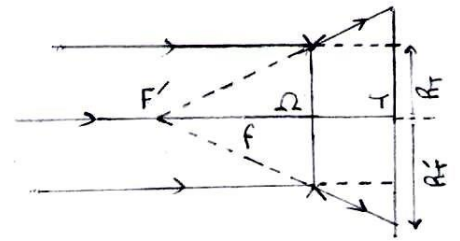


Centrale 2023 MP PhCh1

Q1 On utilise une lentille divergente pour écarter les rayons de l'axe optique et ainsi réduire le flux solaire.



Le flux initial réparti sur un disque de surface πR_T^2 doit être réparti sur un disque plus grand, de surface $\pi R_T'^2$ tel que $\pi R_T'^2 \cdot \pi R_T^2 = 1,8\% \pi R_T^2 \rightarrow R_T' = \sqrt{1,018} R_T$

Le faisceau solaire incident est considéré comme parallèle (soleil lointain), il converge en F' .
Th Thalès $\Rightarrow \frac{R_T}{f} = \frac{R_T'}{f + \Omega T}$ avec $\Omega T = \ell = 1\% D$ et $\phi_{\text{lentille}} = \phi_{\text{Terre}}$ selon les hypothèses ($D = ST$)
 $\rightarrow 1\% \frac{D}{f} = \frac{R_T'}{R_T} - 1 \Leftrightarrow f = 1,1\% D = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ m} = -f'$ Difficile de critiquer cette valeur mais elle paraît raisonnable compte tenu du diamètre $= R_T$!

Q2 Analyse des symétries : $\vec{G} = \begin{pmatrix} G_r(r, \theta, \varphi) \vec{u}_r \\ G_\theta(r, \theta, \varphi) \vec{u}_\theta \\ G_\varphi(r, \theta, \varphi) \vec{u}_\varphi \end{pmatrix} \in \text{plans de symétrie } (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) \text{ et } (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\varphi)$
Invariance par rotation de centre $O \rightarrow$ de la distribution de masses

Th de Gauss sur une sphère de centre O , de rayon $r \gg R$: $\oint_S \vec{G}(r) \cdot d\vec{S} = -4\pi \int_V \rho(r) dV$
ie $\vec{G}(r \gg R, \theta, \varphi) = -\frac{GM}{r^2} \vec{u}_r$

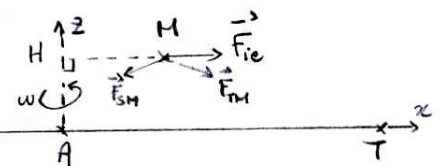
Rm $\vec{G}(M)$ dépend aussi de θ et φ par l'intermédiaire de $\vec{u}_r(\theta, \varphi)$

$\vec{G}(M)$ dérive de V tq $\vec{G}(M) = -\text{grad} V = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r$ puisque $V(r, \theta, \varphi)$ (inv par rotation)
 $\rightarrow V(r \gg R) = -\frac{GM}{r}$ avec une constante d'intégration nulle pour avoir $V_\infty = 0$.

Q3 2^o loi de Newton au satellite dans le référentiel astrocyclotique supposé galiléen.

$$m\vec{a} = m \times \vec{G}(M) \xrightarrow{\text{sur } \vec{u}_r} -m\omega^2 r = -\frac{GMm}{r^2} \rightarrow \omega = \sqrt{GM/r^3}$$

Q4 Dans R_0 non galiléen un point matériel M , de masse m est soumis



- aux forces de gravitation $\vec{F}_{S \rightarrow M} = -\frac{GM_S m}{SM^3} \vec{SM}$ et $\vec{F}_{T \rightarrow M} = -\frac{GM_T m}{TM^3} \vec{TM}$
- à la force d'inertie d'entraînement $m\omega^2 \vec{HM}$ (H projeté de M sur l'axe de rotation Az)
- à la force d'inertie de Coriolis nulle à l'équilibre : $-2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_M$

Al'éq $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Ceci impose $z=0$ sinon impossible de compenser $F_{S \rightarrow M, z}$ et $F_{T \rightarrow M, z}$ de même signe (schéma).

