cette protection n'est pas uniforme, comme nous l'avons déjà vu, puisque les particules chargées émises par le soleil "s'enroulent" autour des lignes de champ et qu'elles parviennent au niveau des pôles en générant des aurores boréales).
- Le champ magnétique terrestre s'inverse de façon irrégulière pour des raisons encore peu connues^a. Cette inversion permet cependant de dater les roches magnétiques en fonction de la direction de leur aimantation.

a. C'est l'objet de l'expérience VKS (Von Karman Sodium) du CEA Cadarache.

II.4 Actions d'un champ extérieur sur un dipôle magnétique

a) Résultante des forces de Laplace

• Champ extérieur uniforme

En présence d'un champ magnétique extérieur \vec{B}_0 uniforme, la résultante des forces de Laplace sur un circuit fermé quelconque s'écrit, sachant que le courant I est également uniforme dans tout le circuit :

$$\vec{F}_L = \oint_C I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_0 = I \left(\underbrace{\oint_C d\vec{\ell}}_{=\vec{0}} \right) \wedge \vec{B}_0 = \vec{0}$$

• Champ extérieur non uniforme

Dans le cas d'un champ magnétique extérieur non uniforme, la résultante est non nulle et tend à déplacer le dipôle magnétique vers les zones de fort champ magnétique, comme en témoigne l'exemple de la figure ci-dessous.

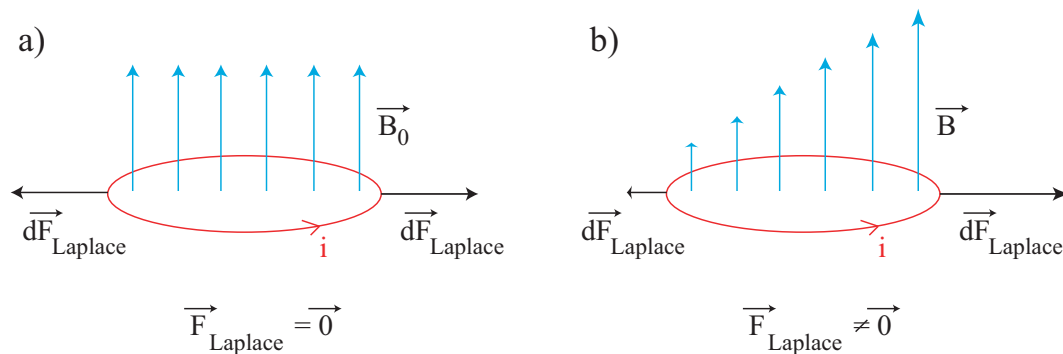
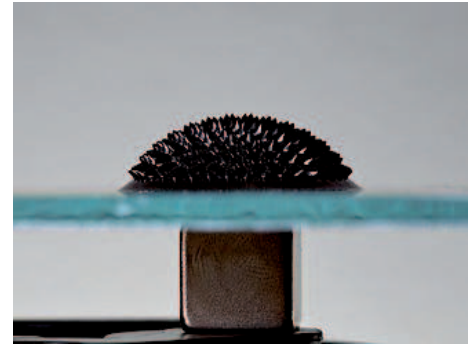


FIGURE 7 – Résultante des forces de Laplace sur une spire de courant dans un champ magnétique extérieur a) uniforme, et b) non uniforme.

D'après l'exemple montré ci-dessus, on retiendra qu'un dipôle magnétique est attiré vers les zones de champ magnétique fort, comme pour un dipôle électrostatique.

Un magnifique effet de cette force peut être visualisé avec des ferrofluides (particules magnétiques d'une dizaine de nanomètre de long, se comportant comme de petits dipôles magnétiques, en suspension dans une solution aqueuse par exemple). Ces particules sont attirées par le champ d'un aimant. La surface du fluide se déforme alors sous l'effet de la compétition entre la force magnétique et la force de tension superficielle, conduisant à la formation de pointes.



b) Moment des forces de Laplace

Propriété

Lorsqu'un circuit de moment magnétique \vec{M} est plongé dans un champ magnétique uniforme, le couple exercé sur le circuit s'écrit :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}_0$$

Ce couple tend à aligner \vec{M} et \vec{B} .

Remarque

|| C'est le principe de fonctionnement des boussoles. La boussole est un petit dipôle qui s'oriente dans le sens du champ magnétique terrestre et repère le pôle nord géographique.

