

Mines Ponts MP - 2024 - Physique 2

Q1 - $[k] = \frac{[j_{\text{par}}]}{[T - T_b]} = \frac{[j_{\text{par}}]}{\text{⊖}}$ en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

dimension

donc k s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

De plus, la loi de Fourier donne :

$$[\lambda] = \frac{[j]}{[\text{grad } T]}$$

donc λ est en $\frac{\text{W} \cdot \text{m}^{-2}}{\text{K} \cdot \text{m}^{-1}} = \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

cas 1D sphérique : $T = T(r, t)$ et $\vec{j}_e = -\lambda \vec{\text{grad}}(T)$
 $= -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r$



sphère Σ volume entre les sphères de rayons r et $r+dr$

1^{er} pr $\sum$ entre t et $t+dt$

$d(\delta U) = \delta Q + \delta W$ transformation isochore

$$\delta m c \Delta T = [\phi_k(r) - \phi_k(r+dr)] dt$$

$$\rho \delta \tau c \Delta T = - \frac{\partial \phi_k}{\partial r} dr dt$$

$$\rho 4\pi r^2 dr c \Delta T = - \frac{\partial}{\partial r} (j_e(r) 4\pi r^2) dr dt$$

$$T(r, t+dt) - T(r, t) = \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$\rho 4\pi r^2 c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial r} (j_e 4\pi r^2)$$

La loi de Fourier donne $j_e = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Q2) $D_e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\lambda}{\rho c}$

La longueur caractéristique du matériau est $l = R$.

Le temps caractéristique associé au phénomène de diffusion est $\tau = \frac{R^2}{D_R}$

La température dans le matériau pourra être considérée comme uniforme si la diffusion a le temps d'opérer,

soit $\tau \ll \Delta t$

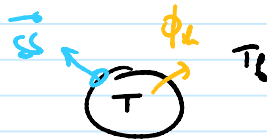
$$\Leftrightarrow \frac{R^2}{D_R} \ll \Delta t$$

Q3)

$$C_R = m_{\text{bulle}} \cdot c$$

$$C_R = \rho \times \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot c$$

$$R_R \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T - T_f}{\phi_R}$$



$$\text{avec } \phi_R = \iint_{\text{surface}} \vec{j}_R \cdot \vec{S}$$

$$= \iint k (T - T_f) \vec{u}_r \cdot \vec{S} \vec{u}_r$$

uniforme.

$$= k (T - T_f) \cdot 4\pi R^2$$

d'où

$$R_R = \frac{1}{4\pi R^2 k}$$

Q4) Dans le fluide, l'équation de diffusion

$$\text{s'écrit } \rho' c' \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda'}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

or "on néglige c' " annule le terme de gauche.

$$\text{d'où } \frac{\lambda'}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

$$\text{soit } \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

$$\text{d'où } r^2 \frac{\partial T}{\partial r} = k(t)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{k(t)}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{K(t)}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow T_f(r, t) = -\frac{K(t)}{r} + Q(t)$$

or $\lim_{r \rightarrow +\infty} T_f(r, t) = T_0 \quad \forall r \quad \text{donne} \quad Q(t) = T_0$

• en $r = R^+$; $T_f(r, t) = T_s(t)$

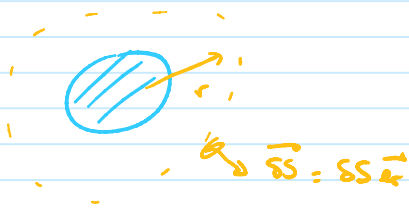
d'où $-\frac{K(t)}{R} + T_0 = T_s(t)$

soit $K(t) = -R(T_s(t) - T_0)$

d'où $T_f(r, t) = T_0 + \frac{R}{r} (T_s(t) - T_0)$

ce n'est pas
clair dans l'énoncé
mais on le voit
sur la Figure 1

Q5) Calculons le flux thermique Φ_R à travers une sphère de rayon r dans le fluide



$$\Phi_R = \iint_{\text{sphère de rayon } r} \vec{j} \cdot \vec{dS}$$

$$= \iint -\lambda \frac{\partial T_f}{\partial r} \vec{e}_r \cdot dS \vec{e}_r$$

$$= \lambda' \iint \underbrace{R \frac{(T_s(t) - T_0)}{r^2}}_{r \text{ est sur sphère}} dS$$

d'où $\Phi_R = \frac{\lambda' R (T_s(t) - T_0)}{r^2} \underbrace{\iint_{4\pi} dS}_{4\pi r^2}$