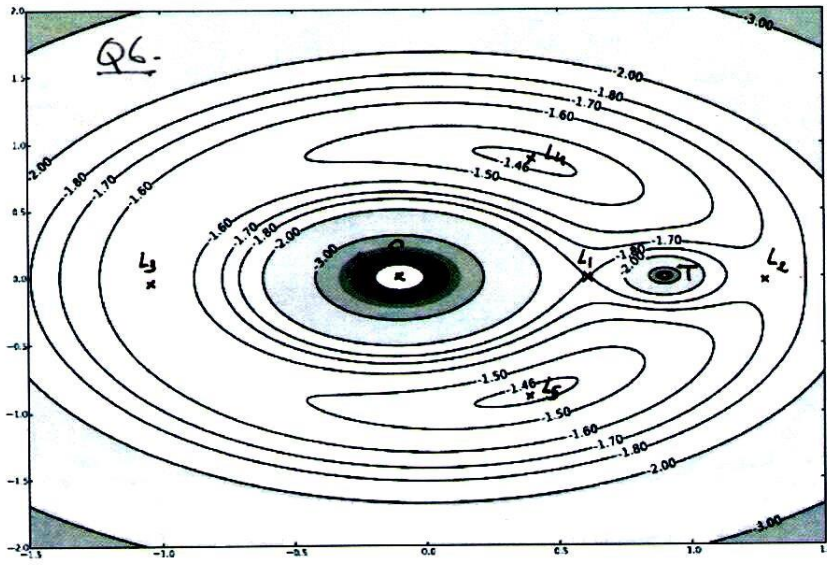
$$\vec{F}_{S \rightarrow M} = -\frac{GM_S m}{SM^3} \vec{SM} \quad S \begin{pmatrix} -a\Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad SM^3 = ((x+a\Delta)^2 + y^2)^{3/2} \quad \vec{SM} \begin{pmatrix} x+a\Delta \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad M_S = (1-a)M$$

$$\vec{F}_{T \rightarrow M} = -\frac{GM_T m}{TM^3} \vec{TM} \quad T \begin{pmatrix} (1-a)\Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad TM^3 = ((x-(1-a)\Delta)^2 + y^2)^{3/2} \quad \vec{TM} \begin{pmatrix} x-(1-a)\Delta \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad M_T = aM$$

$$\vec{F}_{ic} = m\omega^2 \vec{HM} \quad \vec{HM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad \omega^2 = \frac{GM}{r^3} \text{ selon les indications de l'énoncé (utiliser la notion de particule fictive pour le démontrer)}$$

La simplification de $mM \times G$ et les projections sur $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ donnent les 2 relations demandées.

Q5 - Le changement $y \rightarrow -y$ (= symétrie par rapport à l'axe Ax dans le plan $z=0$) redonne le même système d'équations, la symétrie est donc vérifiée.



Les points $L_{2,3,4,5}$ correspondent à des maxima d'Ep (gravitationnelle + inertie d'entraînement).

Le point L_1 est un point selle.

Pas de minimum donc pas de point d'équilibre stable. Trois remarques :

- $(S, T, L_{4/5})$ forment un triangle équilatéral.
- $L_{4/5}$ ne dépendent pas des masses M et M_T .

En fait $L_{4,5}$ sont souvent des positions d'éq stable, cette stabilité est assurée par la force de Coriolis qui ramène m vers la position d'éq en déviant sa trajectoire, comme le fait la force magnétique.

Q7 La distance à la Terre est $E = -x + (1-a)D$ (avec $y=0$), le report dans (I.1)_x donne l'équation fournie en remarquant que $((x+aD)^2)^{3/2} = (D-E)^3 > 0$ ($D > E$). AN $a = M_T/M = 3,01 \cdot 10^{-6}$

Cas $a=0$: la Terre est absente. (I.2) devient $\frac{1}{(D-E)^2} = \frac{1}{D^2} \cdot \frac{E}{D^3} \leftrightarrow (D-E)^3 = D^3 \leftrightarrow E=0$ L est en T , c'est la place d'une orbite autour du soleil à ω - c'est effectivement une position d'éq (stable).

Q8 - a est négligé devant 1 et $(D-E)^2 \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2E}{D}\right)$ (I.2) devient $\frac{1}{D^2} \left(1 + \frac{2E}{D}\right) - \frac{a}{E^2} - \frac{1}{D^2} + \frac{E}{D^3} = 0$ on obtient $E \approx \left(\frac{a}{3}\right)^{1/3} \times D \approx 1\% D$ (c'est d'ailleurs la position de la lentille en Q1).

Q9 - La fig 2.b donne $x/D(L) \approx 0,99 \leftrightarrow E = (1-a)D - x \approx 1\% D$ qui confirme le résultat de Q8.

Remarque: en conservant l'approximation $a \ll 1$ pour $a = 1/10$ (limite!) on obtient $E \approx 0,3D$ vérifié sur fig A.

