

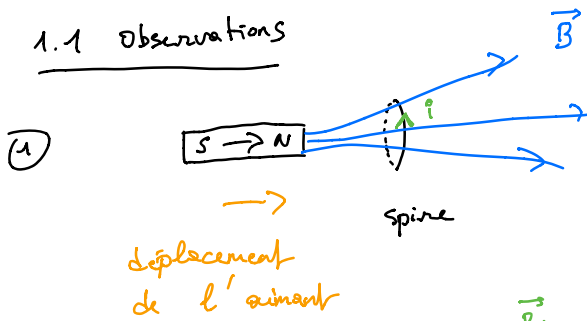
INDUCTION

1. Phénomène d'induction

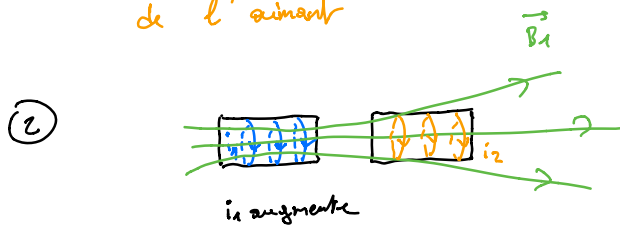
conducteur en mouvement dans un champ magnétique

→ apparition d'une tension aux bornes du conducteur
(d'un courant électrique si le circuit est fermé)

1.1 Observations



Le déplacement de l'aimant induit un courant électrique dans la spire ($i > 0$ avec les sens indiqués sur le schéma)



la variation de i_1 , et donc de $\vec{B}_1$ crée par la première bobine induit un courant i_2 dans la seconde bobine (le circuit étant fermé)

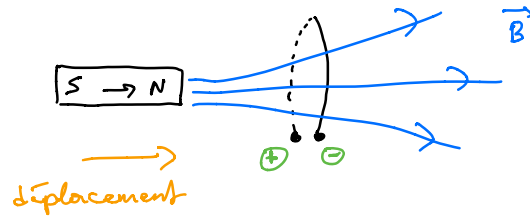
(on aura $i_2 < 0$)

Dans ces deux situations, le phénomène d'induction est dû à "quelque chose qui varie" : soit le champ $\vec{B}$ est constant et il y a un déplacement, soit il n'y a pas de déplacement mais le champ $\vec{B}$ varie.

1.2 Interprétation

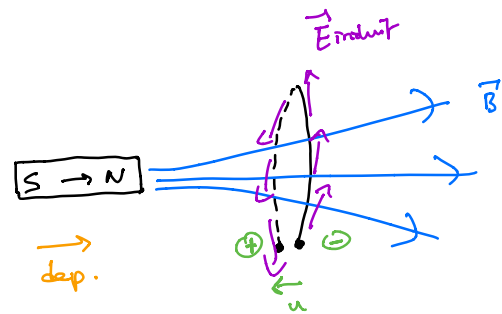
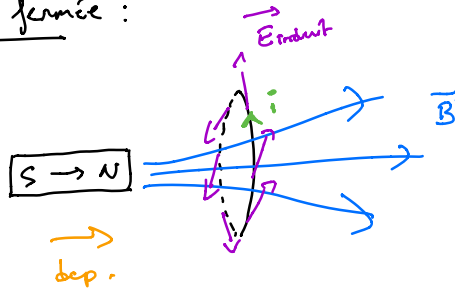
il n'y a pas systématiquement un courant induit avec les phénomènes d'induction : il faut pour cela que le circuit soit fermé.

Si on réalise les expériences présentées en circuit ouvert, on observe l'apparition d'une tension induite aux bornes du circuit (mais pas de courant).



Entre les 2 situations (circuit ouvert ou circuit fermé), ce qu'il y a de commun est l'apparition d'un champ électrique induit.

spire fermée :



On définit la fém (force électromotrice) comme la circulation du champ électrique induit :

$$\mathcal{E} = \int_{\text{circuit}} \vec{E}_{\text{induit}} \cdot d\vec{l}$$

La fém s'exprime en volts.

1.3 Loi de Lenz

↳ loi qualitative qui permet de déterminer le sens du courant induit (si courant il y a, ça ne fonctionne donc que pour un circuit fermé).

Le courant tend, par ses effets, à annuler la cause qui l'a provoqué.

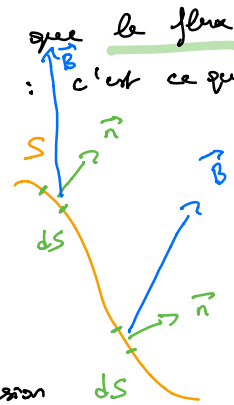
2. Lois de l'induction

2.1 Flux du champ magnétique

Dans les situations précédentes, on peut remarquer que la flux du champ magnétique au travers de la spire varie : c'est ce qui est à l'origine du phénomène d'induction

Le flux de $\vec{B}$
s'exprime en $T \cdot m^2$
(= Weber)

$$\Phi(\vec{B}/S) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS$$



Dans le cas simple $\vec{B}$ uniforme, S plane, alors l'expression

$$\text{est plus simple: } \Phi(\vec{B}/S) = \vec{B} \cdot \vec{n} \iint_S dS$$

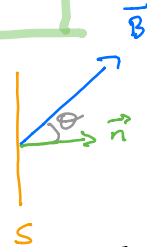
= S (aire de la surface)

$$\text{Ainsi, } \Phi(\vec{B}/S) = \vec{B} \cdot \vec{n} S = BS \cos(\theta)$$

$\vec{B}$ plane
 $\vec{B}$ uniforme



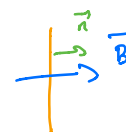
surface plane:
 $\vec{n}$ est partout
le même



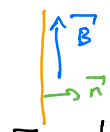
Rem: si $\vec{B} \perp \vec{n}$, $\Phi(\vec{B}/S) = 0$: le champ $\vec{B}$ ne traverse pas S.