$\Phi_R = 4\pi \lambda' R (T_s(t) - T_0)$

→ on remarque que Φ_R est
indépendant de r , comme
en régime permanent
(on est ici en A.R.Q.S.)

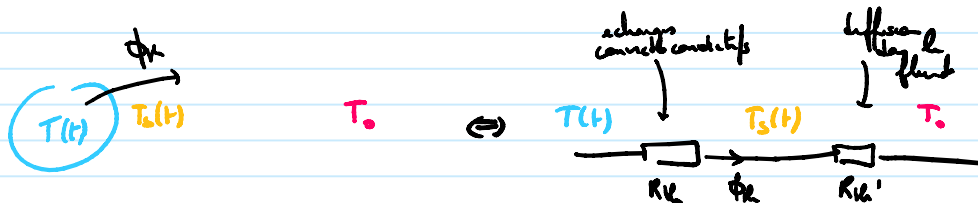
↙ on remarque que Φ_R est proportionnel à $T_s - T_0$

De ces 2 remarques, il semble légitime de décrire les transferts thermiques en terme de résistance thermique.

$$R_R' \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_s(t) - T_0}{\Phi_R} = \frac{1}{4\pi \lambda' R}$$

Q6) on peut donc représenter le schéma équivalent de la situation

Q6) on peut donc représenter le schéma équivalent de la situation



$$\text{Avec } R_{k,q} = R_k + R_{k'} = \frac{1}{4\pi R^2 h} + \frac{1}{4\pi d'R} \\ = \frac{1}{4\pi d'R} \left(1 + \frac{d'}{R h} \right)$$

$$R_{k,q} \approx \frac{1}{4\pi R^2 h} \quad \lambda' \gg R h$$

système à bank solide

1^{er} principe entre t et t+dt

$$dU = \delta Q + \delta W \quad \text{transformée isochore.}$$

$$\underbrace{\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}_{\text{masse du bank}} \times c \times dT = -\phi_k dt = -\frac{T(t) - T_0}{R_{k,q}} dt$$

$$\text{d'où } \frac{dT}{dt} + \frac{1}{R_{k,q} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho c} T = \frac{T_0}{R_{k,q} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho c}$$

$$\approx \frac{1}{R_{k,q} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho c} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^2 h}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho c} = \frac{3h}{\rho R c} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\tau}$$

$$\text{Avec } \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_0}{\tau}}$$

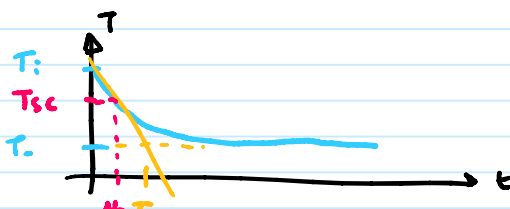
Q7) donc $T = A e^{-t/\tau} + T_0$

solution particulière

avec

$$T(0) = T_i = A + T_0, \text{ on obtient}$$

$$\boxed{T = (T_i - T_0) e^{-t/\tau} + T_0}$$



la transition $c \rightarrow sc$ débute lorsque $T = T_{sc}$



alors

$$T_{sc} = (T_i - T_0) e^{-\Delta t / \tau} + T_0$$

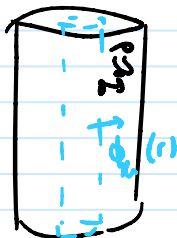
$$\Delta t = -\tau \ln \frac{T_0 - T_{sc}}{T_i - T_0}$$