Q10 - Le système (I.3) vient de l'application de la 2^{ème} loi de Newton dans $\mathcal{R}$ (non galiléen)

sous la forme et dans l'ordre $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ic}}{m} + \frac{\vec{F}_{ie}}{m} + \frac{\vec{F}_{T \rightarrow m}}{m} + \frac{\vec{F}_{S \rightarrow m}}{m}$

• $\vec{F}_{ic}/m = -2\omega \vec{u}_3 \wedge \vec{v}$ n'a pas de composante selon $\vec{u}_3$ et fait intervenir v_x, v_y selon $\vec{u}_x, \vec{u}_y$

• $\vec{F}_{ie}/m = \omega^2 H \vec{M}$ n'a pas " " "

• $\vec{F}_{T \rightarrow m}$ fait intervenir $M_T = aM$ de même pour $\vec{F}_{S \rightarrow m}$ en $(1-a)M$

• $\mathcal{G}M = \omega^2 D^3$ $\frac{d}{dt} = \frac{\omega}{2\pi} \frac{d}{dt}$ $\frac{d^2}{dt^2} = \frac{\omega^2}{4\pi^2} \frac{d^2}{dt^2}$ permet la simplification par ω^2 , l'apparition des π .

• les composantes, hors Coriolis, sont obtenues par un DL d'ordre 1 en (α, β, γ) au $V(L_1)$ où leur somme est nulle (L_1 est une position d'équilibre).

Q11. Le mouvement selon $\vec{u}_z$ est déterminé par la 3^{ème} équation de (I.3). C'est celle d'un oscillateur harmonique qui donne une solution sinusoïdale. L'équilibre est stable selon cette direction.

$$Q12. \frac{du_p}{d\tau} = 4\pi\sigma_p + 4\pi^2 A u \quad \frac{dv_p}{d\tau} = -4\pi u_p + 4\pi^2 B v \quad \frac{dw_p}{d\tau} = -4\pi^2 C w$$

Q13. On s'est ainsi ramené à une méthode d'Euler d'ordre 1 qui peut être traduite à l'aide du vecteur Y à 6 composantes: $Y(t) = (u(t), v(t), w(t), u_p(t), v_p(t), w_p(t))$

$$Y(t+h) = Y(t) + F(Y(t)) \times h \quad F(Y(t)) \text{ traduit le système de Q12.}$$

$$\text{avec } F(Y) = (u_p, v_p, w_p, \frac{du_p}{d\tau}, \frac{dv_p}{d\tau}, \frac{dw_p}{d\tau}) \quad \leftarrow \text{recopier les expressions de Q12.}$$

La méthode est initialisée avec $Y(0)$ et on mémorise les valeurs successives de $Y(t)$ (liste ou tableau).

Q14.

```
def resol(init: np.ndarray, tau_f: float, N: int):
    """ init = ndarray contenant u,v,w,up,vp,wp à t=0
        N+1 points sur [0, tau_f] donc N pas """
    global A, B, C # coefficients du système
    h = tau_f/N # pas
    tau = np.arange(0, tau_f+h, h) # start, stop (exclu), pas
    u=np.zeros(N+1); v=np.zeros(N+1); w=np.zeros(N+1)
    up=np.zeros(N+1); vp=np.zeros(N+1); wp=np.zeros(N+1)
    u[0], v[0], w[0], up[0], vp[0], wp[0] = init
    for i in range(N):
        u[i+1] = u[i] + h*up[i]
        v[i+1] = v[i] + h*vp[i]
        w[i+1] = w[i] + h*wp[i]
        up[i+1] = up[i] + h*4*np.pi*(vp[i]+np.pi*A*u[i])
        vp[i+1] = vp[i] + h*4*np.pi*(-up[i]+np.pi*B*v[i])
        wp[i+1] = wp[i] - h*4*np.pi*(np.pi*C*w[i])
    return tau, u, v, w, up, vp, wp
```

cf fin du corrigé
pour une variante
complète.

J'ai été gêné par la volonté explicite de résoudre jusqu'à τ_{fin} inclus et d'utiliser `arange` qui l'exclut. J'ai donc un peu modifié le code proposé pour effectuer N pas, donc avoir (N+1) points avec `init`, et résoudre sur $[0; \tau_{\text{fin}}]$

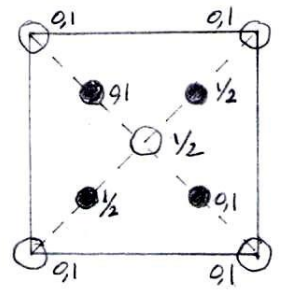
Q15. Le flyer est lancé depuis L_1 avec une vitesse initiale positive selon les 3 axes. On observe bien le rappel selon $\vec{u}_z$ mais le mouvement semble diverger selon x et y , L_1 serait instable.

Q16. Le flyer reste au $V(L_1)$ pendant une ou une demi-période du mouvement oscillatoire selon $\vec{u}_z$.