$\vec{B}$ traverse S
($\phi < 0$)

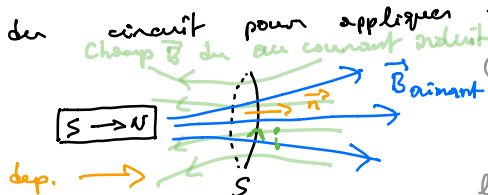


$\vec{B}$ traverse S
($\phi > 0$)



$\vec{B}$ ne traverse
pas S.

On peut utiliser le flux du champ magnétique au travers du circuit pour appliquer la loi de Lenz:



Quand on déplace l'aimant vers la droite, $\phi \uparrow$ (la spire est traversée par un champ $\vec{B}$ élevé): le courant induit dans la spire crée un champ $\vec{B}$ qui vient diminuer ce flux.

2.2 Loi de Faraday

- variable pour un circuit fermé uniquement
- relie la fém induite et la variation de flux (du champ $\vec{B}$ au travers du circuit)

fém induite le long du circuit

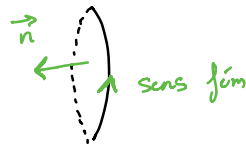
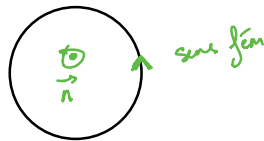
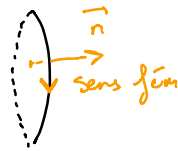
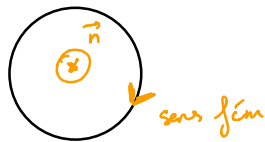
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

flux de $\vec{B}$ au travers du circuit

aspects dimensionnels :
 $q \vec{E}$ et $q \vec{v} \wedge \vec{B}$ sont des forces, donc
 $\text{T.m.s}^{-1} = \text{V.m}^{-1}$, donc $\text{T.m}^2.\text{s}^{-1} = \text{V}$



attention aux conventions d'orientation : le sens choisi pour la fém et le sens choisi pour calculer le flux de $\vec{B}$ doivent être cohérents.



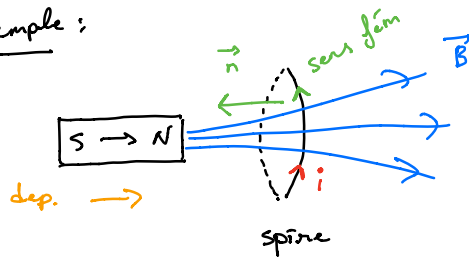
2.3 Modélisation des effets inductifs

Pour pouvoir relier la fém induite aux autres grandeurs électriques (notamment), on utilise un circuit électrique équivalent.

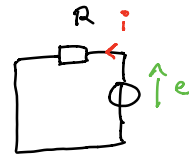
Sur ce circuit électrique (fermé), on indique :

- le sens du courant (sens choisi par convention)
- une source de tension de fém $\mathcal{E}$ (force électromotrice induite)
- une résistance R qui modélise la résistance (totale) du circuit
- éventuellement d'autres éléments (bobines, condensateurs ...)
- qui modélisent d'autres phénomènes dans le circuit.

exemple :



→
circuit
électrique
équivalent



loi de maille :

$$e - Ri = 0$$

$$\text{donc } i = \frac{e}{R}$$

il est préférable de prendre
 i et la fém dans la
même sens

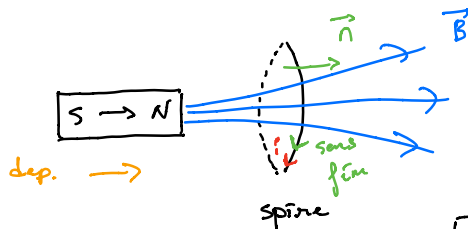
Sens (réel) du courant ?

$$e = - \frac{d\phi}{dt}, \text{ avec } \phi < 0 \text{ et } |\phi| \uparrow, \text{ donc } \phi \nearrow$$

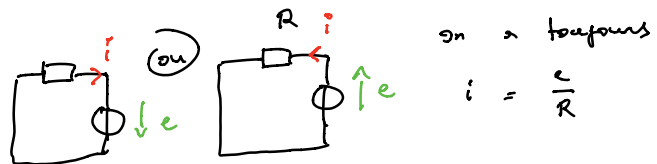
$$\text{on a donc } e > 0 \left(\frac{d\phi}{dt} < 0 \right)$$

$$\text{et donc } i > 0 \quad (i = e/R)$$

On aurait pu prendre une autre convention ($\vec{n}$ dans l'autre sens) :



le circuit électrique équivalent
est le même (fém et i dans
la même sens)



on a toujours

$$i = \frac{e}{R}$$

Cette fois, $\phi > 0$ (et $|\phi| \uparrow$), donc $\phi \nearrow$

$$e = - \frac{d\phi}{dt}, \text{ donc } e < 0, \text{ et donc } i < 0$$

On retrouve bien le même sens réel du courant.

