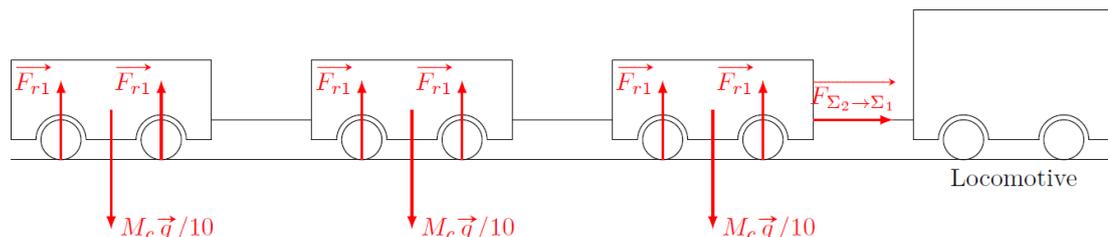


MP2 - Correction - DS n°3bis (CCS - Mines)

1 MÉCANIQUE DU TRANSPORT FERROVIAIRE (d'après CCS-MP-2024)

II.1 Démarrage du train de Trevithick

Q19. On réalise un schéma avec trois wagons :



L'application du principe fondamental de la dynamique sur le système Σ_1 , dans le référentiel de la voie ferrée galiléen donne :

$$M_c \vec{g} + 40 \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{\Sigma_2 \rightarrow \Sigma_1} = M_c \vec{a}_0$$

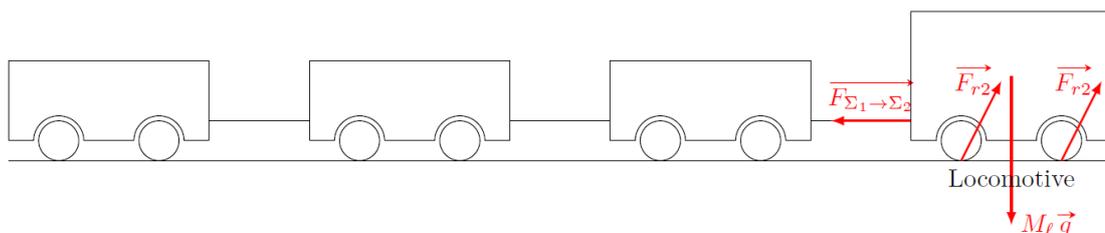
On projette cette équation sur les directions horizontale et verticale :

$$\begin{cases} M_c \vec{g} = 40 \|\vec{F}_{r1}\| \\ \|\vec{F}_{\Sigma_2 \rightarrow \Sigma_1}\| = M_c a_0 \end{cases}$$

Soit simplement :

$$\boxed{\vec{F}_{\Sigma_2 \rightarrow \Sigma_1} = M_c \vec{a}_0}$$

Q20. Schéma :



Q21. On applique le PFD sur le système Σ_2 (locomotive) dans le référentiel terrestre :

$$\vec{F}_{\Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2} + M_\ell \vec{g} + 4\vec{N}_{r2} + 4\vec{T}_{r2} = M_\ell \vec{a}_0$$

L'équation projetée sur l'axe vertical est $M_\ell g = 4 \|\vec{N}_{r2}\|$. Ainsi, horizontalement il reste :

$$4\vec{T}_{r2} = M_\ell \vec{a}_0 - \vec{F}_{\Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2}$$

$M_\ell \vec{a}_0$ comme $-\vec{F}_{\Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2}$ sont nécessairement dirigés vers l'avant, donc \vec{T}_{r2} est vers l'avant. En utilisant la troisième loi de Newton : $\vec{F}_{\Sigma_2 \rightarrow \Sigma_1} = -\vec{F}_{\Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2}$ et en reportant le résultat de la question **Q19** :

$$\boxed{\vec{T}_{r2} = \frac{M_c + M_\ell}{4} \vec{a}_0}$$

Q22. De l'égalité donnée dans l'énoncé, on en déduit :

$$\frac{M_c + M_\ell}{4} \vec{a}_0 = 0,1 f_a \frac{M_\ell g}{4} \vec{u}_x$$

où \vec{u}_x est l'axe du mouvement. Ainsi :

$$\ddot{x} = 0,1 f_a \frac{M_\ell}{M_c + M_\ell} g$$

On intègre :

$$\dot{x} = 0,1 f_a \frac{M_\ell}{M_c + M_\ell} g t + K$$

Soit $\dot{x}(0) = K$. Or $\dot{x}(0) = 0$ donc $K = 0$. La vitesse du convoi est donc :