08) $P_s(r) = \iiint_{\substack{\text{surface} \\ \text{cylindre} \\ \text{de rayon } r \\ \text{de hauteur } H}} p_u \delta \tau = p_u \pi r^2 H = P_s(r)$

09) en régime stationnaire considérons le système

$\Sigma = \{ \text{cylindre de rayon } r \text{ et de hauteur } H \}$

Le 1^{er} ppe entre t et $t+dt$ donne



$dQ = \delta Q + \delta W$ transformation isotherme.

0 en RP

$$0 = -\Phi_k(r) dt + P_s(r) dt$$

Énergie à travers la frontière

produit dans le système.

Ainsi $\Phi_k(r) = P_s(r)$

$$\iint_{S_{\text{lat}}(r)} \vec{j}_{\text{th}}(r) \cdot \vec{\delta S}$$

$$\iint_{S_{\text{lat}}(r)} \vec{j}_{\text{th}}(r) \cdot \vec{e}_r \cdot \delta S \vec{e}_r = j_{\text{th}}(r) = 2\pi r H$$

↑
c'est sur la surface latérale

Ainsi $j_{\text{th}}(r) = \frac{P_s(r)}{2\pi r H}$

$$= \frac{p_u \pi r^2 H}{2\pi r H}$$

$$j_{\text{th}}(r) = \frac{p_u r}{2}$$

010) en $r = R$, la continuité de j_{th} donne

$$j_{\text{th}}(r = R^+) = j_{\text{th}}(r = R^-)$$

$$j_h(r=R^+) = j_h(r=R^-)$$

conductivité convective $\rightarrow$ " " $\leftarrow$ diffusion (09)

$$h(T_s - T_0) = p_v \frac{R}{2}$$

$$T_s = T_0 + \frac{p_v R}{2h}$$

Qd) c'est en $r=0$ que T est max [la plus loin du liquide de refroidissement].

or $j_h = - \frac{\lambda \partial T}{\partial r} = \frac{p_v r}{2}$ donne

loi de Fourier

$$\frac{\partial T}{\partial r} = - \frac{p_v r}{2\lambda}$$

[on retrouve bien que T décroît avec r]

RP $\rightarrow$ " $\frac{dT}{dr}$

d'où $\int_0^R dT = - \frac{p_v}{2\lambda} \int_0^R r dr$

$$T_s - T_{max} = - \frac{p_v R^2}{4\lambda}$$

$$T_{max} = T_s + \frac{p_v R^2}{4\lambda} = T_0 + \frac{p_v R}{2h} + \frac{p_v R^2}{4\lambda}$$

Le phénomène de quench ne se produit pas si

$$T_{max} < T_{sc}$$

$$\Leftrightarrow T_0 + p_v \left(\frac{R}{2h} + \frac{R^2}{4\lambda} \right) < T_{sc}$$

$$\Leftrightarrow p_v < \frac{T_{sc} - T_0}{R/2h + R^2/4\lambda}$$

II. Réfrigérateur à détente de gaz.

II.A - Thermodynamique des gaz parfaits

Q12 - Dans un système à l'équilibre thermique à la température T , la probabilité de trouver une particule à l'énergie E est proportionnelle au facteur de Boltzmann :

$$p(\text{énergie} = E) = A \exp(-\beta E)$$

où $\beta = \frac{1}{k_B T}$ et $\begin{cases} A = \frac{1}{Z} \\ Z = \sum_{j=1}^P \exp(-\beta E_j) \end{cases}$