2.4 Cas de Lorentz et cas de Neumann

$\mathcal{E}$ d'induction : 2 cas $\rightarrow$ circuit mobile dans $\vec{B}$ constant : Lorentz
 $\rightarrow$ circuit fixe dans $\vec{B}$ variable : Neumann

On peut imaginer des situations où il y a les deux à la fois (mais pas pour cette année).

Les raisons du $\mathcal{E}$ d'induction sont différentes, mais le résultat est le même (et la loi de Faraday - pour un circuit fermé - fonctionne dans les deux cas).

3. Induction propre

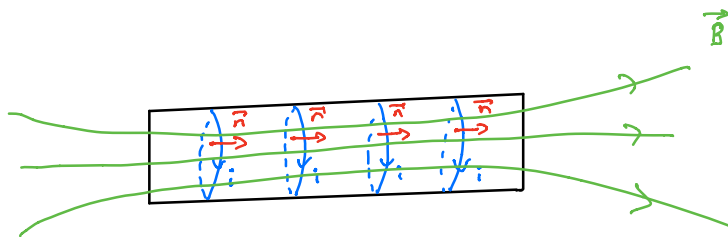
On est ds le cas de Neumann (circuit fixe, $\vec{B}$ variable).
On s'intéresse aux $\mathcal{E}$ d'induction dans une bobine dus à son propre champ magnétique (d'où le nom d'induction propre ou auto-induction) $\rightarrow$ self

3.1 Inductance propre

L'inductance propre d'une bobine (généralement appelée inductance et notée L , s'exprime en Henry) relie le flux propre (le flux au travers de la bobine du champ magnétique créé par la bobine) et le courant qui circule dans la bobine :

$$\Phi = L i$$

flux propre $\rightarrow$ Φ $\rightarrow$ inductance (propre) $\rightarrow$ L $\rightarrow$ courant $\rightarrow$ i

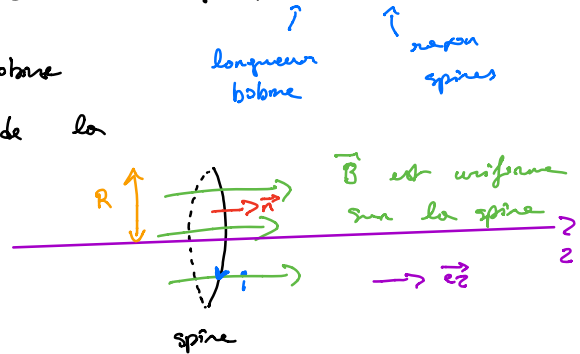


⚠ $\vec{n}$ choisi pour calculer le flux doit être cohérent avec le sens choisi pour i (pour avoir $L > 0$)

Calcul de L dans l'approximation du solénoïde infini
(pertinent pour une bobine suffisamment allongée, $l \gg R$)

Le champ à l'intérieur de la bobine
(donc celui qui traverse les spires de la bobine) vaut $\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{l} i \vec{e}_z$

on voit que $\vec{n} = \vec{e}_z$



flux au travers d'une spire :

$$\Phi_{(1 \text{ spire})} = \vec{B} \cdot \vec{n} S = \mu_0 \frac{N}{l} i \pi R^2$$

le flux au travers de toute la bobine est égal au flux au travers d'une spire multiplié par le nombre de spires.

le flux propre est donc égal à : $\Phi = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2 i$
 $= L$

Comme (par définition) $\Phi = Li$, on obtient :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2$$

Ordre de grandeur : $l = 50 \text{ cm}$; $R = 2 \text{ cm}$; $N = 1000$

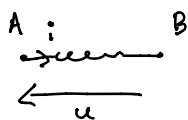
$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 1000^2 \times \pi \times 0,02^2}{0,5} \approx 16 \cdot 10^{-4} \text{ H} \quad (1,6 \text{ mH})$$

3.2 Auto-induction

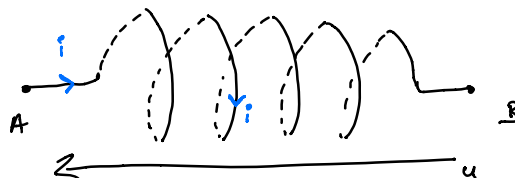
on a déjà vu la loi qui caractérise le comportement d'une bobine en régime variable :

$$\begin{array}{c} i \\ \xrightarrow{L} \\ \leftarrow u \end{array}$$

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (\text{convention récepteur})$$



$\leftrightarrow$



en considérant une spire:



cohérence entre les
choix pour i et $\vec{n}$
car $\phi = Li$

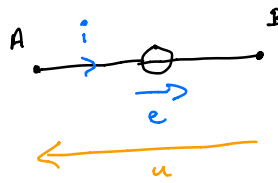
cohérence entre les
choix pour $\vec{n}$ et
sens fém car

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

On a donc $e = - \frac{d\phi}{dt}$ et $\phi = Li$,

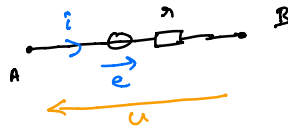
d'où $e = - L \frac{di}{dt}$ avec e et i orientés dans le même sens