Q7 et 8 $\Rightarrow a \approx 3 \cdot 10^6$ et $E = \frac{\sigma}{D} \approx 1\% \Rightarrow \frac{d^2 w}{d\tau^2} \approx -4\pi^2 \times 4w$ de solution de type $w(\tau) = w_m \cos(4\pi\tau + \varphi)$
 $w(t)$ a donc une période $= \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{1}{2} \text{ année}$ (ω = vitesse angulaire du T dans P_{GC}). $\frac{w_b}{2\pi}$

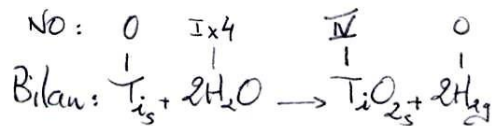
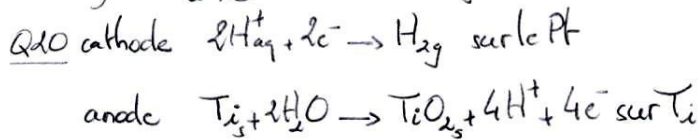
Q17. En L_1 , 3 forces s'équilibrent: l'attraction du Soleil, de la Terre, $\vec{F}_{\text{ie}}$ qui éloigne le flyer de (Az) et donc du Soleil. La force de radiation pousse le flyer vers la Terre, L_1 est donc décalée vers le Soleil pour augmenter l'attraction du Soleil et réduire les autres forces. Ce décalage est d'autant + important que R est élevé (mais ≤ 1) car un photon réfléchi cède le double de sa qdm au miroir.

Q18. nombre de Ti : $3/8(\text{somets}) + 1(\text{entre}) = 2 \text{ Ti/maille}$
 nombre de O : $4/2(\text{faces}) + 2(\text{intérieur}) = 4 \text{ O/maille}$] = $2(\text{TiO}_2)$ par maille



Remarque : la position des O ne saute pas aux yeux, ci-contre une projection de la maille quadratique ($a, b=a, c < a$) sur le plan (a, b) avec les coordonnées des atomes (en fait Ti^{4+} et O^{2-}) selon c .

Q19 $\rho = \frac{2M_{\text{TiO}_2}/cV_A}{a^2 \times c} = 4,25 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

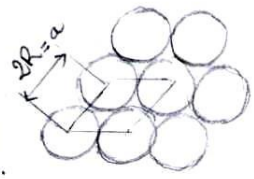


Q21. Dans un 1^{er} temps on peut évaluer la masse volumique d'un nanotube, modélisé par un tube de rayon extérieur $R=75\text{nm}$, de rayon intérieur $r=15\text{nm}$ en moyenne.

Ils sont constitués de TiO_2 de masse volumique ρ (Q19) mais ne remplissent que la fraction x d'un volume $x = \frac{\pi(R^2 - r^2)h}{\pi R^2 h} = 1 - (r/R)^2$. (Le vide intérieur aux cylindres est rempli d'air négligé).

Leur masse volumique serait $\rho' = x\rho \approx 0,96\rho$ dans ce modèle.

Dans un 2nd temps on peut prendre en compte d'éventuels interstices entre les tubes, en supposant qu'ils sont arrangés selon un réseau hexagonal.



La maille losange (2D) suivant ce réseau contient 1 disque entier ($1/4$ moyen sur les sommets).
 et sa surface est $a^2 \times \sin 60 = a^2 \sqrt{3}/2$ avec $a=2R$.

La proportion occupée par les disques est donc $\frac{\pi R^2}{(2R)^2 \sqrt{3}/2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0,9 = w \rightarrow \rho_{\text{nano}} \approx w \times x \times \rho = 0,87\rho$.

Q22- $Q = I \times \Delta t = 22,5\text{C}$

$Q_g = 4e \times n_{\text{TiO}_2}$ formés d'après Q20. $n_{\text{TiO}_2 \text{ formés}} = \frac{\rho_{\text{nano}} \times Sh}{M_{\text{TiO}_2}/cV_A} = \frac{2 \times w \times Sh}{a^2 c} \approx 3 \cdot 10^{19} \rightarrow Q_g \approx 20\text{C}$

Ceci donne une efficacité $\theta = Q_g/Q = 0,87 < 1$ probablement à cause de réactions redox 'parasites' comme l'oxydation de l'eau sur Ti ($\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}^+_{aq} + 1/2 \text{O}_{2g} + 2e^-$).

Q23. suite tardive de Q17! à m fixée on vérifie $(TM_{iq}) > TL_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$ et l'écart $\uparrow$ si $R \uparrow$.

condition d'éq dans $\mathcal{R}_0$: $\vec{F}_P + m(\vec{G}_S(M_{iq}) + \vec{G}_T(M_{iq}) + \omega^2 \vec{H}M_{iq}) = \vec{0} \Rightarrow -\vec{F}_P/m = \vec{S} \xrightarrow{M_{iq} \rightarrow L_1} \vec{0} \Rightarrow m \xrightarrow{M_{iq} \rightarrow L_1} \infty$
 L_1 est la position d'éq en l'absence de $\vec{F}_P$ donc la somme $\vec{S}$ de ces 3 termes est nulle en L_1 .

