Corrigé de l'épreuve de CCINP Physique-Chimie MP 2024 - Bienvenue dans les Landes !

Corrigé proposé par Sylvain Condamin.

I Les besoins en eau du pin maritime (ou pin des Landes)

1. Pour de l'eau pure, on a simplement $\boxed{\mu = \frac{G}{n}}$, où G est l'enthalpie libre.

2. G a la dimension d'une énergie, et $[\psi] = \frac{[G]}{[V]}$. Or une pression est homogène à une énergie sur un volume ($P\mathrm{d}V$ est un travail par exemple), ψ est donc bien une pression.

3. (a) La loi d'Ohm est $\overrightarrow{j} = -\sigma \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$, où σ est la conductance du milieu et $\overrightarrow{j}$ le vecteur densité de courant électrique. ψ est analogue à V et $\overrightarrow{j}_M$ à $\overrightarrow{j}$. L'analogue de σ est $\gamma = \frac{K}{\rho_e g}$.

   (b) Le débit est l'analogue de l'intensité.

4. (a) Par analogie avec la résistance électrique $R = \frac{V_A - V_B}{I}$, on peut définir $\boxed{R_H = \frac{\psi_A - \psi_B}{D}}$.

   (b) On a $[D] = MT^{-1}$, et $[\psi] = \frac{[E]}{[V]} = ML^{-1}T^{-2}$.

   Donc $[R_H] = L^{-1}T^{-1}$, la résistance hydraulique peut donc s'exprimer en $\boxed{\mathrm{m}^{-1}.\mathrm{s}^{-1}}$.

5. En supposant que ψ ne dépend que de la position le long de la racine (hypothèse qui aurait due être précisée), on a $\overrightarrow{j_M} = -\gamma \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}r} \overrightarrow{e_r}$, et donc $D = \gamma s_r \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}r}$ (le débit est orienté vers O, donc selon $-\overrightarrow{e_r}$).

   On a donc $\psi_S - \psi_O = \int_0^{l_r} \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}r} \mathrm{d}r = l_r \frac{D}{\gamma s_r}$.

   Donc $\boxed{R_H = \frac{l_r}{\gamma s_r}}$.

   Le débit des N racines s'ajoutent (ce qui correspond à un montage parallèle), la résistance globale vaut donc $\boxed{R_N = \frac{l_r}{N \gamma s_r}}$.

6. Le débit est conservé le long de la traversée de ces différents systèmes, alors que les variations de potentiel hydraulique sont additives. Ces quatre résistances sont donc en série.

7. En notant ψ_f le potentiel hydrique des feuilles et ψ_a celui de l'atmosphère, on a :
   $\frac{\psi_s - \psi_f}{D} = R_p$ et $\frac{\psi_f - \psi_a}{D} = R_a$.

   On a donc $\boxed{R_a = R_p \frac{\psi_f - \psi_a}{\psi_s - \psi_f} = 6,8.10^{10}\ \mathrm{m}^{-1}.\mathrm{s}^{-1}}$

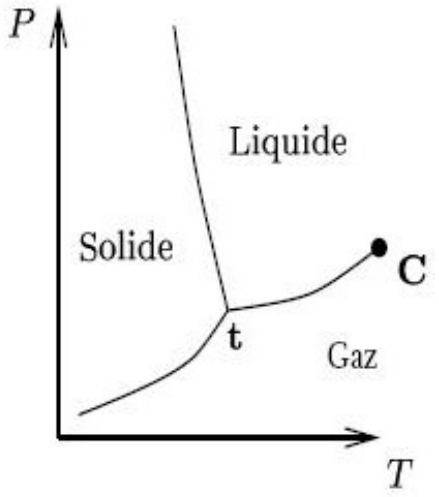
8. On a $\boxed{m = Dt = \frac{\psi_s - \psi_f}{R_p} t = 63\ \mathrm{kg}}$