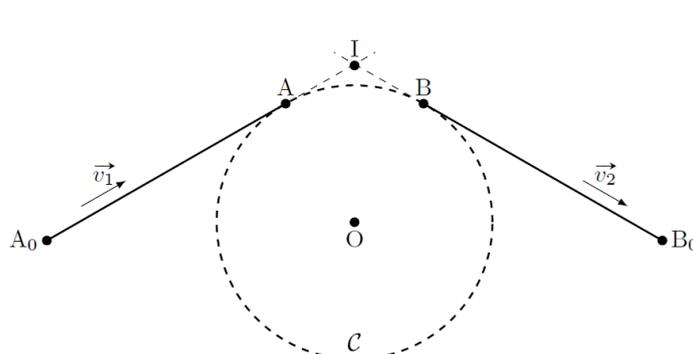
$$v_x(t) = 0,1 f_a \frac{M_\ell}{M_c + M_\ell} g t$$

La vitesse de croisière est atteinte au bout de :

$$t_0 = \frac{v_0 (M_c + M_\ell)}{0,1 f_a M_\ell g} = 208 \text{ s} = 3 \text{ min } 28 \text{ s}$$

II.2 Circulation des trains à grande vitesse (TGV)

Q23. On note I l'intersection des droites (A_0A) et (BB_0) et O le centre du cercle :



D'après l'énoncé, $\widehat{AIB} = 120^\circ$. Ainsi $\widehat{AIO} = \widehat{AIB}/2 = 60^\circ$. Puis :

$$\widehat{IOA} = 180^\circ - 90^\circ - \widehat{AIO} = 90^\circ - \widehat{AIO}$$

Dans le triangle rectangle AOH, H étant le projeté orthogonal de A sur (IO) :

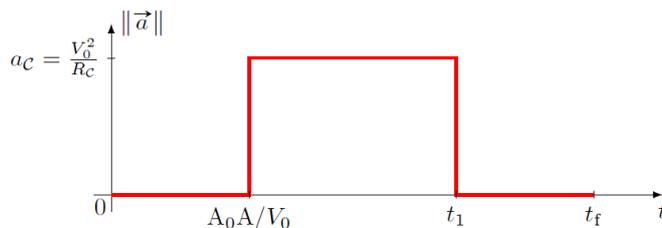
$$\frac{d_{AB}/2}{R_C} = \sin(\widehat{IOA}) = \cos\left(\frac{\widehat{AIB}}{2}\right)$$

Soit
$$R_C = \frac{d_{AB}}{2 \cos\left(\frac{\widehat{AIB}}{2}\right)}$$

Q24. Sur la ligne droite, entre A_0 et A, le mouvement étant rectiligne et uniforme, l'accélération est donc nulle. De même, entre B_0 et B, on a également $\vec{a} = \vec{0}$. Entre A et B, le mouvement est circulaire uniforme donc dans la base polaire correspondante :

$$\vec{a} = -\frac{V_0^2}{R_C} \vec{u}_r$$

Le temps nécessaire pour parcourir le segment $[A_0A]$ est A_0A/V_0 , celui pour parcourir l'arc de cercle AB est $R_C \widehat{AOB}/V_0$ avec $\widehat{AOB} = \pi/3$ rad. Enfin, le temps nécessaire pour parcourir le segment $[BB_0]$ est BB_0/V_0 . D'où le graphique :



