

## DM n°9 - Dipôles magnétiques

### À rendre pour le mercredi 27 novembre

## 1 Du magnétisme de la matière au spin de l'électron

Afin de profiter pleinement du contenu de ce problème, il ne faudra pas hésiter à vous aider de quelques recherches sur internet. Il faudra également visualiser la vidéo située dans la rubrique DM du site de la classe pour la partie B.

Afin d'expliquer le magnétisme dans la matière, Ampère a émis l'hypothèse de l'existence de courants microscopiques nommés « courants ampériens ». Ces courants ont plusieurs origines :

- le mouvement orbital des électrons : moment magnétique orbital ;
- le spin de l'électron : moment magnétique de spin ou intrinsèque ;
- le spin des nucléons : moment magnétique nucléaire.

Cet exercice propose un modèle classique simple pour interpréter le magnétisme dû aux électrons, avant d'en évoquer les limites. On notera que le moment magnétique nucléaire est environ 1000 fois plus faible que les deux autres moments magnétiques et nous le négligerons dans toute la suite.

### A - Moment magnétique orbital

Dans le modèle de Bohr, l'électron décrit autour du noyau une trajectoire circulaire centrée sur le noyau supposé immobile et est soumis à la force centrale d'attraction du noyau.

1. Exprimer le moment magnétique  $\vec{\mu}$  généré par le mouvement orbital de la charge  $q = -e$  en fonction du moment cinétique  $\vec{L}$ , et en déduire que le rapport gyromagnétique orbital  $\gamma_l$  défini par la relation  $\vec{\mu} = \gamma_l \vec{L}$  s'écrit  $\gamma_l = \frac{-e}{2m}$ .

Ce modèle semi-classique simple, bien que donnant des résultats du bon ordre de grandeur, ne rend pas compte des résultats expérimentaux. En effet, l'expérience de Zeeman (en 1896) a montré que la projection du moment magnétique sur un axe quelconque de vecteur unitaire  $\vec{u}_z$  ne peut que prendre des valeurs discrètes.

2. Afin de rendre compte de ce phénomène, Bohr propose de quantifier le moment cinétique orbital des électrons. Rappeler cette quantification et en déduire l'expression de  $\vec{\mu}$  dans le cas de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental. On fera l'application numérique de ce moment magnétique appelé *magnéton de Bohr*  $\mu_B$ . Quel problème pose le modèle de Bohr ?

On admettra que la mécanique quantique permet de lever le problème précédent, et permet de montrer le résultat suivant : la projection du moment magnétique sur un axe quelconque de vecteur unitaire  $\vec{u}_z$  ainsi que sa norme sont quantifiées suivant les relations :

$$\begin{cases} \|\vec{L}\| = L = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)} \\ L_z = \vec{L} \cdot \vec{u}_z = m_\ell \hbar \\ \mu_z = \gamma_l L_z = \gamma_l m_\ell \hbar \end{cases}$$

où  $\ell \leq n - 1$  et  $-\ell \leq m_\ell \leq \ell$ ,  $m_\ell$  et  $\ell$  sont des entiers :

- $n$  est le nombre quantique principal ;
- $\ell$  est le nombre quantique de moment cinétique orbital, dit *azimutal* ;
- $m_\ell$  est le nombre quantique de moment magnétique orbital.

Exemples :

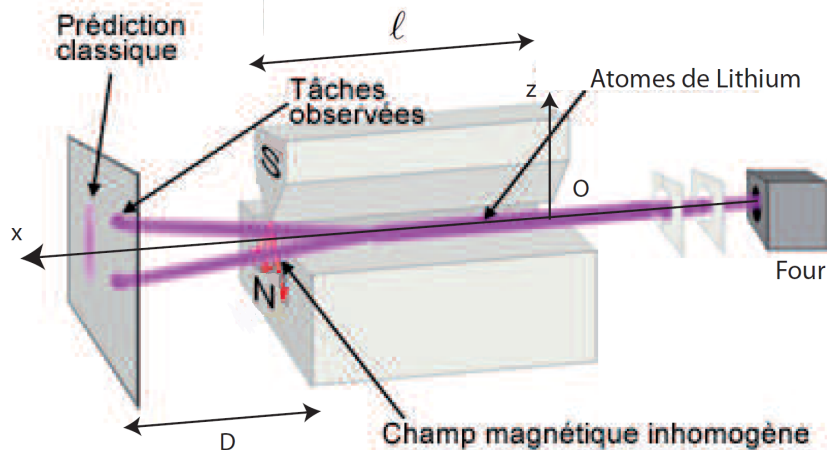
- l'Hélium a pour configuration électronique :  $[He] = 1s^2$ . Pour chacun de ses deux électrons :  $n = 1$ ,  $\ell = 0$  (qui correspond bien à une sous-couche de type  $s$ ), et  $m_\ell = 0$ , de sorte que  $\|\vec{L}\| = 0$ ,  $L_z = 0$  et  $\mu_z = 0$ .