9. Multiplier par 300 le résultat précédent donne une masse $m' = 19$ t, en accord donc avec le document.

II Gemmage en forêt landaise et distillation de la résine de pin

II.1 Obtention d'essence de térébenthine par hydrodistillation

10. On a le diagramme ci-dessous, où C désigne le point critique et t le point triple.



11. La masse μ_p de pinène par unité de volume d'air vérifie :
$\mu_p = \frac{n_p M_p}{V} = \frac{P_p M_p}{RT}$, soit, avec $M_p = 10M(\text{C}) + 16M(\text{H}) = 136$ g.mol^{-1},
$\mu_p = 24$ g.m^{-3}.
C'est donc effectivement dangereux.

12. $\boxed{T_{eb,p} = 430K}$ (valeur de la température correspondant à $p = 1$ bar)

13. Les bulles peuvent se former quand on a équilibre de pression entre la phase liquide et la phase vapeur, donc pour la température où la pression totale vaut 1 bar, soit $\boxed{T_{eb} = 368 \text{ K}}$.

14. Il suffit de lire à la température indiquée : $\boxed{p_e = 0,85 \text{ bar et } p_p = 0,15 \text{ bar}}$.

15. Dans un volume donné de gaz, on a, d'après la loi des gaz parfaits, $m_e = \frac{M_e P_e V}{RT}$ et $m_p = \frac{M_p P_p V}{RT}$.
Donc $\frac{m_e}{m_p} = \frac{M_e P_e}{M_p P_p}$.
Donc $\boxed{m_e = m_p \frac{M_e P_e}{M_p P_p} = 750 \text{ g}}$.

II.2 Obtention d'un antiseptique vétérinaire à partir de térébenthine et de diiode

16. $\boxed{n_p = \frac{m_p}{M_p} = \frac{\rho V}{M_p} = 3,2.10^{-2} \text{ mol}}$
La quantité intitiale de diiode vaut $n_{I20} = \frac{m_{I2}}{2M(I)} = 7,9.10^{-2}$ mol.
Le diiode est bien en excès, l'avancement de la réaction est égal à n_p, et
$\boxed{n_{I2ex} = n_{I20} - n_p = 4,7.10^{-2} \text{ mol}}$.

17. Les hypothèses sont pour le moins audacieuses !
La transformation serait alors isenthalpique (monobare et adiabatique), et la variation d'enthalpie peut se décomposer en $\Delta H_1 = \Delta_r H^0 n_p$ correspondant à la réaction, $\Delta H_2 = \Delta_{sub} H^0(\mathrm{I}_2) n_{I2ex}$ correspondant à la sublimation du diode présent après réaction, et $\Delta H_3 = c_p(\mathrm{I}_2) n_{I2ex}(\theta_f - \theta_i)$ correspondant au chauffage du milieu réactionnel.
On a donc :
$0 = \Delta_r H^0 n_p + \Delta_{sub} H^0(\mathrm{I}_2) n_{I2ex} + c_p(\mathrm{I}_2) n_{I2ex}(\theta_f - \theta_i)$, soit :
$\boxed{\Delta_r H^0 = -\frac{n_{I2ex}}{n_p}\left(\Delta_{sub} H^0(\mathrm{I}_2) + c_p(\mathrm{I}_2)(\theta_f - \theta_i)\right) = -102 \text{ kJ.mol}^{-1}}$.
L'enthalpie de réaction est négative, ce qui est attendu pour une réaction exothermique.

III La marche du berger landais sur échasses

III.1 Étude de la phase d'oscillation gauche

18. La seule force de moment non nul s'appliquant à la jambe est le poids. Son moment par rapport à (Fy) vaut :
$\mathcal{M}_{Fy}(\overrightarrow{P}) = \left(\Delta(-\sin\theta \overrightarrow{e_x} - \cos\theta \overrightarrow{e_y}) \wedge (-m_j g \overrightarrow{e_z})\right).\overrightarrow{e_y} = -\Delta m_j g \sin\theta$.
En appliquant le TMC, on a :
$J_F \ddot{\theta} = -\Delta m_j g \sin\theta$, soit :
$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{\Delta m_j g}{J_F}\sin\theta = 0}$.