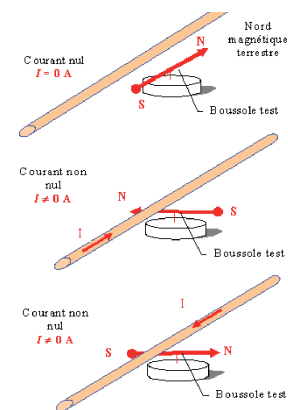
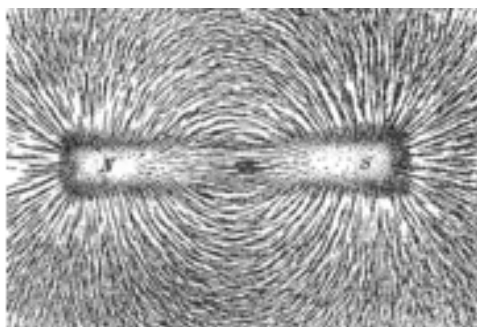
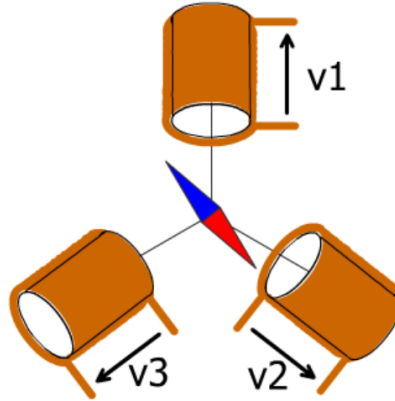


FIGURE 8 – La limaille de fer ayant des propriétés magnétiques (moment dipolaire non nul), elle s'oriente le long du champ magnétique et permet d'observer les lignes de champ magnétique. C'est sur ce principe que fonctionne les boussoles, qui possèdent un moment magnétique permanent. Oersted a montré cet effet en présence du champ magnétique créé par un fil.

Expérience d'Oersted : une aiguille aimantée s'oriente le long du champ magnétique créé par un fil (ancêtre du galvanomètre).

Expérience illustrant le principe d'un moteur électrique : une aiguille aimantée est mise en rotation dans un champ magnétique \vec{B} tournant produit par des bobines alimentées par des courants déphasés (3 bobines avec des courants déphasés de $2\pi/3$ ou 2 bobines avec des courants déphasés de $\pi/2$).



c) Énergie potentielle d'interaction entre un dipôle magnétique et un champ permanent

On admettra que l'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle magnétique permanent de moment magnétique \vec{M} et le champ magnéostatique \vec{B} s'écrit :

$$\boxed{\mathcal{E}_P = -\vec{M} \cdot \vec{B}}$$

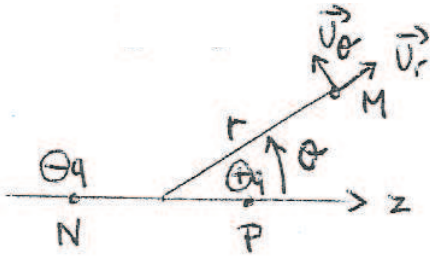
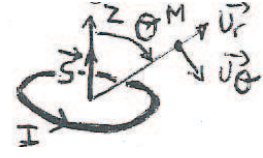
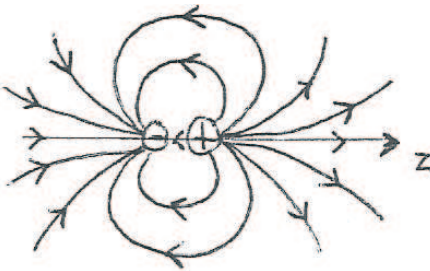
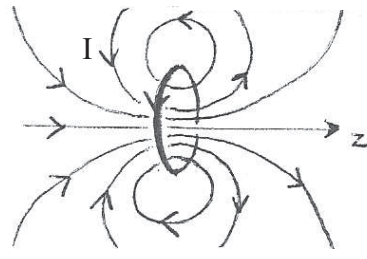
d) Force (approximation dipolaire, avec dipôle rigide et permanent))

On peut déduire l'expression de la force s'exerçant sur le dipôle dans un champ extérieur à partir de celle de l'énergie potentielle :

$$\boxed{\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{M} \cdot \vec{B}_{ext})}$$

Conclusion

Les principaux résultats de ce chapitre peuvent être regroupés dans le tableau ci-dessous, montrant les très grandes similarités entre dipôles électrique et magnétique.

	Electrostatique	Magnétostatique
Dipôle	Électrique : doublet de charges $\vec{p} = q\vec{NP}$ 	Magnétique : boucle de courant $\vec{M} = I\vec{S}$ 
Approximation dipolaire	$r \gg$ taille du dipôle	$r \gg R_{spire}$
Champ loin du dipôle	$\vec{E}_{dipôle} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \vec{u}_r + \sin\theta \vec{u}_\theta)$	$\vec{B}_{dipôle} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2\cos\theta \vec{u}_r + \sin\theta \vec{u}_\theta)$
Potentiel loin du dipôle	$V_{dipôle} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{\vec{M} \wedge \vec{r}}{r^3}$ (H.P.)
Représentation des lignes de champ		
Couple exercé par un champ extérieur	$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$	$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$
Énergie potentielle dans un champ extérieur (dipôle permanent)	$\mathcal{E}_P = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	$\mathcal{E}_P = -\vec{M} \cdot \vec{B}$
Force (dipôle permanent)	vers les zones de champs forts $\vec{F} = -\text{grad} \mathcal{E}_P = \text{grad} (\vec{p} \cdot \vec{E})$	vers les zones de champs forts $\vec{F} = -\text{grad} \mathcal{E}_P = \text{grad} (\vec{M} \cdot \vec{B})$