Si on néglige la résistance de la bobine, on obtient le circuit électrique équivalent entre A et B:



$$u = -e = L \frac{di}{dt}$$

Si on prend en compte la résistance r de la bobine:



$$u = -e + ri$$

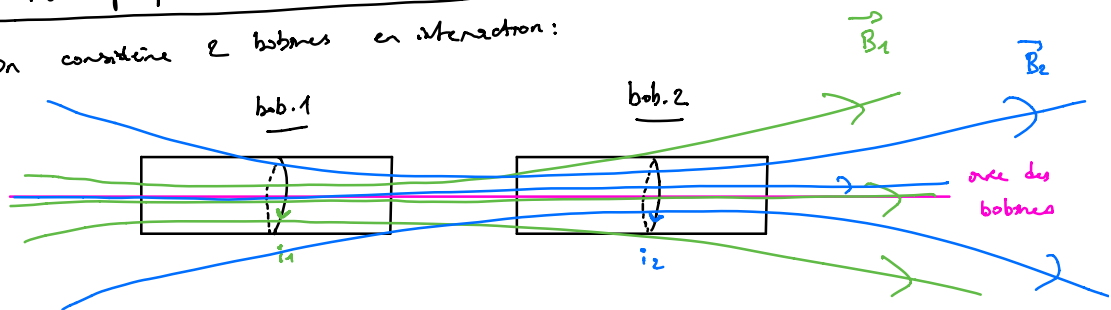
$$= L \frac{di}{dt} + ri$$

4. Induction mutuelle

induction dans une bobine due au champ magnétique créé par une autre bobine

4.1 Flux propre et flux extérieur

On considère 2 bobines en interaction:



le flux (du champ magnétique) au travers de la bobine 1 s'écrit:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

flux au travers de la bob. 1 contribution due à $\vec{B}_1$: flux propre contribution due à $\vec{B}_2$: flux extérieur

de même, on a: $\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22}$

flux extérieur flux propre

4.2 Coefficient d'inductance mutuelle

On reprend la situation précédente:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

Φ_{11} , flux propre, est relié à $\vec{B}_1$ et donc à i_1 : $\Phi_{11} = L_1 i_1$

Φ_{12} , flux extérieur (flux de $\vec{B}_2$ au travers de la bob. 1) est relié à $\vec{B}_2$, et donc à i_2 :
inductance propre de la bob. 1

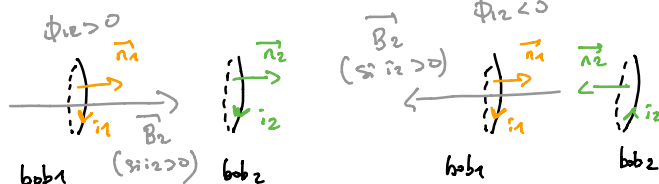
$$\Phi_{12} = M_{12} i_2$$

coefficient d'inductance mutuelle bob2 $\rightarrow$ bob1 (flux au travers de bob1 dû au champ de bob2)

Le coefficient d'inductance mutuelle entre 2 bobines dépend de leur constitution (forme, taille, nb spires ...) et de leur position / orientation relative:

- plus les bobines sont éloignées et plus M_{12} diminue ...
- l'orientation est importante

- le signe dépend de l'orientation des spires:



$$M_{12} > 0$$

$$M_{12} < 0$$

On pourrait aussi écrire $\Phi_{21} = M_{21} i_1$.

En fait, $M_{21} = M_{12}$ (on peut le justifier formellement).

On note simplement M le coeff d'inductance mutuelle entre 2 bobines.

Résumé :

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \Phi_2 &= M i_1 + L_2 i_2\end{aligned}$$

Les coeffs d'inductance mutuelles, comme les inductances propres, sont en Henry.

Rem : on peut définir une matrice de coefficients d'inductance

$$\begin{pmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

On peut généraliser à un nombre quelconque de bobines en interaction

4.3 Exemple de 2 solénoïdes "infins" imbriqués, coefficient de couplage

On considère 2 bobines, mais sur le même support : 2 fils distincts sont bobinés sur un support commun, et constituent chacun une bobine.

Dans l'approximation du solénoïde infini, à l'intérieur, on a :

$$\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1 \vec{e}_z$$

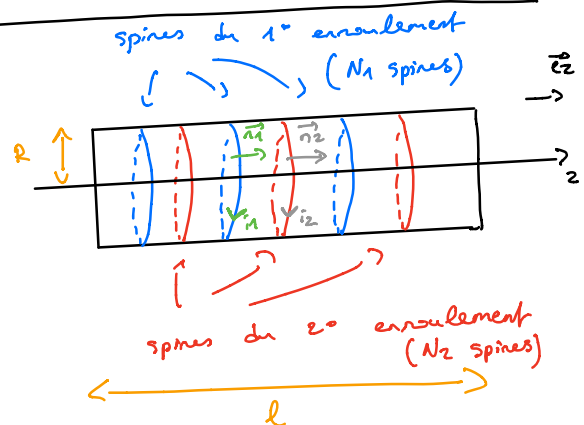
$$\vec{B}_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l} i_2 \vec{e}_z$$

On a déjà vu que $L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l} S$ ($S = \pi R^2$)

$$\text{et } L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l} S$$

Calculons M (va comme M_{21} : flux extérieur au travers de bob1, dû à $\vec{B}_1$) :

$$\text{flux / 1 spine : } \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_2 S = B_1 S = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1 S$$



d'où $\phi_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{l} i_1$ (on multiplie par N_2)
 $= M i_1$

On a donc $M_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{l}$, soit $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{l}$

Rem: On a ici $M^2 = L_1 L_2$, ce qui est caractéristique d'un couplage parfait (le + d'influence des bobines l'une sur l'autre).