Q13 - $\bar{E} = \text{espérance}(E) = \sum_{j=1}^P E_j \cdot p(\text{énergie} = E_j)$

$$= \sum_{j=1}^P \frac{E_j}{Z} \exp(-\beta E_j)$$

$$= \sum_{j=1}^P -\frac{1}{Z} * \frac{d}{d\beta} \exp(-\beta E_j)$$

$$= -\frac{1}{Z} \frac{d}{d\beta} \left(\sum_{j=1}^P \exp(-\beta E_j) \right)$$

$$\bar{E} = -\frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\beta}$$

$$U(\beta) = N \bar{E} = -\frac{N}{Z} \frac{dZ}{d\beta}$$

Q14 -

II-2

$$\sigma_E = \sqrt{V(E)} = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}$$

$$= \sqrt{\overline{E^2} - \overline{E}^2}$$

avec les notations
de sujet

$$\sigma_E = \sqrt{\sum_{j=1}^P E_j^2 \times \frac{1}{Z} \exp(-\beta E_j) - \frac{1}{Z^2} \left(\frac{dZ}{d\beta} \right)^2}$$

σ_U ?

$$V(U) = V\left(\sum_{n=1}^N \epsilon_n\right) \overset{\substack{\text{particules} \\ \text{indépendantes}}}{=} \sum_{n=1}^N V(\epsilon_n) = N V(\epsilon) \overset{\substack{\text{particules} \\ \text{identiques}}}{=}$$

variance.

énergie
de la particule
n

Ainsi $\boxed{\sigma_U^2 = N \sigma_E^2}$

de plus $U = N \epsilon$

d'où $\boxed{\frac{\sigma_U}{U} = \frac{\sqrt{N} \sigma_E}{N \epsilon} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma_E}{\epsilon}}$

d'où $\frac{\sigma_U}{U} \rightarrow 0$ quand $N \rightarrow +\infty$

Pour un système constitué d'un grand nombre de particules, on peut négliger les fluctuations de l'énergie interne.

Q15) $[dg] = [q(\epsilon)] + [d\epsilon]$

↑
dimension

I-3

d'où $[q(\epsilon)] = \frac{[dg]}{[d\epsilon]} = \frac{1}{[\text{énergie}]}$

q s'exprime donc en J^{-1}
et est l'inverse d'une énergie

Q16) $\epsilon = \frac{1}{2} m v^2$ est l'énergie cinétique.

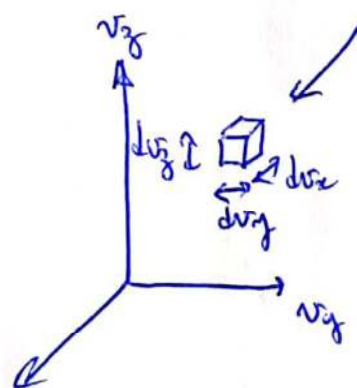
Cette question me semble complètement hors programme

Un état en mécanique classique est caractérisé par $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

→ $\vec{r}$ n'apparaissant pas dans l'expression de ϵ , on ne s'y intéresse plus.

→ $\epsilon = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$

Dans l'espace



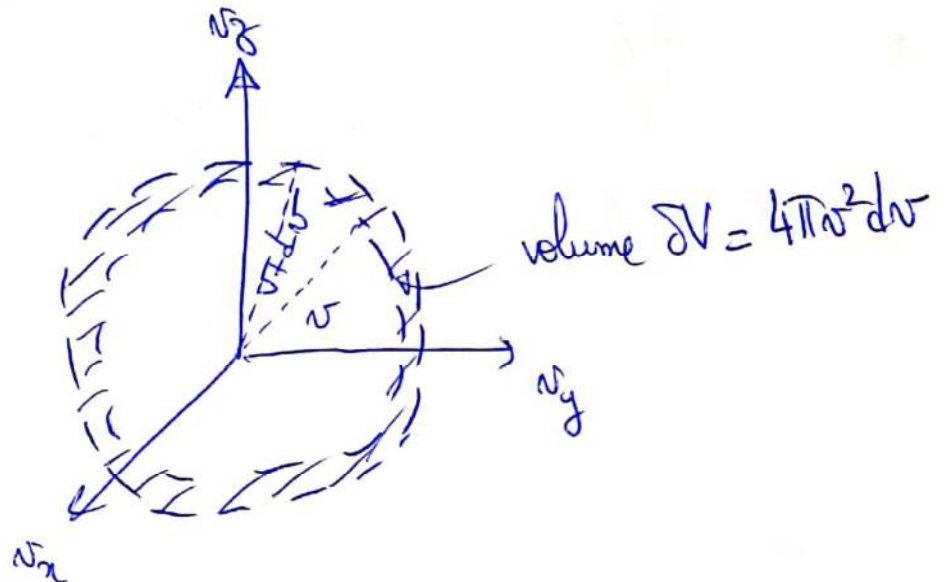
un état est un cube élémentaire de volume
 $\delta\epsilon = dv_x dv_y dv_z$

