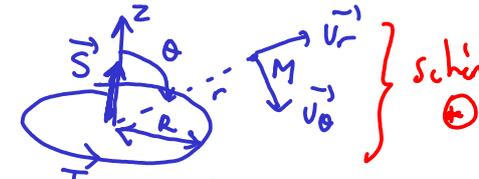
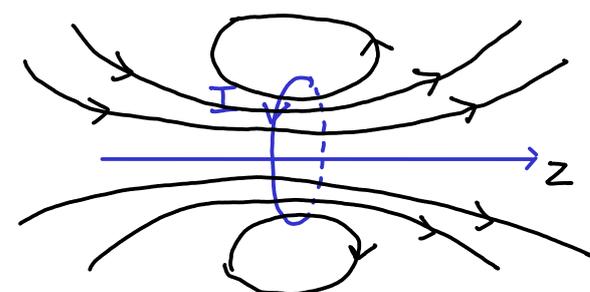


Interrogation de cours n°9

11

1 Dipôles magnétiques

- Remplir le tableau ci-dessous.

	Magnétostatique
Dipôle	<p>Dipôle magnétique = boucle de courant</p> $\vec{M}_b = I \vec{S} \oplus$ <p>Convention \oplus</p> <p>Orientation de \vec{S} par rapport à \vec{I} avec la règle de la main droite.</p>  <p style="text-align: right;">} schéma \oplus</p>
Approximation dipolaire	$r \gg R_{\text{spire}} \oplus$
Champ loin du dipôle	$\vec{B}_{\text{dipôle}}(M) = \frac{\mu_0 M_b}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta) \oplus$
Potentiel loin du dipôle	(H.P.)
Représentation des lignes de champ	 <p style="text-align: right; color: red;">Allure \oplus Bonne orientation des lignes de champ \oplus</p>
Couple exercé par un champ extérieur	$\vec{\Gamma} = \vec{M}_b \wedge \vec{B}_{\text{ext}} \oplus$
Énergie potentielle dans un champ extérieur (dipôle permanent)	$E_{\text{pot}} = - \vec{M}_b \cdot \vec{B}_{\text{ext}} \oplus$
Force (dipôle permanent)	<p>Déplacement vers les zones de champ \vec{B}_{ext} intense \oplus</p> $\vec{F} = -\text{grad}(E_{\text{pot}}) = \text{grad}(\vec{M}_b \cdot \vec{B}_{\text{ext}}) \oplus$

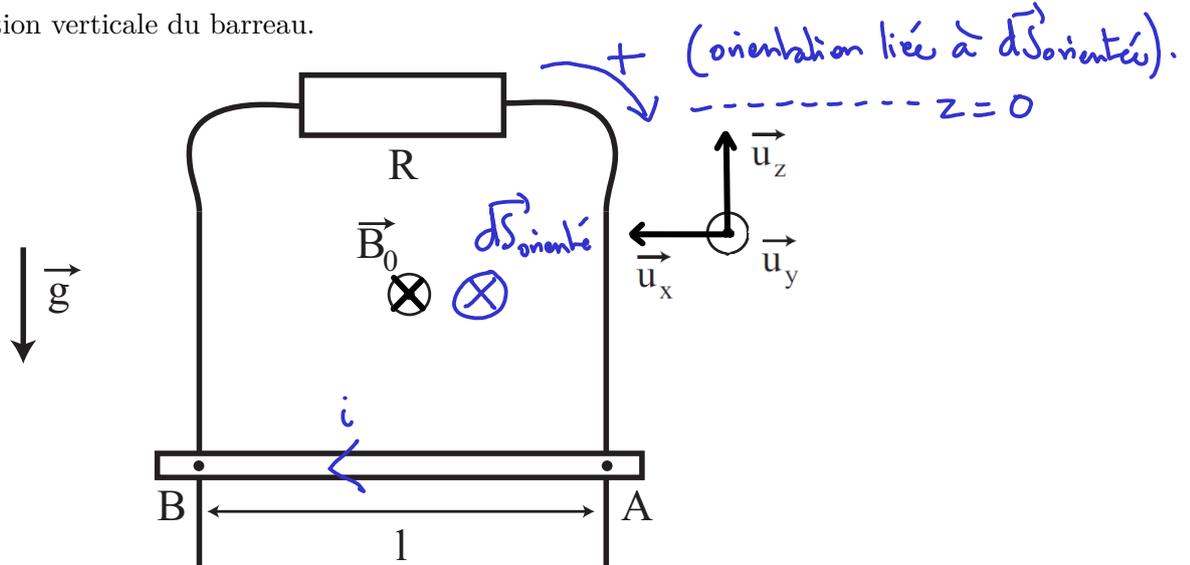
/ S S

2 Induction électromagnétique - Rail de Laplace

Considérons un barreau métallique de masse m et de longueur ℓ astreint à se déplacer verticalement et sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = -g\vec{u}_z$, en présence d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0 = -B_0\vec{u}_y$ comme représenté sur la figure ci-dessous.