Qualitativement : $\vec{S}$ est petite au $V(L_1)$ donc il faut une masse importante pour compenser $\vec{F}_P$.

Q24. $R=3,2\%$ et $\rho_s = 5\text{g/m}^2 \Rightarrow M \approx 19 \cdot 10^9 \text{ kg}$ à l'intersection des courbes soit $2 \cdot 10^{12} \$$. On peut compter 3 fois plus comme pour le JWST... c'est acceptable pour les USA ou la Chine ($\text{PIB} = 20 \cdot 10^{12} \$$)!

Q25. En supprimant le plancher aussi en contact avec $T_{e,g}$ (vide sanitaire au sous-sol) on

somme les déperditions: $P_{pertes} = \left[\sum_i U_i S_i + \psi L \right] (T_i - T_e) \approx 884 \text{ kW} = P_c$

En régime stationnaire (RS) un 1^{er} principe à la résidence donne $dH = 0 = (P_c - P_{pertes}) dt$

Rm pont thermique = rupture d'isolation - ex linéaires: coins de murs extérieurs - châssis d'auvent

Rm & P_{pertes} évaluées avec (T_i, T_e) moyen égal à $\frac{(T_i + T_e)}{2}$ cf sur 6 mois (saison froide) donne les 1900 MWh du 26.

Q26. En supposant la combustion parfaite et totale $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ (phase gaz)

$\Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ = -806,6 \text{ kJ/mol}$: ce n'est pas une chaudière à condensation, on considère donc

$\text{H}_2\text{O}_{\text{gaz}}$ et $\Delta_f H_{\text{H}_2\text{O,g}} = \Delta_f H_{\text{H}_2\text{O,l}} + \Delta_v H_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta_r H^\circ < 0$ effectivement exothermique

En considérant la réaction monobare, monotherme, le 1^{er} principe aux réactifs s'écrit $\Delta H = Q = \Delta_r H^\circ \xi$

On suppose que ce transfert thermique est intégralement cédé aux bâtiments en RS.

$$-Q = 1900 \cdot 10^6 \times 3600 = -\Delta_r H^\circ \times \frac{m_{\text{CO}_2}}{M_{\text{CO}_2}} \rightarrow m_{\text{CO}_2} = 373 \text{ t.}$$

Q27. On applique le 1^{er} principe industriel à l'eau $Q_m(h_s - h_e) = P_{th}$ en l'absence de pièces mobiles (pas de travail technique) et en négligeant les variations d' E_c et d' E_p .

Entre $x = e$ et $(x+dx) = A$ $Q_m(h(x+dx) - h(x)) = Q_m c \frac{dT}{dx} dx = P_{th} = \frac{1}{r} dx (T_e - T(x))$

Q28. On obtient $\frac{dT}{dx} = -\frac{T(x) - T_e}{\xi}$ avec $\xi = Q_m c r$ de solution $T(x) = (T_0 - T_e)e^{-x/\xi} + T_e$

Q29. L'air des logements n'est pas en écoulement - on néglige encore les transferts thermiques selon x

Un 1^{er} principe en RS, à P constante, donne $dH = 0 = \left[-\frac{1}{r_2} dx (T_i(x) - T_e) - \frac{1}{r_1} dx (T_i(x) - T(x)) \right] dt$

$\rightarrow T_i(x) = \frac{T(x)/r_1 + T_e/r_2}{X_i + Y/r_2}$ Rm on peut considérer les résistances en série $\frac{r_1/dx}{T(x)} + \frac{r_2/dx}{T_i(x)} + T_e$ et utiliser un pont diviseur pour exprimer $(T_i - T_e)$

Q30. $T_i(x)$ décroît avec $x \rightarrow T_{i,\min} = T_i(L - 2 \text{ km}) = \frac{(T_0 - T_e)e^{-L/\xi}}{1 + r_1/r_2} + T_e$ $\xi = 5,73 \text{ km}$ évaluée avec $r_1 + r_2$
 $T_{i,\min} = 19^\circ\text{C} \rightarrow T_0 = 80^\circ\text{C}$ tous calculs faits. (r_1 et r_2 en série entre l'eau et l'air)

Q31. à $T_i = 19^\circ\text{C}$ uniforme les pertes vers l'extérieur à travers les parois sont $P_{pertes}^{eq} = \frac{L}{r_2} (T_i - T_e)$

lorsque T_i dépend de x sous la forme eq: $\frac{(T_0 - T_e)e^{-x/\xi}}{1 + r_1/r_2} + T_e$ les pertes vers l'extérieur sont