19. (a) Des oscillations isochrones sont des oscillations dont la période ne dépend pas de l'amplitude.
(b) Dans l'approximation des petits angles, on a un oscillateur harmonique : le mouvement est donc bien isochrone.
(c) On a alors $\boxed{\omega_{0s} = \sqrt{\frac{\Delta m_j g}{J_F}}}$. La durée de la phase d'oscillation correspond à une demi-période (la vitesse angulaire étant initialement nulle, la position symétrique est atteinte après une demi-période) , soit $\boxed{\tau_{os} = \pi\sqrt{\frac{J_F}{\Delta m_j g}}}$.

III.2 Étude de la phase de double contact

20. La variation d'énergie mécanique est égale à la somme de la variation d'énergie cinétique de chaque jambe $\Delta E_c = \frac{1}{2} J_O \Omega^2(\tau_{dc})$ et de la variation d'énergie potentielle $\Delta E_p = m_b g h$, soit $\boxed{\Delta\mathcal{E} = J_O \Omega^2(\tau_{dc}) + m_b g h}$.

III.3 Coût énergétique et pas optimal de la marche ordinaire

21. Le théorème de la puissance mécanique indique que $\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}$, où $\mathcal{P}$ est la puissance des forces non conservatives (ici limitées à la puissance des muscles).

22. On remplace :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\tau_c}\left(J_O \frac{\Delta m_j g}{J_F} + m_b g \frac{p^2}{2 l_j}\right)$$

Soit, en utilisant $\tau_c = p/V_{dc}$,

$$\mathcal{P} = gV_{dc}\left(\frac{J_0 \Delta m_j}{J_F p} + \frac{p m_b}{2 l_j}\right)$$

NB : l'hypothèse $\Omega(\tau_{dc}) = \omega_{os}$ paraît pour le moins discutable, la vitesse angulaire maximale de l'autre jambe pendant la phase d'oscillation étant $\omega_{os}\theta_a$, alors qu'elle parcourt un angle deux fois plus grand pendant ce temps. Quant à l'hypothèse de variation d'énergie cinétique identique pour les deux jambes elle est incohérente avec l'hypothèse de vitesse angulaire nulle au début de la phase d'oscillation, donc fortement discutable aussi.

23. On dérive :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}p} = gV_{dc}\left(-\frac{J_0 m_j \Delta}{J_F p^2} + \frac{m_b}{2 l_j}\right)$$

.

La dérivée s'annule pour $\boxed{p_{opt} = \sqrt{\frac{2 J_0 m_j \Delta l_j}{J_F m_b}}}$.

24. On a alors $p_{opt} = \sqrt{\frac{m_j l_j^2}{m_b}} = 40$ cm

III.4 Pas optimal avec des échasses

25. (a) La masse de l'échasse étant négligeable, seuls l_j et J_0 sont modifiés (la répartition de la masse vue de F est inchangée puisque l'échasse est de masse négligeable, donc Δ et J_F ne sont pas modifiés). l_j est à remplacer par $l_j + l^*$ et J_O par J_E^*.

(b) On a $\boxed{p_{opt}^* = \sqrt{\frac{2 J_E^* m_j \Delta (l_j + l^*)}{J_F m_b}}}$.

$\boxed{\frac{p_{opt}^*}{p_{opt}} = \sqrt{\frac{J_E^*}{J_0}\left(1 + \frac{l^*}{l_j}\right)}}$.

26. (a) $\boxed{\frac{p_{opt}^*}{p_{opt}} = \sqrt{\left(1 + 3\frac{l^*}{l_j} + 3\frac{l^{*2}}{l_j^2}\right)\left(1 + \frac{l^*}{l_j}\right)}}$

(b) $\boxed{\frac{p_{opt}^*}{p_{opt}} = 3,7}$

(c) τ_{os} ne dépend que de paramètres non modifiés par la présence de l'échasse, elle est donc inchangée.