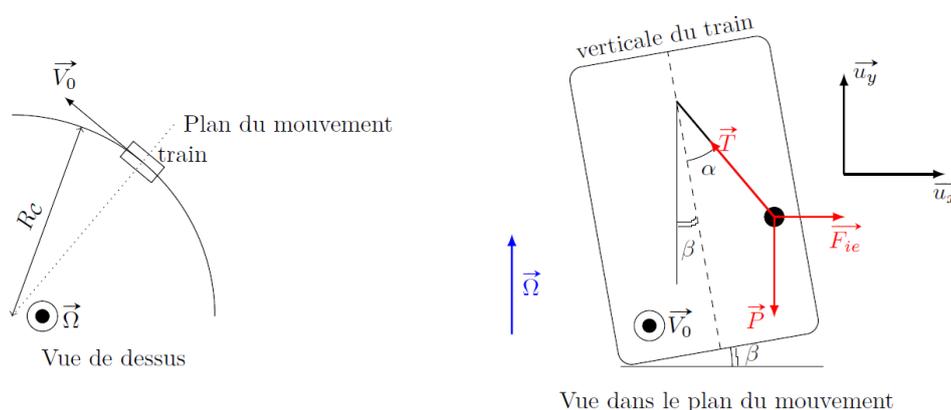
$$t_f = \frac{A_0A + R_C \widehat{AOB} + BB_0}{V_0}$$

$$t_1 = \frac{A_0A + R_C \widehat{AOB}}{V_0}$$

Q25. Application numérique :

$$a_c = \frac{V_0^2}{R_C} = \frac{V_0^2}{d_{AB}} 2 \cos\left(\frac{\widehat{AIB}}{2}\right) = 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Q26. On étudie le mouvement du pendule statique dans le référentiel non-galiléen du train, ce dernier étant en mouvement circulaire uniforme autour d'un axe fixe vertical. Faisons deux schémas de la situation :



Comme indiqué sur le schéma ci-dessus, on considère un dévers vers l'intérieur : si le rail extérieur est surélevé, $\beta > 0$, sinon $\beta < 0$. L'angle entre la verticale du train et le pendule est mesuré sur la figure 5 :

$$\tan \alpha = \frac{0,2 \text{ cm}}{4,9 \text{ cm}} \quad \text{soit} \quad \alpha = 0,041 \text{ rad}$$

On étudie le problème dans la base cartésienne horizontale $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, de sorte que :

$$\vec{g} = -g\vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{V}_0 = V_0\vec{u}_z$$

Sur la masse s'exercent :

— le poids :

$$\vec{P} = -mg\vec{u}_y$$

— la tension du fil :

$$\vec{T} = T \cos(\alpha + \beta) \vec{u}_y - T \sin(\alpha + \beta) \vec{u}_x$$

— on prend en compte le caractère non-galiléen du référentiel du train par la force d'inertie d'entraînement :

$$\vec{F}_{ie} = +m\Omega^2 R_C \vec{u}_x = +m \frac{V_0^2}{R_C} \vec{u}_x$$

— et la force d'inertie de Coriolis, nulle car le pendule est fixe dans le référentiel du train.

D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$$

On projette sur les deux coordonnées :

$$\begin{cases} m \frac{V_0^2}{R_C} = T \sin(\alpha + \beta) \\ mg = T \cos(\alpha + \beta) \end{cases}$$

Ainsi, en divisant la première équation par la seconde :

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{V_0^2}{gR_C}$$

Soit :

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_0^2}{gR_C}\right) - \alpha = 0,272 \text{ rad} = 15,6^\circ$$

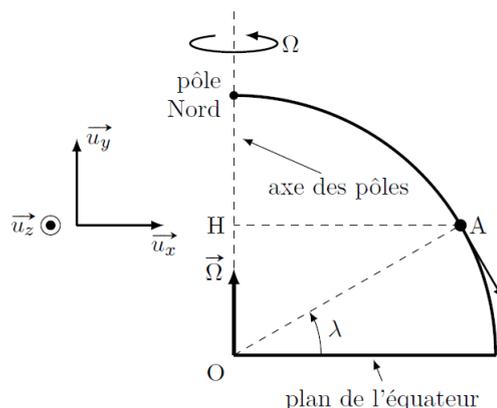
Le rail extérieur est plus haut que le rail intérieur de $15,6^\circ$ soit une surélévation de 39 cm (écartement de 140 cm).

Q27. Le référentiel terrestre a un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire :

$$\Omega_T = \frac{2\pi}{23 \text{ h } 56 \text{ min}}$$

autour de l'axe des pôles.