La question est donc : combien y a-t-il de cubes élémentaires qui ont une énergie $\epsilon \in [\epsilon, \epsilon + d\epsilon]$?

De plus $\epsilon = \frac{1}{2} m v^2$ donne $\begin{cases} v = \sqrt{\frac{2\epsilon}{m}} \\ d\epsilon = m v dv \end{cases}$

L'ensemble des états d'énergie E est donc l'ensemble des I.4 états tels que $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

$\Rightarrow$ Cet ensemble est une sphère de rayon v dans l'espace (v_x, v_y, v_z)



L'ensemble des états dont l'énergie est comprise entre E et $E + dE$ est donc le volume compris entre les sphères de rayon v et $v + dv$; avec $dv = \frac{dE}{mv}$
 $= \frac{dE}{\sqrt{2mE}}$

$\rightarrow$ Le nombre d'états correspondant est proportionnel à la valeur du volume lui-même:

$$dg = \alpha * \delta V = \alpha 4\pi v^2 dv = \alpha \frac{4\pi}{m} v dE$$

$$dg = \alpha \frac{4\pi}{m} * \sqrt{\frac{2E}{m}} dE = \alpha \frac{\sqrt{2} * 4\pi}{m^{3/2}} \sqrt{E} dE$$

donc

$$g = \frac{4\alpha\sqrt{2}\pi}{m^{3/2}} \sqrt{E} = Q\sqrt{E}$$

II.5

Q17)

$$Z(\beta) = \int_{E=0}^{+\infty} Q\sqrt{E} \exp(-\beta E) dE$$

car $E = \frac{1}{2}mv^2$
vare entre
0 et $+\infty$.

Posons $x = \beta E \Leftrightarrow dE = \frac{dx}{\beta}$

$$Z(\beta) = \int_{x=0}^{+\infty} \frac{Q}{\sqrt{\beta}} \sqrt{x} \exp(-x) \frac{dx}{\beta} = \frac{1}{\beta^{3/2}} * Q * \int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

soit)

$$Z(\beta) = \frac{Q}{\beta^{3/2}} \underbrace{\int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx}_A$$

Q18)

$$\bar{E} = -\frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\beta} = -\frac{\beta^{3/2}}{AQ} * AQ \frac{d\beta^{3/2}}{d\beta}$$

$$= -\beta^{3/2} * -\frac{3}{2} * \beta^{-5/2}$$

$$\bar{E} = \frac{3}{2}\beta = \frac{3}{2}k_B T$$

$$U = N\bar{E} = \frac{3}{2}Nk_B T$$

on retrouve le résultat issu de
théorème d'équipartition pour un
GP monatomique à 3 degrés de liberté
quadratiques.

Pour un GP diatomique, on a 5 degrés de liberté
quadratiques (3 en translation + 2 en rotation)

II.6

$$\rightarrow \boxed{U = \frac{5}{2} N k_B T}$$

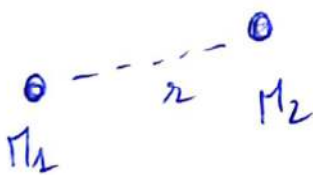
II.6 - Le modèle de Van der Waals.

