

## TD n°7bis - Induction - Correction des exercices en autonomie

### 1 Pince Ampèremétrique

1. La distribution de courant dans la bobine torique est invariante par rotation autour de l'axe  $Oz$ , et donc le champ  $\vec{B}$  ne dépend pas de  $\theta$ . De plus, tout plan passant par un point  $M$  à l'intérieur du tore, et passant par l'axe  $Oz$ , est plan de symétrie de la distribution de courants, donc le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan, et donc dirigé suivant le vecteur  $\vec{u}_\theta$ . On en déduit donc :

$$\vec{B} = B_\theta(r, z) \vec{u}_\theta$$

2. Appliquons le théorème d'Ampère<sup>1</sup> sur un cercle centré sur l'axe  $Oz$ , de rayon  $r$ , et situé à la hauteur  $z$  dans le tore, tournant dans le sens trigonométrique autour de l'axe  $Oz$  (avec cette orientation, les courants traversant le contour sont comptés positivement) :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B_\theta(r, z) = \mu_0 \sum I_{\text{enlacés}} = \mu_0 Ni + \mu_0 I$$

On en déduit que le champ magnétique est finalement indépendant de  $z$  à l'intérieur du tore, et s'écrit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0(Ni + I)}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

3. Le flux magnétique  $\varphi$  à travers une seule spire est donné par :

$$\varphi = \int_{r=a}^{2a} \int_{z=0}^a \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi} (Ni + I)$$

Le flux total  $\phi$  à travers les  $N$  spires est donc donné par :

$$\phi = \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi} (N^2 i + NI)$$

Or la loi des mailles sur le circuit portant la bobine permet d'écrire<sup>2</sup> :  $e = (R + r_0)i$ , avec  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ .  
On en déduit

$$(R + r_0)i = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln(2) \frac{d}{dt} (N^2 i + NI) \approx -\frac{\mu_0 a N}{2\pi} \ln(2) \frac{dI}{dt}$$

soit<sup>3</sup>

$$i_m \cos(\omega t + \psi) = \frac{\mu_0 a N}{2\pi(R + r_0)} \ln(2) \omega I_m \sin(\omega t)$$

Le déphasage  $\psi$  est donc fixé à  $\psi = +\pi/2$  et l'on a

$$\frac{i_M}{I_M} = \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi(R + r_0)} N \omega$$

1. On se place dans le cadre de l'ARQS, donc on peut négliger le courant de conduction, ce qui revient à considérer que le champ électrique créé par les variations du champ magnétique est très faible.

2. On notera qu'on ne néglige pas pour l'instant le coefficient d'autoinduction de la bobine puisque la présence de  $i$  correspond à la prise en compte du flux propre.

3. L'approximation qui consiste à négliger le terme en  $Ni$  devant  $I$  correspond justement à négliger le coefficient d'auto-induction, comme nous montrerons dans la question 4.

4. Un tel dispositif permet de mesurer l'amplitude d'un signal sinusoïdal sans insérer un ampèremètre dans le circuit, soit parce que le circuit ne peut être débranché, soit car le courant est trop important pour pouvoir y insérer un ampèremètre classique sans dommage.

La pince ampèremétrique fonctionne d'autant mieux que la surface du tore est importante, pour que le flux du champ créé à l'intérieur de celle-ci soit le plus important possible. Ceci explique que  $i_M$  augmente avec  $a$ . Il faut également le plus grand nombre de tours de fils possible, pour les mêmes raisons. Plus la fréquence est importante, plus la détection est bonne, avec une détection nulle en régime statique. C'est la variation du champ magnétique induit qui génère un courant dans la pince. Finalement, le courant mesuré sera d'autant plus grand que le courant à mesurer l'est, et d'autant plus grand que les résistances du dispositif sont faibles.

La position du fil dans la bobine torique n'est absolument pas critique ; la mesure sera identique tant que le fil passe à l'intérieur du tore. Ceci explique encore la facilité d'utilisation de la pince ampèremétrique.

## 2 Dynamo de vélo

Lorsque la dynamo est mise en rotation au niveau de la bande de roulement de la roue du vélo, l'aimant horizontal tourne et passe donc alternativement d'une polarité à l'autre. Son champ magnétique est guidé à travers un circuit grâce à un matériau ferromagnétique. Le flux de champ magnétique à travers ce circuit varie donc dans le temps, générant ainsi un courant alternatif. C'est ce courant qui alimente l'ampoule du vélo.

On peut se reporter au site : <https://phet.colorado.edu/en/simulations/faradays-law> de façon à en simuler le fonctionnement. Il suffit de placer l'aimant dans la bobine (cf figure ci-dessous), et de retourner alternativement l'aimant en cliquant sur l'icône en bas à droite pour voir l'ampoule s'illuminer de façon intermittente.