Q28. Faisons un schéma de la situation : \vec{V}_0 est dirigé vers le Nord le long de la surface de la Terre et Ω est dirigé selon l'axe des pôles :



On exprime la force d'inertie de Coriolis :

$$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}$$

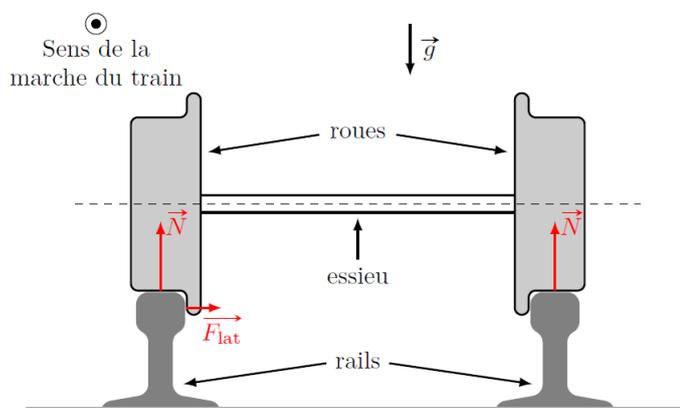
avec :

$$\vec{\Omega} = \Omega \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{v} = -V_0 \cos \lambda \vec{u}_y + V \sin \lambda \vec{u}_x$$

Soit :

$$\vec{F}_{ic} = 2m\Omega V_0 \sin \lambda \vec{u}_z$$

La force est dirigée vers l'Ouest. Ainsi, pour maintenir l'équilibre des forces dans la direction Est-Ouest, une force est exercée par le rail à l'Ouest vers l'Est :



Q29. H intervient au dénominateur : plus le matériau utilisé est dur, moins le volume abrasé est grand. F_n intervient au numérateur, plus le matériau utilisé est dur, plus le volume abrasé est grand et ce de façon proportionnelle. Le volume abrasé est enfin logiquement proportionnel à la longueur du rail.

Q30. On a :

$$[k] = \frac{[V][H]}{[F_n][d]} = \frac{L^3 \cdot M \cdot L^{-2}}{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L} = L^{-1} \cdot T^2$$

La dimension de k est $L^{-1} \cdot T^2$

Q31. Le volume d'acier abrasé sur la face supérieure d'un rail, sur une longueur $d = 500$ km de rail est :

$$V_{\text{sup}} = N \times k \frac{mg}{2NH} d = k \frac{mg}{2H} d$$

N désigne le nombre d'essieu et m la masse du train. Ainsi, chaque roue supporte $1/(2N)$ fois le poids du train. Latéralement, la force exercée sur le rail à l'Est est $F = 2m\Omega V \sin \lambda$, ce qui correspond à un volume arraché :

$$V_{\text{lat}} = k \frac{2m\Omega V_0 \sin \lambda}{H} d$$

Ainsi :

$$\frac{V_{\text{sup}}}{V_{\text{lat}}} = \frac{g}{4\Omega V_0 \sin \lambda}$$

ce rapport vaut 563 à la latitude de Lyon et 536 à la latitude de Paris.

2 STRUCTURE INTERNE DE LA TERRE (d'après CCS-PSI-2024)

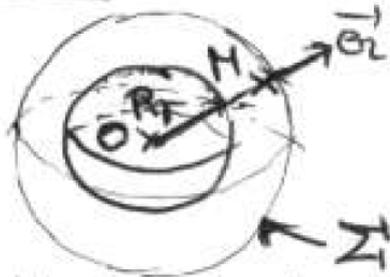
A. Préliminaire : l'analogie électrostatique - gravitation

Q.16	électrostatique	gravitation
force $\vec{F} \propto 1/r^2$	$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_{12}$ q charge	$-G m_1 m_2 \frac{\vec{e}_{12}}{r^2}$ m masse
champs	$\vec{F} = q \vec{E}$ \vec{E}	$\vec{F} = m \vec{G}$ \vec{G}
constante	$\frac{1}{\epsilon_0}$	$-4\pi G$

\Rightarrow	$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ρ : charge vol.	$\text{div } \vec{G} = -4\pi G \rho$ ρ : masse vol.
th de GAUSS	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$	$\oint \vec{G} \cdot d\vec{S} = -4\pi G m_{\text{int}}$

B. Un premier modèle gravimétrique fuste de la Terre

0.17



On utilise Σ quelconque à l'aide de coordonnées sphériques (r, θ, φ)