Q19) Les interactions ici présentées sont des interactions
électrostatiques de type dipôle - dipôle entre les
molécules du fluide.

$$\epsilon_p = -\frac{\alpha}{r^6}$$

et on sait que l'interaction
est attractive.

$\rightarrow$ elle tend donc à
minimiser r .



Or, spontanément, le système évolue
pour minimiser ϵ_p

Ans "minimiser ϵ_p " $\Leftrightarrow$ " $\rightarrow r$ "

$\rightarrow$ on déduit que $\alpha > 0$.

~~Q20~~

Q20) Soit $dV = 4\pi r^2 dr$ le volume élémentaire compris
entre les sphères de rayons r et $r + dr$.

$$dN = n^* dV \quad \text{par définition de } n^*$$

Ainsi
$$dN = 4\pi r^2 n^* dr$$

$$\bar{\epsilon}_1 = \int_{r_0}^{+\infty} \delta \epsilon_p(r) \quad \text{où} \quad \delta \epsilon_p(r) = \cancel{dN} \times \epsilon_p(r)$$

↑
énergie potentielle
entre la molécule en O
et les molécules comprises
entre r et r+dr.

$$\bar{\epsilon}_1 = \int_{r_0}^{+\infty} -\frac{\alpha}{r^6} \times 4\pi r^2 n^* dr = - \int_{r_0}^{+\infty} \frac{4\pi \alpha}{r^4} dr n^*$$

$$\bar{\epsilon}_1 = -4\pi \alpha n^* \left[-\frac{1}{3r^3} \right]_{r_0}^{+\infty} = -\frac{4\pi \alpha n^*}{3r_0^3}$$

$$\boxed{\bar{\epsilon}_1 = -\frac{4\pi \alpha n^*}{3r_0^3}}$$

Q4) L'énergie potentielle totale du système serait donc
 $\bar{E}_p = N \bar{\epsilon}_1$
 $= -\frac{4\pi \alpha}{3r_0^3} \frac{N^2}{V}$
 cette relation est fautive car certaines énergies
 potentielles sont comptées 2 fois,
 mais ce point est complètement
 hors programme (système de N points)

On pose $\boxed{a = \frac{4\pi \alpha}{3r_0^3}}$ et on a $\boxed{U = \bar{E}_c + \bar{E}_p = \frac{N k_B T}{\gamma-1} - \frac{N^2 a}{V}}$

Q22) on s'attend à ce que S soit une fonction II-8
croissante de T , d'où $\boxed{c > 0}$

" $S \equiv$ quantification du désordre".

Q23) $dS = k_B N d \ln [T^c (V-u)]$
car $S = \underbrace{S_0}_{\text{cte}} + k_B N \ln [T^c (V-u)] - \underbrace{k_B N \ln [T^c (V-u)]}_{\text{cte.}}$

$$dS = k_B N (d \ln T^c + d \ln (V-u))$$

$$dS = k_B N c \frac{dT}{T} + k_B N \frac{dV}{V-u} \Rightarrow dT = \frac{T dS}{k_B N c} - \frac{k_B N}{k_B N c} \frac{dV}{V-u} T$$

$$\begin{aligned} dU &= \frac{N k_B}{\gamma-1} dT + N^2 a \frac{dV}{V^2} \\ &= \frac{T}{(\gamma-1)c} dS - \frac{N k_B}{(\gamma-1)c} T \frac{dV}{V-u} + N^2 a \frac{dV}{V^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dU &= \frac{T}{(\gamma-1)c} dS - \left(\frac{N k_B T}{(\gamma-1)c (V-u)} - \frac{N^2 a}{V^2} \right) dV \\ &= T dS - P dV \end{aligned}$$

on déduit :

$$\boxed{c = \frac{1}{\gamma-1} \quad P = \frac{N k_B T}{V-u} - N^2 a / V^2}$$

$$\underline{\text{d'ail}} \left(P + \frac{N^2 a}{V^2} \right) (V - u) = N k_B T$$

$$\text{or } N = n \cdot N_A \quad \text{et } R = N_A k_B \quad \text{donnant } \left(P + \frac{N^2 a}{V^2} \right) (V - u) = nRT$$

on reconnaît l'équation des gaz parfaits "corrigée" selon le modèle de Van der Waals