évaluées par l'intégrale $P_{pertes}^{non eq} = \int_0^L \frac{dx}{r_2} (T_i(x) - T_e) = \frac{T_0 - T_e}{1 + r_1/r_2} \int_0^L \frac{dx}{r_2} e^{-x/\xi} = \frac{(T_0 - T_e)}{r_1 + r_2} \xi (1 - e^{-L/\xi})$

on obtient un surcoût relatif $= \frac{P_{pertes}^{non eq} - P_{pertes}^{eq}}{P_{pertes}^{eq}} = \frac{T_0 - T_e}{T_i - T_e} \times \frac{1}{1 + r_1/r_2} \times \frac{\xi}{L} (1 - e^{-L/\xi}) - 1 \approx 20\%$

Q32. 1^{er} principe industriel aux 2 écoulements: $Q_{m,1} c (T_1(x_J^+) - T_1(x_J^-)) = P_{2 \rightarrow 1}^{th} = -P_{1 \rightarrow 2}^{th} = -Q_{m,2} c (T_2(x_J^+) - T_2(x_J^-))$
 $\quad \quad \quad T_J^+ \quad \quad T_J^- \quad \quad \quad T_J^+ \quad \quad T_J^-$

$$T_J = \frac{Q_{m1} T_1(x_J) + Q_{m2} T_0}{Q_{m1} + Q_{m2}} \quad \text{on a supposé que la conduite est à } T_0 \text{ (calorifugée)}$$

Q33 La 1^{ère} solution (0,6) n'est pas acceptable, elle conduit à $T(x_J) = 18^\circ\text{C} < 19^\circ\text{C}$ il y a trop peu d'eau dans la conduite 1, donc 'moins de capacité thermique', elle se refroidit trop.

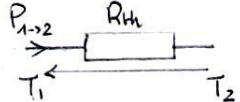
Les 2 autres solutions sont acceptables, la 3^{ème} (0,4) offre un confort thermique meilleur avant $L/2$ mais des températures logiquement plus faibles (mais $> 19^\circ\text{C}$) au delà : on réinjecte moins d'eau chaude.

La 2^{ème} solution est celle qui permet un bon confort en ayant $T(L)$ plus élevée que pour la 3^{ème}, c'est celle qui limite le plus les pertes (cette eau va être réinjectée + chaude dans la chaudière).

Q34 - Les pertes vers l'extérieur sont encore évaluées par l'intégrale $\int_0^L \frac{T_i(x) - T_e}{2} dx$, proportionnelle à l'aire entre la courbe $T_i(x)$ et l'horizontale $T_e = 7^\circ\text{C}$ sur la fig 14. On assimile ces aires à des trapèzes.

$$\rightarrow \text{réseau non équilibré} \quad L \times \frac{(24-7) + (19-7)}{2} = 14,5 \times L$$

$$\rightarrow \text{solution 2} \quad \frac{L}{2} \times \left(\frac{24+19}{2} - 7 \right) + \frac{L}{2} \times \left(\frac{21,5+19,2}{2} - 7 \right) = 13,9 \times L \text{ soit une économie relative de } 4\%$$

Q35  $R_h = \frac{e}{\lambda S} = \frac{T_1 - T_2}{P_{1 \rightarrow 2}}$ - Les valeurs U du tableau 1 représentent des conductances thermiques surfaciques ($1/k_h \cdot S$).

La laine de roche est une résistance thermique en série avec les murs (notés 1) dont la conductance devient $\frac{U_1 S_1 \times \frac{\lambda S_1}{e}}{U_1 S_1 + \frac{\lambda S_1}{e}} = \frac{U_1 \times \frac{1}{e}}{U_1 + \frac{1}{e}} S_1$ et prend la place de $U_1 S_1$ dans la formule du 25. (un peu lointaine!)

$$\text{On obtient une variation relative} \quad \frac{\Delta P_{\text{pertes}}}{P_{\text{pertes}}} = \frac{-\frac{U_1^2 S_1 (T_i - T_e)}{U_1 + \frac{1}{e}}}{P_{\text{pertes}}} = -0,45 \text{ selon l'énoncé} \xrightarrow{\text{après calculs}} e \approx 5,5 \text{ cm}$$

Une couche ($e = 18 \text{ cm}$) est donc suffisante. Avec cette valeur $U_1 = 3,16 \gg \frac{1}{e} \approx 0,31 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ et U_{murs} devient $\frac{1}{e} = U_{\text{laine de roche}}$ ou encore $\frac{\Delta P_{\text{pertes}}}{P_{\text{pertes}}}$ devient $-\frac{U_1 S_1 (T_i - T_e)}{P_{\text{pertes}}}$ indépendante de e .

Installer une couche de laine de roche revient donc en fait à supprimer les pertes murs.