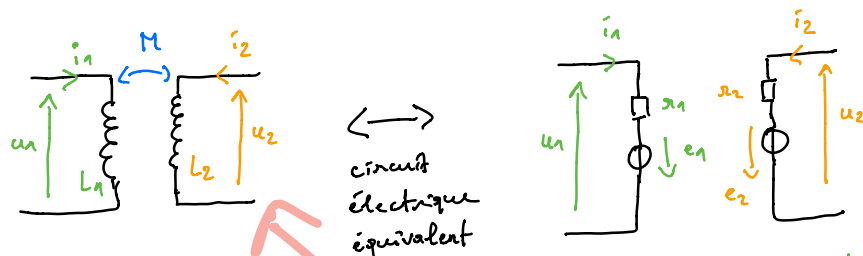
D'une manière générale, $M^2 \leq L_1 L_2$.

On peut définir $k = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}}$: coeff de couplage

$0 \leq k \leq 1$ → couplage parfait
 ↙ pas de couplage

4.4 Circuits électriques couplés

↪ couplés par inductance mutuelle (chacun des 2 circuits comporte une bobine - ou du moins une "partie inductive" modélisable par une inductance).



Pour le 1^o circuit:

$$u_1 = -e_1 + r_1 i_1$$

$$= L_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -e_2 + r_2 i_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + M \frac{di_1}{dt}$$

$$e_1 = - \frac{d\phi_1}{dt} = - \frac{d}{dt} (L_1 i_1 + M i_2)$$

$$= - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = - \frac{d\phi_2}{dt} = - \frac{d}{dt} (M i_1 + L_2 i_2)$$

$$= - M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}$$

on retrouve la même chose que pour une bobine seule, en convention récepteur

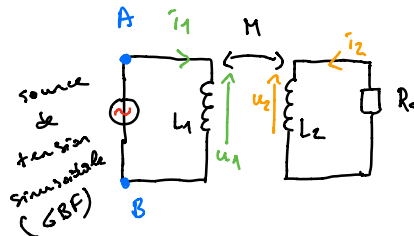
on retient les résultats :

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

⚠ ça marche avec les conventions (C.R pour chaque bobine)

système de 2 équations différentielles couplées

exemple :



on néglige les résistances des 2 bobines.
Quelle est l'impédance équivalente vue du GBF ? (entre les ports A et B)

On reprend les équations précédentes (on a les mêmes conventions), sans les résistances internes des bobines :

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

On passe aux grandeurs complexes :

$$\underline{u}_1 = j\omega L_1 \underline{i}_1 + j\omega M \underline{i}_2 \quad (1)$$

$$\underline{u}_2 = j\omega L_2 \underline{i}_2 + j\omega M \underline{i}_1 \quad (2)$$

on a, de plus, $u_2 = -R_0 i_2$ (convention génératrice pour R_0),
d'où : $\underline{u}_2 = -R_0 \underline{i}_2 \quad (3)$

On combine (1), (2) et (3) pour obtenir une relation entre $\underline{u}_1$ et $\underline{i}_1$:

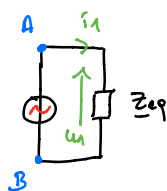
$$(2) \text{ et } (3) \text{ donnent } j\omega L_2 \underline{i}_2 + j\omega M \underline{i}_1 = -R_0 \underline{i}_2,$$

$$\text{soit } \underline{i}_2 = -\frac{1}{j\omega L_2} (R_0 + j\omega L_2) \underline{i}_1, \text{ et donc } \underline{i}_2 = \frac{-j\omega M \underline{i}_1}{R_0 + j\omega L_2}$$

$$\text{et on injecte dans (1) : } \underline{u}_1 = j\omega L_1 \underline{i}_1 - \frac{(j\omega M)^2 \underline{i}_1}{R_0 + j\omega L_2}$$

$$\text{et donc } \underline{u}_1 = j\omega \left(L_1 - \frac{j\omega M^2}{R_0 + j\omega L_2} \right) \underline{i}_1 = \underline{Z}_{eq}$$

Du point de vue du GBF :



$$\text{on a donc } \underline{u}_1 = \underline{Z}_{eq} \underline{i}_1$$

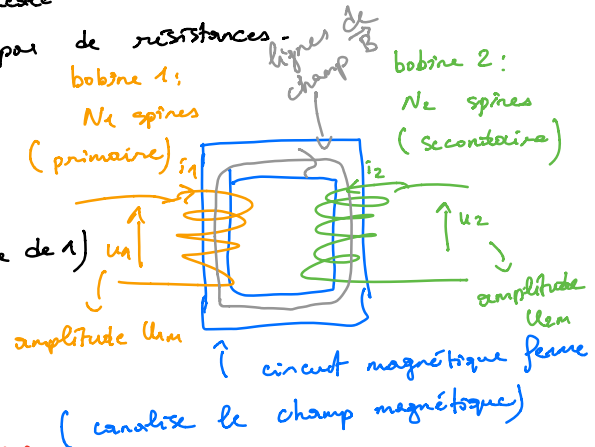
$$\text{d'où } \underline{Z}_{eq} = \left(L_1 - \frac{j\omega M^2}{R_0 + j\omega L_2} \right) j\omega$$

4.5 Transformateur

on se limite à une vision "idéale" des choses, avec un couplage parfait entre les 2 bobines, et pas de résistances.

principe : mettre 2 bobines avec des nombres de spires différents en interaction (coeff. couplage proche de 1)

principal résultat : $\frac{U_{em}}{U_{am}} = \frac{N_2}{N_1}$
loi des tensions



⚠ un transformateur ne fonctionne pas en régime continu (on aurait $u_2 = 0$!)
on utilise des transformateurs en régime sinusoïdal

On appelle ce dispositif transformateur car, en jouant sur le rapport $\frac{N_2}{N_1}$, on peut augmenter (si $N_2 > N_1$) ou diminuer (si $N_2 < N_1$) la valeur de la tension (l'amplitude) entre l'entrée (u_1) et la sortie (u_2) du transformateur.