- le Bore a pour configuration électronique :  $[B] = 1s^2 2s^2 2p^1$ . De même que précédemment, les 4 électrons des sous-couches  $s$  ne contribuent pas au moment magnétique car  $\ell = 0$  et  $m_\ell = 0$ , mais pour l'électron  $2p$  :  $n = 2$ ,  $\ell = 1$  (qui correspond bien à une sous-couche de type  $p$ ), et  $m_\ell = -1, 0$  ou  $1$ , de sorte que  $\|\vec{L}\| \neq 0$  et  $L_z$  et  $\mu_z$  sont potentiellement non nuls.
3. Donner la configuration électronique du lithium. Quel est, selon le modèle de la mécanique quantique, en vous aidant des exemples précédents, le nombre quantique orbital  $l$  puis le moment magnétique orbital de chacun des électrons du lithium puis de l'ensemble de l'atome de lithium ?

## B - Moment magnétique de spin - Expérience de Stern et Gerlach

L'expérience réalisée par les physiciens Stern et Gerlach en 1921 a permis de mettre en évidence la quantification du moment cinétique de spin des atomes (et a valu le prix Nobel de physique à O. Stern en 1943).

Dans une enceinte, où règne une faible pression, est placé un four contenant du lithium porté à la température  $T$ . Le lithium se vaporise et le gaz d'atomes obtenu se comporte comme un gaz parfait monoatomique à la température  $T$ . Un ensemble d'ouvertures pratiquées dans le four permet d'obtenir un jet d'atomes de lithium monocinétique de vitesse  $\vec{v} = v_0 \vec{u}_x$ . Le poids des atomes de lithium est négligeable dans toute cette expérience.



On règle la température  $T$  de façon à obtenir une énergie cinétique moyenne des atomes de Lithium en sortie  $E_{c,0} = 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ .

En sortie du four, le jet d'atomes de lithium passe dans une région où règne un champ magnétique inhomogène  $\vec{B} = bz \vec{u}_z$  avec  $b = 10 \text{ T.m}^{-1}$ . On admet que cette région est de longueur  $\ell = 10 \text{ cm}$  et qu'en dehors de celle-ci le champ magnétique est négligeable. On constate que le jet est dévié et que son impact sur un écran situé à  $D = 10 \text{ m}$  de la sortie de l'aimant se situe à une cote  $z_0$  non nulle. Cette déviation est explicable par le fait que les atomes de lithium sont porteurs de moments dipolaires magnétiques  $\vec{\mu}$  constants et que dans la zone où règne le champ magnétique ils sont soumis à une force magnétique<sup>1</sup> dérivant de l'énergie potentielle  $E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ .

1. Expliquer pourquoi la partie A ne permet pas d'expliquer la déviation des atomes de Lithium ? Justifier qu'on obtienne le même type de conclusion avec des atomes d'argent ( $Z = 47$ ) sachant que les règles de remplissage de Klechkowski ne s'appliquent pas tout à fait pour cet atome. En déduire que les atomes de Lithium comportent nécessairement un moment magnétique dont l'origine n'est pas liée au moment orbital des électrons de l'atome.

Pauli, en interprétant l'expérience de Stern et Gerlach, a appelé ce moment magnétique *spin*.

2. Après avoir exprimé la force magnétique, établir, en fonction de  $b$ ,  $\mu_z = \vec{\mu} \cdot \vec{u}_z$  et  $E_{c,0}$  la relation entre  $z$  et  $x$  décrivant la trajectoire d'un atome dans la région où règne le champ magnétique linéaire. On s'aidera d'un schéma. Pourquoi ne pas avoir utilisé un champ magnétique uniforme de la forme  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$  ?
3. Montrer que  $z_0 = \frac{\mu_z b \ell (\ell + 2D)}{4E_{c,0}}$ .
4. On observe sur l'écran deux taches symétriques par rapport à  $Ox$  (cf figure précédente). Que peut-on en déduire ? Pourquoi la prédiction *classique*, c'est à dire pour un moment magnétique d'origine *classique*, était une ligne verticale et non les deux taches observées ?

1. On notera que cette force est constante dans l'entrefer de l'aimant car les dipôles magnétiques n'ont pas le temps de s'aligner avec  $\vec{B}$ .

5. On mesure  $z_0 = \pm 3mm$ . Calculer la composante  $\mu_z$  du moment magnétique des atomes de lithium et montrer qu'on obtient  $\vec{\mu} \simeq \pm \mu_B \vec{u}_z$  où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr.
6. Afin d'expliquer ce résultat, le modèle quantique introduit un moment magnétique  $\vec{S}$  - dit *de spin*<sup>2</sup> - intrinsèque à l'électron, vérifiant les mêmes propriétés que celles énoncées pour  $\vec{L}$  dans la partie A. Ce modèle quantique prévoit que

$$\vec{\mu}_s = \gamma_{s,quantique} \vec{S} \quad \text{avec} \quad \gamma_{s,quantique} = -g \frac{e}{2m}$$

où  $g$  se nomme le facteur de Landé. Dans le cas particulier d'un électron dans une couche "s" pour lequel  $l = 0$ , le facteur  $g$  (sans dimension) a pour valeur approchée  $g \simeq 2$ .

En exploitant le résultat de l'expérience de Stern et Gerlach, montrer qu'on retrouve le résultat  $m_s = \pm 1/2$ , où  $m_s$  est le nombre quantique de spin, analogue au nombre quantique de moment magnétique orbital  $m_l$  présenté dans la partie A.

---

2. Le terme de *spin* fait référence au modèle classique de l'électron qui consiste à l'assimiler à une boule chargée en rotation sur elle-même.