Q36 1^{er} et 2nd principes sur un cycle du fluide frigorigène : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$ - $\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$

$$S_c \geq 0 \text{ (égal si réversible)} \Rightarrow e = \frac{-Q_c}{W} \leq e_{\text{Carnot}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 5,4 \quad \Delta T \text{ en K.}$$

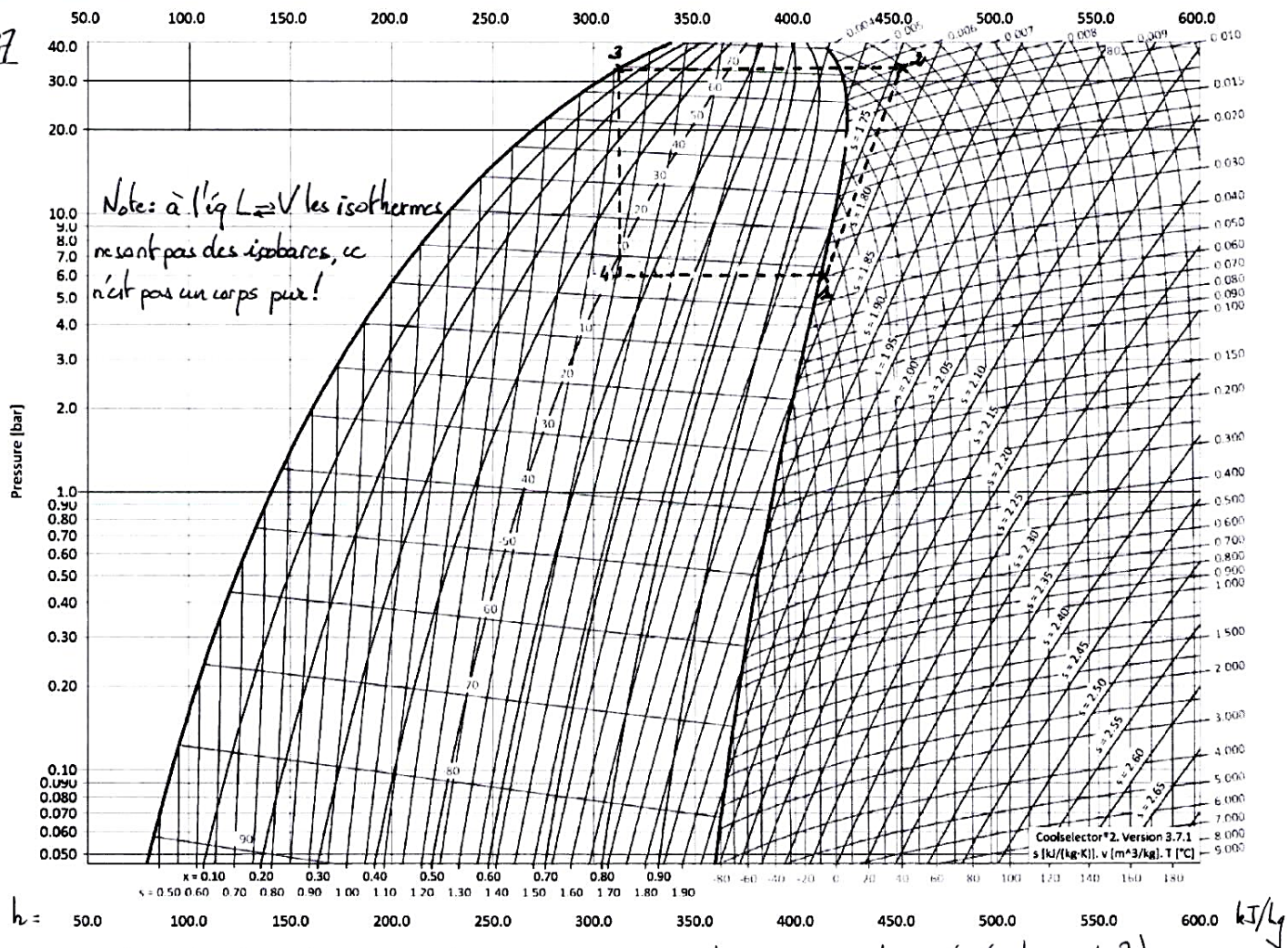
Dans ces (mauvaises) conditions, $e_{\text{réelle}} \approx 1,8 \dots$ on est loin de la réversibilité!

Q38 - Le fluide frigorigène est un fluide en écoulement stationnaire (1D). On néglige les variations d' E_{can} d' E_p - On utilise le 1^{er} principe industriel sur chaque élément : $\dot{D}_m (h_3 - h_c) = \dot{P}_{\text{tech}} + \dot{P}_{\text{th}}$

$$\cdot \dot{P}_c \text{ est obtenue ds l'échangeur } 2 \rightarrow 3 \quad \dot{D}_m (h_3 - h_2) = \dot{P}_c \quad \text{on lit} \quad h_3 \approx 315 \quad h_2 = 455$$

$$\cdot \text{Le compresseur fournit } \dot{P}_{\text{tech}} \quad 1 \rightarrow 2 \quad \dot{D}_m (h_2 - h_1) = \dot{P}_{\text{comp}} \quad h_1 \approx 415 \quad \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Q37



1 (non saturante) $\rightarrow$ 2 suit une isentrope.