ex: $400\,000\text{ V} \rightarrow 20\,000\text{ V}$ (haute tension $\rightarrow$ moyenne tension)
il faut $N_1 = 20 N_2$ ($\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{20}$)

On peut justifier la loi des tensions en utilisant les équations précédentes (on néglige les résistances) :

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (1)$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (2)$$

(1) donne $\frac{di_2}{dt} = \frac{1}{M} \left(u_1 - L_1 \frac{di_1}{dt} \right)$ et on injecte dans (2) :

$$u_2 = \frac{L_2}{M} \left(u_1 - L_1 \frac{di_1}{dt} \right) + M \frac{di_1}{dt} = \frac{L_2}{M} u_1 + \left(M - \frac{L_1 L_2}{M} \right) \frac{di_1}{dt}$$

d'où $\frac{u_2}{u_1} = \frac{L_2}{M}$ et, idéalement, on a $\frac{L_2}{M} = \frac{N_2}{N_1}$ (cf ex. du 4.3)

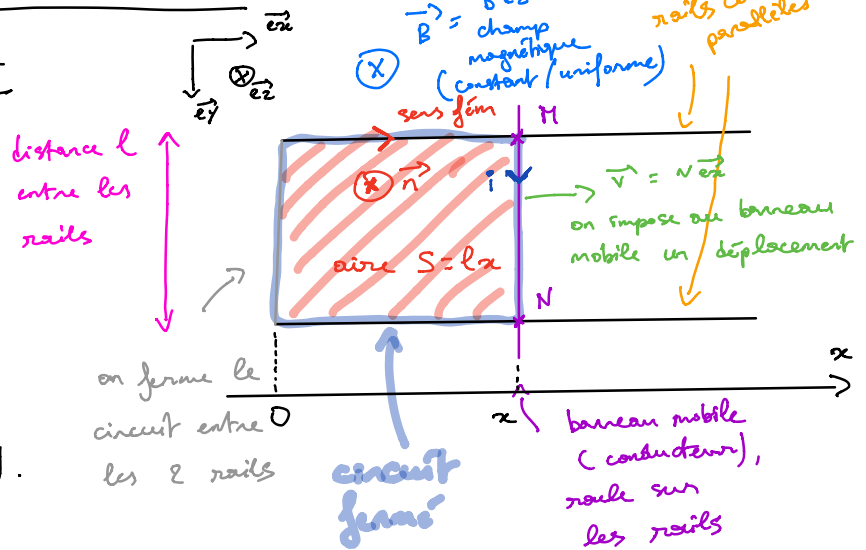
et finalement $\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$

nul en cas de couplage parfait, car alors $M^2 = L_1 L_2$

5. Induction dans des circuits mobiles (cas de Lorentz)

5.1 Rails de Laplace

Il y a un $\vec{B}$ d'induction dans le barreau mobile (circuit électrique en mouvement dans un champ magnétique), avec un courant induit (circuit fermé).



fm induite: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} S = B l x$

$$\text{d'où } \mathcal{E} = - B l \frac{dx}{dt} = - B l v$$

circuit électrique équivalent (on prend en compte la fm induite et la résistance de l'ensemble):

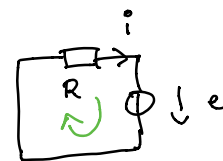
$$\text{on a alors } i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

et donc

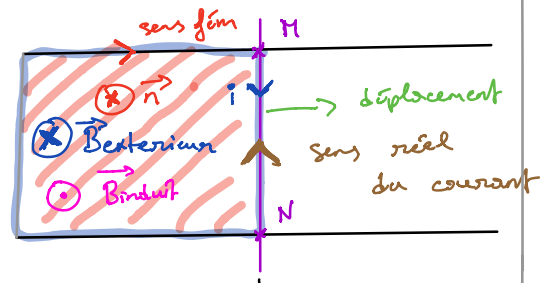
$$i = - \frac{B l v}{R}$$

Si le déplacement avait lieu dans l'autre sens, le courant induit serait dans l'autre sens.

Rem: si la vitesse v varie, et donc i varie, en toute rigueur il y a de l'auto-induction, mais elle est négligeable (circuit à une seule spire)



$$\text{loi des mailles: } - R i + \mathcal{E} = 0$$



On aurait pu prévoir le sens du courant avec la loi de Lenz: le déplacement fait $\uparrow \Phi$, i doit donc créer un champ $\vec{B}_{\text{induit}}$ qui s'oppose à l' $\uparrow$ de flux (son flux est < 0)

5.2 Freinage électromagnétique

Du fait du courant induit qui circule dans le barreau mobile entre M et N, il y a une force de Laplace sur ce barreau.

$$i = - \frac{Blv}{R}$$

on calcule la force de Laplace sur MN :