Le problème est à symétrie SPHÉRIQUE (invariant par toute rotation autour de O)

$$\vec{E}(r) = E(r)\vec{e}_r$$

Σ : sphère de centre O et de rayon r

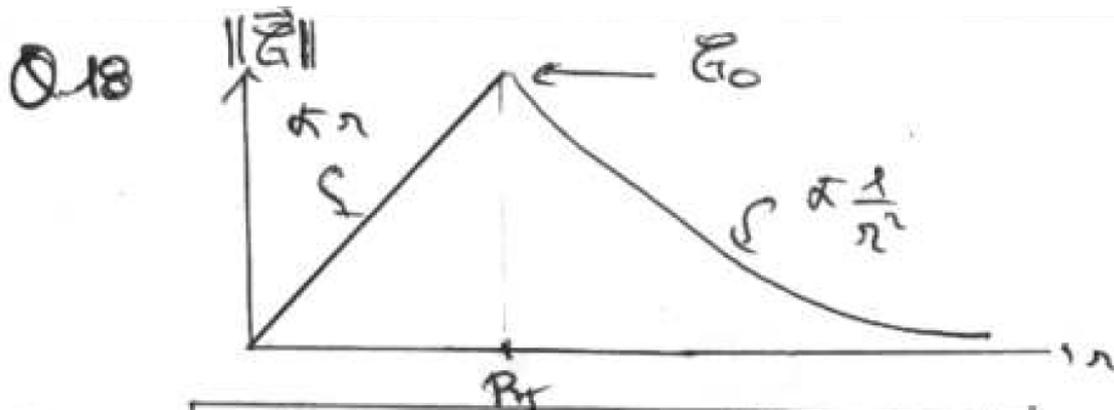
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E}(r) \cdot d\vec{S} = \oiint_{\Sigma} E(r)\vec{e}_r \cdot d\vec{S} \vec{e}_r = E(r) \underbrace{\oiint_{\Sigma} dS}_{4\pi r^2} = E(r) 4\pi r^2$$

si $r < R_T$ $m_{int} = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3$

si $r \geq R_T$ $m_{int} = \rho_0 \frac{4}{3}\pi R_T^3 = M_T$

==>
Th de GAUSS

}	$\vec{E}(r) = -\frac{4}{3}\pi G \rho_0 r \vec{e}_r = -\frac{G M_T r}{R_T^3} \vec{e}_r$ <p style="text-align: center; margin: 0;"><small>si $r \leq R_T$</small></p>
	$\vec{E}(r) = -\frac{4}{3}\pi G \rho_0 \frac{R_T^3}{r^2} \vec{e}_r = -\frac{G M_T}{r^2} \vec{e}_r$ <p style="text-align: center; margin: 0;"><small>si $r \geq R_T$</small></p>



Q.19

$$E_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24}}{(6371 \cdot 10^3)^2} = 9,814 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

C. Un second modèle (noyau + manteau) de la Terre

Q.20 D'après le th de GAUSS, E_0 ne dépend que de M_T et R_T qui sont inchangés.

Voir fin du corrigé pour autre méthode *

Q.21 On appelle l'équation de Maxwell-Gauss "gravitationnelle"

• pour $r \leq R_2$ $E_T(r) = -E_0 \frac{r}{R_2}$ (car $G_T < 0$)

$$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (-r^2 E_0 \frac{r}{R_2}) = -\frac{3E_0}{R_2} = -4\pi G \rho(r)$$