(d) ω_{os} étant constante, $\frac{V^*}{V} = \frac{p_{opt}^*}{p_{opt}} = 3,7$. Les échasses permettent donc d'augmenter significativement la vitesse de marche des bergers.

IV La préparation du pastis landais

27. La réaction peut être construite à partir des réactions suivantes (les composés seront considérés aqueux sauf mention contraire)

$$\begin{aligned}
(1) = \quad & H_2P_2O_7^{2-} = HP_2O_7^{3-} + H^+ && (K = K_{a1}) \\
\ominus \quad & CO_2 + H_2O = HCO_3^- + H^+ && (K = K_{a3}) \\
\ominus \quad & CO_{2(g)} = CO_2 && (K = K_s)
\end{aligned}$$

Donc $\boxed{K = \frac{K_{a1}}{K_{a3} K_s} = 14}$.

28. On a $m_d + m_b = m_t = 11$ g.
Par ailleurs, on doit avoir $n_d = n_b$, soit $\frac{m_d}{M_d} = \frac{m_b}{M_b}$.
En combinant les deux équations, on obtient :
$\boxed{m_d = \frac{m_t}{1+M_b/M_d} = 8,0 \text{ g}}$ et $\boxed{m_b = \frac{m_t}{1+M_d/M_b} = 3,0 \text{ g}}$
(avec $M_d = 2M(\text{Na}) + 2M(\text{H}) + 2M(\text{P}) + 7M(\text{O}) = 222$ g.mol^{-1} et $M_b = M(\text{Na}) + M(\text{H}) + M(\text{C}) + 3M(\text{O}) = 84$ g.mol^{-1})

29. On note c les paramètres concernant le CO_2 après réaction :
$n_c = n_d = n_b = 3,6.10^{-2}$ mol (réaction totale), et
$\boxed{V_c = \frac{n_c RT}{P} = 1,3 \text{ L}}$

(a) H_3O^+ correspond à la courbe 4, HO^- à la courbe 5 ($\log[H_3O^+] = -\text{p}H$ et $\log[HO^-] = \text{p}H - \text{p}Ke$). Les trois autres courbes sont identifiables par les domaines de prédominance des différentes espèces : ${H_2P_2O_7}^{2-}$ prédomine pour $\text{p}H < \text{p}K_{a1}$, c'est donc la courbe 1, ${HP_2O_7}^{3-}$ prédomine pour $\text{p}K_{a1} < \text{p}H < \text{p}K_{a2}$, c'est donc la courbe 2, et ${P_2O_7}^{4-}$ prédomine pour $\text{p}H > \text{p}K_{a2}$, c'est donc la courbe 3.

(b) $C_p = 10^{-0,4}$ mol.L^{-1} $= 0,4$ mol.L^{-1}.
(Note : sur l'énoncé dont je dispose on ne distingue pas les graduations secondaires, si l'original était meilleur on pourrait envisager une lecture directe).

(c) Ce sont les limites des domaines de prédominance, donc $\text{p}K_{a1}$ et $\text{p}K_{a2}$.

30. A l'équilibre les concentrations des deux produits sont égales, ce qui corespond au point d'intersection des courbes 1 et 3. On a donc $\boxed{\text{p}H = 8}$.

V Bronzage sur les plages de la côte d'Argent et protection solaire

V.1 La pénétration des rayonnements dans la peau

31. Sous ces hypothèses, les équations de Maxwell deviennent :
$\text{div}\,\vec{E} = 0$ $\text{div}\,\vec{B} = 0$ $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \gamma \vec{E}$.

32. $\overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B}}{\partial t}$, donc :
$\boxed{\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$.

33. (a) L'onde se propage selon $\vec{k}$ donc selon $\vec{u_z}$. Elle est polarisée selon $\vec{u_x}$.

