Pour Mercredi

Exercice
Soit pour $x \geqslant 0$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln(1 + \frac{x}{n}).$$

1. Justifier que f est bien définie sur $I = [0, +\infty[$ et qu'elle est dérivable sur I.
2. Donner un équivalent de f en 0^+.
3. Donner une expression intégrale de f' en déduire un équivanlent de f en $+\infty$

Pour Jeudi

Exercice
Pour tout entier $n \geqslant 0$, on considère l'application $u_n : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{e^{-nx}}{n^2+1}$.
1) Montrer la convergence simple de la série $\sum u_n$. On note f la somme de cette série.
2) Montrer que f admet une limite en $+\infty$ et la déterminer.

Exercice
On pose : $h : x \mapsto \displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^x \ln n}$ 1) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}$ de h, puis montrer que h est continue.
2) Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3) Déterminer un équivalent aux bornes.

Pour vendredi

Exercice

Soit $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(nx)}$.

1. Domaine de définition de f. On étudie ensuite f sur $]1, +\infty[$.
2. Etudier la continuité de f et limites de f en 1 et $+\infty$.

Exercice

On pose $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n(2n+1)}$.
1) Donner le domaine de définition de f.
2) Calculer $f(x)$ pour $x \in [0, 1[$ (on pourra dériver f.)