2 $\rightarrow$ 3 isobare jusqu'à liquide (saturant.?)

3 $\rightarrow$ 4 isenthalpie verticale (Joule Kelvin)

4 $\rightarrow$ 1 vaporisation à 6 bars + chauffage jusqu'à 10°C ($> 7^\circ\text{C}$?)

Point 3 effectivement à $t = 70^\circ\text{C}$ = température de l'eau chaude qui refroidit et liquéfie R407C. T_{froide}

38 (suite) $e_{th} = \frac{P_c}{P_{\text{comp}}} = \frac{h_3 - h_2}{h_2 - h_1} = 3,5 < e_{\text{Carnot}}$ c'est un cycle irréversible (détente de Joule Kelvin. Transferts thermiques fluide $\leftarrow$ eau d'air de températures $\neq$)

$e_{th} > e_{\text{réelle}} = 1,8$ Il reste des pertes non prises en compte par cette étude du diagramme : pertes mécaniques ds le compresseur ($P_{\text{méca}}^{\text{réelle}}$ + élevée) - pertes thermiques ds l'échangeur ($P_c^{\text{réelle}}$ + faible)

Q39 - Sans tenir compte d'éventuelles pertes mécaniques $P_{\text{comp}} = \dot{m}(h_2 - h_1)$

$P_{\text{comp}} = P_{\text{nominale}}^{\text{absorbée}}$ dans les conditions de l'énoncé = 32,60 kW $\rightarrow \dot{m} \approx 0,88 \text{ kg.s}^{-1}$

Q40 - $P_c = \text{COP} \times P_{\text{nom}}^{\text{abs}} = 1,8 \times 32,6 = 58,68 \text{ kW}$ et la résidence nécessite 884 kW pour -7°C (25.) ou 408 kW si on retient $T_{\text{ext}} = 7^\circ\text{C} = T_{\text{air}} = T_{\text{source}}^{\text{froide}}$. On obtient respectivement 15 et 7 PAC.

Q41 - Produire une énergie de chauffage de 1 MWh avec une chaudière à gaz coûte 90€ en supposant un rendement de 100% (les chaudières à condensation atteignent 110%!).

Avec cette PAC il faut $2000\text{€}/\text{COP} = 111\text{€}$ d'électricité... c'est plus cher... et il y a l'installation!

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
""" variante complète permettant de reproduire fig 4 et utilisant explicitement la fonction F(Y) et des listes
resol peut être utilisée -> à l'ordre 1 : Y et init sont alors des réels
                        -> à l'ordre 2 : Y et init sont des tableaux """
```

```
a = 5.98e24/1.99e30
e = 1e-2
```

```
A = 1 + 2*a/e**3 + 2*(1-a)/(1-e)**3
B = 1 - a/e**3 - (1-a)/(1-e)**3
C = a/e**3 + (1-a)/(1-e)**3
```

```
def F(Y):
    u,v,w,up,vp,wp = Y
    up2 = 4*np.pi*(vp+np.pi*A*u)
    vp2 = 4*np.pi*(-up+np.pi*B*v)
    wp2 = -4*np.pi**2*C*w
    return np.array([up,vp,wp,up2,vp2,wp2])
```

```
def resol(init : np.array , tau_f : float, N : int):
    """ init = ndarray contenant u,v,w,up,vp,wp à t=0
        N+1 points, dont init, sur [0, tau_f] """
    h = tau_f/N # pas
    tau,liste_Y = [0],[init]
    t,Y=0,init
    for i in range(N) :
        Y = Y+h*F(Y)
        t = t+h
        liste_Y.append(Y)
        tau.append(t)
    return tau, liste_Y
```

```
temps,coords = resol(np.array([0,0,0,4e-4,4e-4,1e-4]),0.5,20000)
coords = np.array(coords) # conversion en ndarray pour réaliser facilement le plot
```

```
fig = plt.figure(figsize=(10,10))
axe1 = fig.add_subplot(111,projection='3d')
axe1.plot(coords[:,0],coords[:,1],coords[:,2]) # /\ : N+1 lignes et 6 colonnes
axe1.set_xlim(-0.02,0.02)
axe1.set_ylim(-0.02,0.02)
axe1.set_zlim(-7e-6, 7e-6)
plt.show()
```

Lionel Sautière PC* Faidherbe
questions ou remarques à lsautiere@hotmail.com
ne pas diffuser merci