Le barreau métallique est conducteur et ferme un circuit de résistance globale R dont on négligera le coefficient d'auto-induction L .

Le barreau est lâché à $t = 0$ sans vitesse initiale en $z = 0$. On cherche à étudier le mouvement ultérieur. On notera z la position verticale du barreau.



1. Mise en équation :

- (a) Déterminer l'équation électrique du circuit. Commenter les signes des grandeurs calculées.
- (b) Déterminer l'équation mécanique du circuit. Là encore, commenter les signes.

2. Résolution :

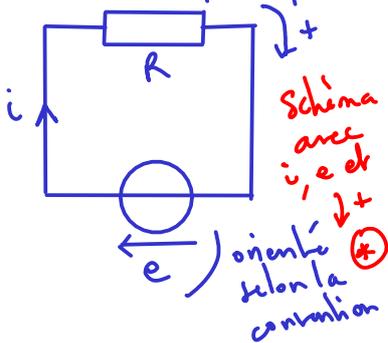
- (a) Déterminer la vitesse du barreau au cours du temps.

3. Bilan énergétique :

Réaliser un bilan énergétique dans lequel on commentera le signe et l'origine de chacun des termes.

1) Cas de Lorentz : circuit mobile dans \vec{B} constant $\Rightarrow \exists i$ induit dans le circuit (on ne cherche pas encore le sens réel).

a) Schéma électrique équivalent. On choisit l'orientation selon AB car elle est imposée par l'énoncé (permet d'avoir $\phi > 0$). On oriente i dans le \vec{n} sens que e est dans ce cas, la loi des mailles conduit à $e = Ri$ avec e donné par la loi de Faraday



$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\iint \vec{B} \cdot d\vec{S}_{orientée} \right]$$

$$= -\frac{d}{dt} \left[\iint -B_0 \vec{u}_y \cdot dx dz (-\vec{u}_z) \right] = -\frac{d}{dt} [B_0 a \cdot (-z)] \quad z < 0$$

permet d'avoir une longueur positive car $z < 0$

donc finalement $e = Ba\dot{z}$ et $i = \frac{e}{R} = \frac{Ba\dot{z}}{R}$ (1) *

2,5

On vérifie bien que si la barre tombe $z \downarrow$ donc $\dot{z} < 0$ et $i < 0$, ce qui est cohérent car $\vec{F}_L = \int_{AB} i d\vec{e} \wedge \vec{B}$ est bien selon $+\vec{U}_z$ et empêche donc la chute de la barre (cf loi de Lenz)
selon $-\vec{U}_x$ car $\dot{z} < 0$
selon $-\vec{U}_y$
i = i_{AB} d'après le schéma *

1

b) PFD à la barre dans R galiléen, en projection sur \vec{U}_z :
 $m\ddot{z} = -mg + \left[\int_A^B i d\vec{e} \wedge \vec{B} \right] \cdot \vec{U}_z \Rightarrow m\ddot{z} = -mg - i a B$ (2) *
signe cohérent avec *

2) Résolution: on injecte (1) dans (2):

$$m\ddot{z} = -mg - \frac{(Ba)^2}{R} \dot{z} \quad \text{soit} \quad \ddot{z} + \frac{(Ba)^2}{mR} \dot{z} = -g$$

Si on pose $v > 0$ tq $v = -\dot{z}$ (car $\dot{z} < 0$ quand la barre chute)

$$-\dot{v} - \frac{(Ba)^2}{mR} v = -g, \quad \text{soit} \quad \dot{v} + \frac{v}{\tau} = g \quad *$$

1

et $v(t) = g\tau + Ae^{-t/\tau}$, or $v(t=0) = 0$ donc:

$$v(t) = g\tau [1 - e^{-t/\tau}] \quad *$$

La vitesse est bien positive et "sature" à $g\tau$, ce qui illustre le freinage par induction.

3) (1) $\times i \Rightarrow Ri^2 = Ba\dot{z}i$
 (2) $\times \dot{z} \Rightarrow m\dot{z}\ddot{z} = -mg\dot{z} - Ba\dot{z}i$

$$\Rightarrow \underbrace{m\dot{z}\ddot{z}}_{\frac{d}{dt} \frac{1}{2} m v^2} + \underbrace{mg\dot{z}}_{\frac{d}{dt} mgz} = -Ri^2$$

1

$$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \underbrace{-Ri^2}_{\mathcal{P}_{Joule}} \quad *$$

L'énergie mécanique est donc dissipée sous forme d'effet Joule
 $E_m \downarrow$ car $\frac{dE_m}{dt} < 0$ *