$$\Rightarrow \rho(r) = -\frac{3E_0}{4\pi G R_2} = C_1 e$$

• pour $R_2 \leq r \leq R_T$ $E_T(r) = -E_0$

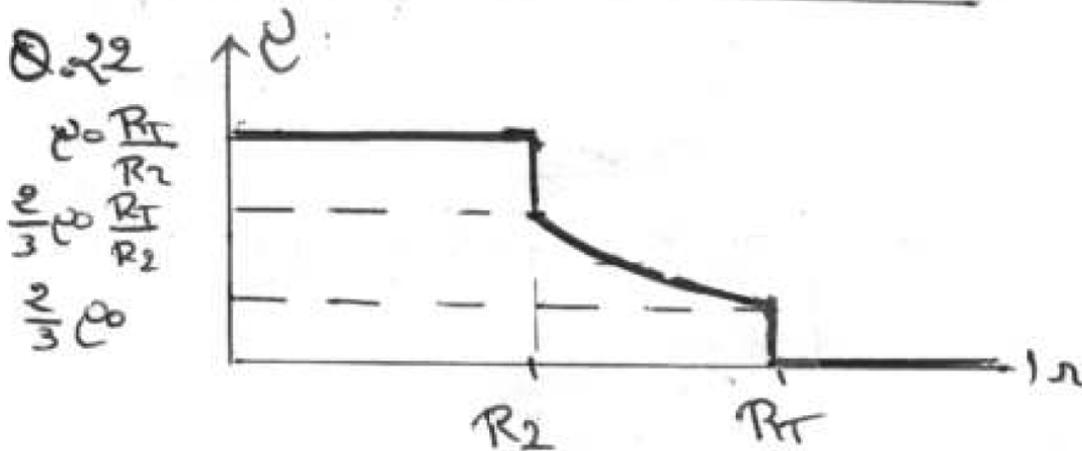
$$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (-r^2 E_0) = -\frac{2}{r} E_0 = -4\pi G \rho(r)$$

$$\Rightarrow \rho(r) = \frac{\epsilon_0}{2\pi G r}$$

$$\text{or } \epsilon_0 = \frac{G \pi T}{R_T^2} = \frac{G}{R_T^2} \frac{4}{3} \rho_0 \pi R_T^3 = \frac{4}{3} \pi \rho_0 G R_T$$

$$\Rightarrow \rho(r) = \rho_0 \frac{R_T}{R_2} \quad \text{pour } r < R_2$$

$$\text{et } \rho(r) = \frac{\pi T}{2\pi R_T^2 r} = \frac{2}{3} \rho_0 \frac{R_T}{r} \quad \text{pour } R_2 < r < R_T$$



on a aussi $\rho(R_2^-) = \rho_0 \frac{R_T}{R_2}$ $\rho(R_2^+) = \frac{2}{3} \rho_0 \frac{R_T}{R_2}$

et $\rho(R_T^-) = \frac{2}{3} \rho_0$

AN $\left[\begin{aligned} \rho(R_2^-) &= \frac{3 \pi T}{4 \pi R_T^2 R_2} = \frac{3 \times 5,572 \cdot 10^{24}}{4 \pi (6371 \cdot 10^3)^2 (3486 \cdot 10^3)} = 10 \text{ g.cm}^{-3} \\ \rho(R_2^+) &= 6,7 \text{ g.cm}^{-3} \quad \rho(R_T^-) = 3,7 \text{ g.cm}^{-3} \end{aligned} \right.$

Proches des valeurs de ρ_0 figure 3, mais le modèle $\rho(r) = \text{cte}$ pour $r < R_2$ est mis en défaut

(*) Pour retrouver l'expression de $\mu(r)$ sans utiliser l'équation locale analogue à l'équation de Maxwell-Gauss, c'est plus complexe, mais on peut également utiliser le théorème de Gauss, sachant que la distribution de masse est toujours à symétrie sphérique et donc que $\forall r$, $\vec{\mathcal{G}} = \mathcal{G}(r)\vec{u}_r$.

- Tout d'abord, pour $r \leq R_T$: le théorème de Gauss s'écrit

$$4\pi r^2 \mathcal{G}(r) = -4\pi G \int_0^r \mu(r') 4\pi r'^2 dr'$$

Comme $\mathcal{G}(r)$ est linéaire sur cette portion, le membre de gauche est proportionnel à r^3 . On en déduit directement que $\mu(r) = \mu(R_2) = cste$ dans le membre de droite, et en utilisant le fait que $\vec{\mathcal{G}}(R_2) = \vec{\mathcal{G}}_0 = -\frac{GM_T}{R_2^2} \vec{u}_r$:

$$-4\pi R_2^2 \mathcal{G}(R_2) = -4\pi G \times 4\pi \mu(R_2) \frac{R_2^3}{3} \quad \text{soit} \quad \mu(R_2) = \frac{3\mathcal{G}_0}{4\pi G R_2} = \frac{3M_T}{4\pi R_2 R_T^2} = \mu_0 \frac{R_T}{R_2}$$

Finalement, $\boxed{\mu(r \leq R_2) = \mu_0 \frac{R_T}{R_2}}$.