II.C - Refroidissement par détente adiabatique

$n = 1 \text{ mol}$ ici

$$\begin{aligned} Q24) \quad H &\stackrel{\text{def}}{=} U + PV \\ &= \frac{RT}{\gamma - 1} - \frac{A}{V} + PV \quad [*] \end{aligned}$$

$$\text{or } PV - PB + \frac{A}{V} - \frac{AB}{V^2} = RT$$

↑ correction d'ordre 2
(A + B)

↑ ordre 1 ↑ ordre 1

A l'ordre 1 $PV - PB + \frac{A}{V} = RT$

$$\underline{\text{d'ail}} \quad PV + \frac{A}{V} = RT + PB$$

Ainsi [*] donne $H = \frac{RT}{\gamma - 1} - \frac{2A}{V} + RT + PB$

L'équation d'état donne de plus

II.10)

$$V = B + \frac{RT}{P + \frac{A}{V^2}}$$

$$\text{d'où} \quad -\frac{2A}{V} = -\frac{2A}{B + \frac{RT}{P(1 + \frac{A}{PV^2})}} \quad \begin{matrix} \text{ordre 1} \\ \downarrow \end{matrix} = \frac{-2A}{B + \frac{RT}{P}(1 - \frac{A}{PV^2})}$$

$$= \frac{-2A}{\frac{RT}{P}(1 - \frac{A}{PV^2} + \frac{BP}{RT})} = -\frac{2AP}{RT} \left(1 + \frac{A}{PV^2} - \frac{BP}{RT}\right)$$

$$= -\frac{2AP}{RT} \quad \text{en éliminant les termes } A^2 \text{ et } AB \text{ d'ordre 2.}$$

d'où

$$H = \left(\frac{R}{\gamma-1} + R\right) T - \frac{2AP}{RT} + PB$$

$$= C_p T - \frac{2A}{R} P \left(\frac{1}{T} - \frac{BR}{2A}\right)$$

$$H = C_p T - KP \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)$$

avec

$$\begin{cases} C_p = \frac{R}{\gamma-1} + R \\ K = \frac{2A}{R} \end{cases}$$

Q25) Une détente adiabatique à H est
est une détente de Joule Kelvin.

Sur le système $\uparrow$ fluide le 2nd principe s'écrit

$$\Delta S = \cancel{S_{ech}} + S_{irr}$$

0 car la détente est adiabatique

Ainsi $S_{irr} = \Delta S$

or, lors de la détente, l'identité thermodynamique donne

$$dH = TdS + VdP = 0$$

$\uparrow$
isenthalpie

$$dS = -\frac{V}{T} dP > 0$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta S > 0}$$

car $dP < 0$ lors de la détente

d'où $S_{irr} > 0$

donc la transformation est irréversible
(ce qui, qualitativement, est attendu pour une détente).

$$H = C_p T - KP \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) = \text{cte}$$

détente $\Rightarrow \downarrow P$

différencions l'expression précédente

$$0 = C_p dT - K dP \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) - KP \left(-\frac{dT}{T^2} \right) -$$

$$\text{Ainsi } dT \left(C_p + \frac{Kp}{T^2} \right) = K dp \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{>0} \quad \quad \quad \begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ >0 & <0 \end{matrix}$

on a un refroidissement [ie $dT < 0$] lors de la détente

$$\text{si } \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} > 0$$

cad si

$$\boxed{T < T_r}$$

AN

$$H_2 : T_r = \frac{2A}{RB} = 223 \text{ K}$$

$$N_2 : T_r = 865 \text{ K}$$

Le diazote [et donc, probablement, l'air]
se refroidit lors d'une détente dans les
conditions nouvelles ($T \approx 300 \text{ K}$) ... mais pas le
 H_2 .