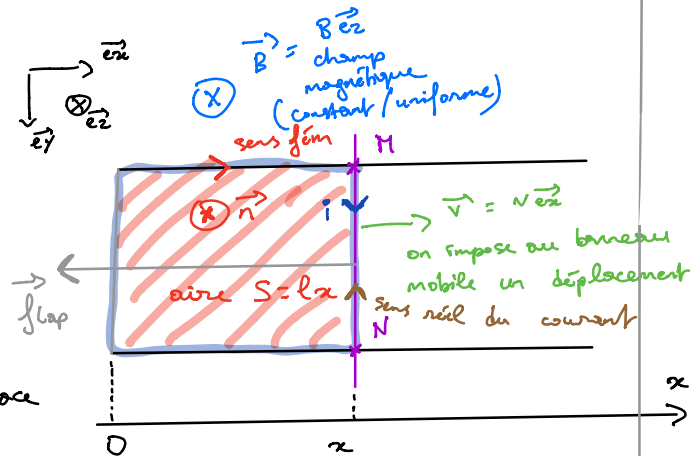
$$\begin{aligned}\vec{f}_{\text{lap}} &= i \vec{MN} \wedge \vec{B} \\ &= i (l \vec{ey}) \wedge (B \vec{ez}) \\ &= i l B \vec{ex}\end{aligned}$$

$$\text{D'où } \vec{f}_{\text{lap}} = \left(- \frac{Blv}{R}\right) l B \vec{ex}$$

$$\text{Soit : } \vec{f}_{\text{lap}} = - \frac{(Bl)^2}{R} v \vec{ex}$$

$$\text{ou encore } \vec{f}_{\text{lap}} = - \frac{(Bl)^2}{R} \vec{v}$$

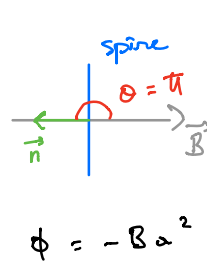
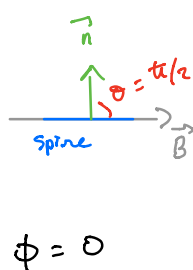
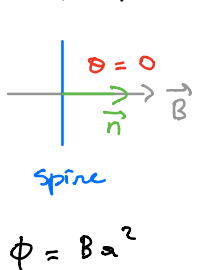
Cela correspond à une force de frottement fluide en $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$, avec ici $\alpha = \frac{(Bl)^2}{R}$. D'où le nom de freinage électromagnétique.



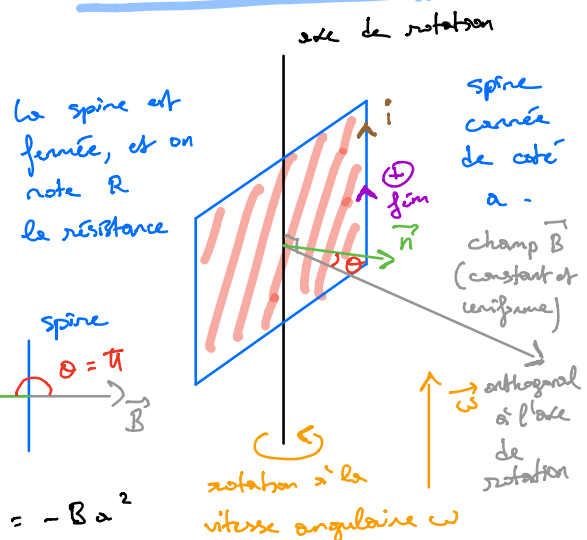
On peut prévoir directement le sens de la force de Laplace avec la loi de Lenz : le courant induit est dû au déplacement vers la droite, la force de Laplace qui résulte de ce courant induit doit donc être vers la gauche, pour s'opposer au déplacement.

5.3 Spire en rotation

Le flux (de $\vec{B}$ au travers de la spire) varie car l'angle θ varie :



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot a^2 = Ba^2 \cos(\theta)$$



calcul de la fém: $e = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (B a^2 \cos(\theta)) = B a^2 \sin(\theta) \times \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = \omega$

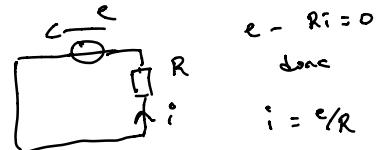
d'où $e = B a^2 \omega \sin(\theta)$

En imaginant que $\omega = \omega^{\text{rot}}$, $\theta = \omega t (+\theta_0)$, on a :

$e = B a^2 \omega \sin(\omega t)$: fém sinusoïdale

calcul du courant: on dessine le circuit électrique équivalent :

$i = \frac{e}{R} = \frac{B a^2 \omega}{R} \sin(\omega t)$



le courant induit est sinusoïdal

Les alternateurs (centrales électriques notamment) sont basés sur ce principe, et délivrent des tensions / courants sinusoïdaux.

6. Bilans énergétiques

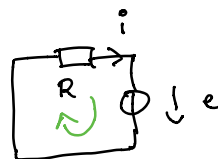
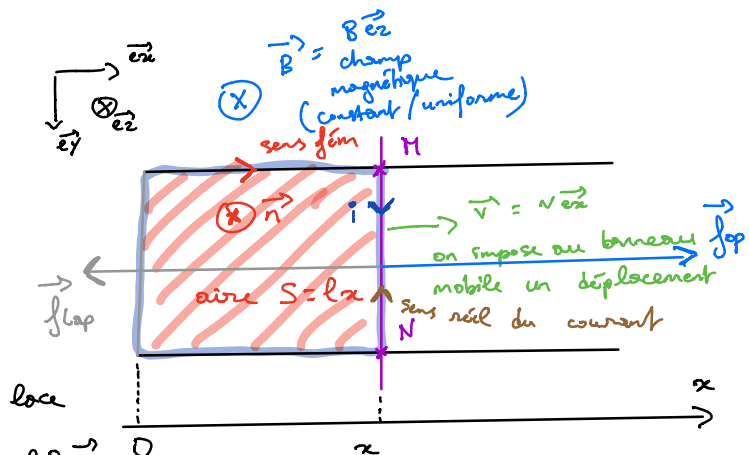
6.1 Rails de Laplace

On reprend la situation précédente (5.1 et 5.2), ainsi que les différents résultats :

$e = - B l v$

$i = - \frac{B l v}{R}$

$\vec{f}_{\text{lap}} = - \frac{(B l)^2}{R} v \vec{e}_x = i l B \vec{e}_x$



circuit électrique équivalent

On considère que le barreau mobile se déplace à une vitesse v constante. Il faut donc exercer sur le barreau une force, notée $\vec{f}_{\text{op}}$ (force opérateur), qui compense la force de Laplace ($\vec{f}_{\text{op}} = -\vec{f}_{\text{lap}}$).