- Par ailleurs, pour $R_2 \leq r \leq R_T$: le théorème de Gauss s'écrit maintenant :

$$4\pi r^2 \mathcal{G}(r) = -4\pi G \left[\int_0^{R_2} \mu(R_2) 4\pi r'^2 dr' + \int_{R_2}^r \mu(r') 4\pi r'^2 dr' \right]$$

Comme $\mathcal{G}(r) = cste$, le membre de gauche est proportionnel à r^2 , et donc nécessairement dans le membre de droite, $\mu(r) \propto \frac{1}{r}$. On pose donc $\mu(r \geq R_2) = \frac{A}{r}$. On obtient, en utilisant $R_2 \leq r \leq R_T$:

$$4\pi r^2 \mathcal{G}(r) = -4\pi G \left[\mu(R_2) \frac{4}{3} \pi R_2^3 + 4\pi A \left(\frac{r^2}{2} - \frac{R_2}{2} \right) \right]$$

En identifiant les termes proportionnels à r^2 (identifier les termes constants conduit au même résultat), sachant que $\vec{\mathcal{G}}(R_2 \leq r \leq R_T) = \vec{\mathcal{G}}_0 = -\frac{GM_T}{R_T^2} \vec{u}_r$, on obtient :

$$-4\pi \mathcal{G}_0 = -4\pi G \times 2\pi A \quad \text{soit} \quad A = \frac{\mathcal{G}_0}{2\pi G} = \frac{M_T}{2\pi R_T^2}$$

Finalement, $\boxed{\mu(R_2 \leq r \leq R_T) = \frac{M_T}{2\pi R_T^2 r} = \frac{2\mu_0 R_T}{3r}}$.

3 Étude d'un microphone électrostatique

IV.A.1) Soit $M(x_M, y_M, z_M)$ un point quelconque. Les plans (Mxz) et (Myz) étant des plans de symétrie de la distribution de charges, le champ électrostatique en M sera de la forme :

$$\vec{E}(M) = E(x_M, y_M, z_M) \vec{u}_z$$

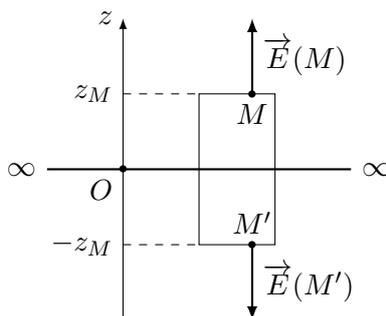
Comme il y a invariance par toute translation le long de Ox ou de Oy , on en déduit que :

$$\boxed{\vec{E}(M) = E(z_M) \vec{u}_z}$$

IV.A.2) Le plan de la base est plan de symétrie pour cette distribution de charge seule. Le champ électrostatique créé par cette distribution est donc transformé en son symétrique de part et d'autre de la base, c'est à dire, si M' est le point symétrique de M par rapport au plan de la base :

$$\boxed{\vec{E}(M') = \text{sym } \vec{E}(M) = -\vec{E}(M)}$$

IV.A.3) Soit M un point de cote $z_M > 0$. Prenons comme surface de Gauss S_G un cylindre de hauteur $2z_M$ et dont les deux bases sont deux disques de rayon r et sont placées de façon symétrique par rapport au plan chargé. Le point M est supposé appartenir à la base supérieure du cylindre.



Les contributions au flux des deux bases sont identiques et la surface latérale ne contribue pas. Nous avons donc :

$$\Phi(\vec{E}/S_G) = 2 \times \pi r^2 E(z_M)$$

De plus, comme $Q_{int} = \sigma \pi r^2$, le théorème de Gauss conduit à :

$$E(z_M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ pour } z_M > 0 \text{ et } E(z_M) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ pour } z_M < 0$$

De plus, si Q est la charge portée par l'armature de base, $\sigma = \frac{Q}{S}$ ce qui conduit à :

$$\boxed{E(z_M) = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \text{ pour } z_M > 0 \text{ et } E(z_M) = -\frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \text{ pour } z_M < 0}$$

IV.A.4)

$$\boxed{\vec{F}_e = -Q \vec{E}_{\text{base}} = -\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} \vec{u}_z}$$

Il s'agit d'une force attractive, ce qui est cohérent car les deux disques portent des charges opposées.