(b) On injecte l'expression de $\vec{E}$ dans l'EDP, ce qui donne :
$-\underline{k}^2 \underline{\vec{E}} = \mu_0 \gamma i\omega \underline{\vec{E}}$.
Donc $\boxed{\underline{k}^2 = -i\mu_0 \gamma \frac{2\pi c}{\lambda}}$.
On choisit pour $\underline{k}$ la racine à partie réelle positive, correspondant à une propagation vers les z positifs. Par ailleurs une racine de $-i = e^{-i\pi/2}$ est $e^{-i\pi/4}$.
On a donc $\boxed{\underline{k} = (1-i)\sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \pi c}{\lambda}}}$.

(c) On note $\delta = \sqrt{\frac{\lambda}{\mu_0 \gamma \pi c}}$, et on va vérifier qu'il s'agit bien d'une longueur caractéristique d'absorption, appellée épaisseur de peau : on a en effet en injectant l'expression de k dans $\overrightarrow{E}$, $\underline{\overrightarrow{E}} = E_0 \overrightarrow{u_x} e^{-z/\delta} e^{i(\omega t - z/\delta)}$

34. δ croît avec λ ce qui correspond bien à ce qui est observé.

V.2 Les filtres solaires inorganiques

35. On a 2 Ti^{2+} $(8 \times 1/8 + 1)$ et 4 O^{2-} $(4 \times 1/2 + 2)$, ce qui correspond à 2 motifs.

36. La masse volumique de la structure vaut $\rho = \frac{2M(\mathrm{Ti}) + 4M(\mathrm{O})}{N_A a^2 b} = 4,26.10^3$ kg.m^{-3}, ce qui correspond au rutile.

37. Une formulation avec le seul ZnO permettrait une absorption moyenne de l'ensemble des UV, ce qui serait insuffisant pour arrêter efficacement les UVB, les plus dangereux. Une formulation avec le seul TiO_2 n'arrêterait que très peu les UVA, ce qui serait gênant. La formulation combinée permet une bonne absorption des UVB et une absorption moyenne des UVA, ce qui parait un compromis intéressant.

V.3 Des anti-oxydants dans les crèmes solaires

38. Pour les deux solutions, $C = \frac{n}{V} = \frac{m}{VM}$ (les masses molaires sont celles de I_2 et $Na_2S_2O_3$; dans le cas du thiosulfate de sodium, on obtient bien un ion thiosulfate par $Na_2S_2O_3$).
Cela donne $\boxed{c_i = 4,92.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$ et $\boxed{c_t = 9,49.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$

39. Les demi-équations sont :

$$C_6H_6O_6 + 2e^- + 2H^+ = C_6H_8O_6,$$
$$I_2 + 2e^- = 2I^-,$$
$$S_4O_6{}^{2-} + 2e^- = 2S_2O_3{}^{2-}$$

l'équation de la réaction dans l'erlenmeyer est donc :

$$I_2 + C_6H_8O_6 = 2I^- + C_6H_6O_6 + 2H^+$$

Et la réaction de dosage est :

$$I_2 + 2S_2O_3{}^{2-} = 2I^- + S_4O_6{}^{2-}$$

40. L'avancement de la première réaction est égal à n_a, la quantité de I_2 après la première réaction vaut donc $n = C_i V_i - n_a$.
L'équivalence du dosage est obtenue pour $n = \frac{C_t V_t}{2}$.
On a donc $\boxed{n_a = C_i V_i - \frac{C_t V_t}{2} = 5,55.10^{-4} \text{ mol}}$.

41. Si on note $V_0 = 100$ mL le volume de la solution (a), la masse m_0 d'acide ascorbique dans (a) et donc dans (p) vaut $m_0 = \frac{V_0}{V_a} M_a n_a$ (où M_a est la masse molaire de l'acide ascorbique).
On a donc $m_0 = 489$ mg, (p) est donc pur à 97,8 %.