IV.A.5) Par définition de la capacité d'un condensateur : $Q = CU$ et donc :

$$\vec{F}_e = -\frac{C^2 U^2}{2\varepsilon_0 S} \vec{u}_z = -\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2(e+z)^2} \vec{u}_z$$

IV.C – Étude dynamique

IV.C.1) On applique le principe fondamental de la dynamique à la membrane, en projection sur \vec{u}_z :

$$m\ddot{z} = -kz - h\dot{z} - \frac{\varepsilon_0 S}{2} \frac{U(t)^2}{(e+z)^2}$$

IV.C.2) $z = z_0 + \xi(t)$ donc $\dot{z} = \dot{\xi}$ et $\ddot{z} = \ddot{\xi}$. Par conséquent :

$$m\ddot{\xi} = -k(z_0 + \xi) - h\dot{\xi} - \frac{\varepsilon_0 S}{2} \frac{(U_0 + u)^2}{(e + z_0 + \xi)^2}$$

IV.C.3) Un développement limité au premier ordre en u/U_0 et en $\xi/(e+z_0)$ permet d'écrire :

$$\begin{cases} (U_0 + u)^2 & \approx U_0^2 + 2U_0 u \\ \frac{1}{(e + z_0 + \xi)^2} & \approx \frac{1}{(e + z_0)^2} \left(1 - \frac{2\xi}{e + z_0}\right) = \frac{1}{(e + z_0)^2} - \frac{2\xi}{(e + z_0)^3} \end{cases}$$

En reportant dans l'équation précédente et en négligeant le terme proportionnel à ξu qui est un infiniment petit du deuxième ordre, nous obtenons :

$$m\ddot{\xi} = -k\xi - h\dot{\xi} - \underbrace{kz_0 - \frac{\varepsilon_0 S}{2} \frac{U_0^2}{(e + z_0)^2}}_{=0 \text{ (condition d'équilibre)}} - \varepsilon_0 S \frac{U_0 u}{(e + z_0)^2} + \varepsilon_0 S \frac{U_0^2 \xi}{(e + z_0)^3}$$

d'où :

$$m\ddot{\xi} + h\dot{\xi} + \left\{ k - \varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{(e + z_0)^3} \right\} \xi = -\frac{\varepsilon_0 S U_0}{(e + z_0)^2} u(t)$$

donc :

$$\begin{cases} k' & = k - \varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{(e + z_0)^3} \\ \alpha & = -\frac{\varepsilon_0 S U_0}{(e + z_0)^2} \end{cases}$$

Application numérique : avec $U_0 = 1,1$ kV, on obtient : $k' = 980$ N.m⁻¹ et $\alpha = -5,5 \cdot 10^{-5}$ N.V⁻¹. La valeur de α est donc très petite. Si $u(t)$ n'est pas importante, l'excitation de la membrane restera faible, donc $\xi(t)$ aussi (ce qui justifie par ailleurs le développement limité réalisé dans cette question).

IV.D – Régime sinusoïdal forcé

IV.D.1) On transpose l'équation différentielle dans le domaine complexe. Sachant que dériver par rapport au temps revient à multiplier par $j\omega$, il vient :

$$(-m\omega^2 + jh\omega + k') \underline{\xi}(t) = \alpha \underline{u}(t)$$

et donc :

$$A(j\omega) = \frac{\alpha}{k' + jh\omega - m\omega^2}$$

C'est un filtre passe-bas du second ordre.

IV.D.2) Sa fonction de transfert peut être mise sous la forme canonique :

$$A(j\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Dans notre cas : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k'}{m}} = 2\pi f_0$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{m}} \quad \text{fréquence propre du filtre}$$

A.N. : $m = \mu a S = 2,7 \text{ g}$ ce qui donne : $f_0 = 96 \text{ Hz}$.

IV.D.3) Si $f \ll f_0$, alors $A(j\omega) \approx H_0 = \alpha/k'$ et donc :

$$\xi(t) = \frac{\alpha}{k'} u_s \cos(\omega t) = \xi_m \cos(\omega t)$$

La réponse $\xi(t)$ est donc en phase avec l'excitation $u(t)$. Si on veut que $\xi_m = e/100$, alors on doit choisir :

$$u_s = \frac{k' e}{100 \alpha} = 5,3 \cdot 10^2 \text{ V}$$