La puissance de cette force est :
$$P_{\text{op}} = \vec{f}_{\text{op}} \cdot \vec{v} = \left(\frac{(B l)^2}{R} v \vec{e}_x \right) \cdot (v \vec{e}_x) = \frac{(B l)^2}{R} v^2$$

Que devient cette énergie ? Elle est dissipée par effet Joule dans la résistance : $P_f = Ri^2 = R \left(\frac{-Blv}{R} \right)^2 = \frac{(Bl)^2 v^2}{R}$

6.2 Bilan auxiliaire

On reprend la situation précédente :

- d'un point de vue mécanique :

$$P_{op} = \vec{f}_{op} \cdot \vec{v} = \frac{(Bl)^2 v^2}{R}$$

On peut aussi considérer la puissance de la force de Laplace : $P_{lap} = \vec{f}_{lap} \cdot \vec{v} = - \frac{(Bl)^2 v^2}{R}$

- d'un point de vue électrique :

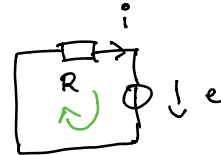
$$P_f = Ri^2 = \frac{(Bl)^2 v^2}{R}$$

Du point de vue du circuit

elec. équivalent, d'où vient

l'énergie dissipée dans la

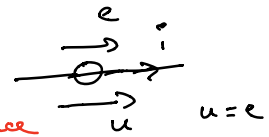
résistance ? Elle est fournie par la source de tension qui modélise la fém :



$$P_{fém} = u i$$



c'est la puissance cédée (l'opposé de la puissance reçue), donc $u i$ en convention générateur



$$\text{d'où } P_{fém} = e i = (-Blv) \times \left(-\frac{Blv}{R} \right) = \frac{(Bl)^2 v^2}{R}$$

On a donc 4 puissances, égales en valeur absolue $\left(\frac{(Bl)^2 v^2}{R} \right)$:

mécanique : $P_{op} > 0$
 $P_{lap} < 0$

$P_{op} + P_{lap} = 0$: l'énergie cinétique du barreau est constante

électrique : $P_f > 0$
 $P_{fém} > 0$

$P_f = P_{fém}$: l'énergie dissipée dans la résistance est fournie par la source de

On remarque que P_{lap} et $P_{fém}$ sont opposés, ce qui est vrai dans toutes les situations.

On formule ainsi le bilan auxiliaire :

$$P_{lap} + P_{fém} = 0$$

puissance (mécanique) des forces de Laplace sur le circuit mobile

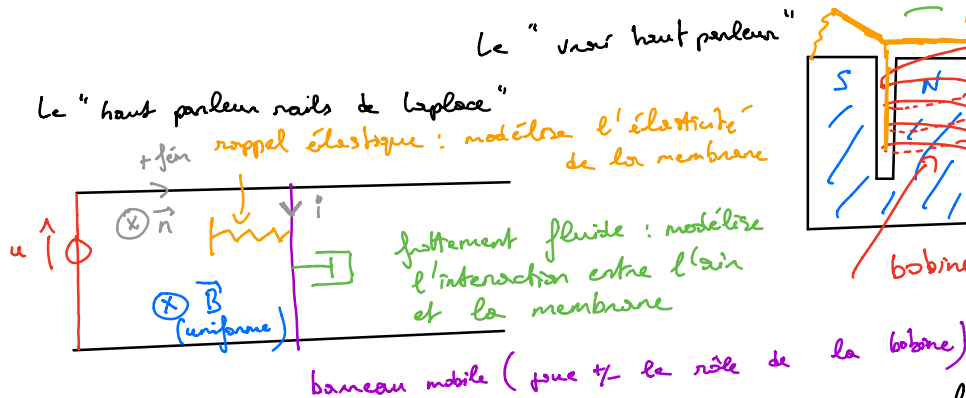
puissance tension fournie par la source de tension

cette relation traduit le couplage électromécanique, et la conversion énergie mécanique $\longleftrightarrow$ énergie électrique

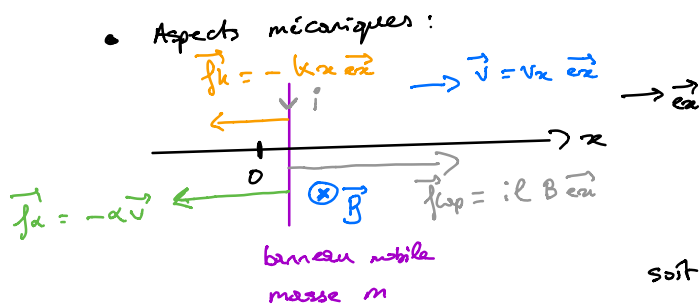
$\xrightarrow{\text{alternateur (ou dynamo)}}$
 $\xleftarrow{\text{moteur}}$

qui modélise les phénomènes d'induction (et apparaît dans le circuit électrique équivalent)

6.3 Haut parleur



On ne considère pas le vrai haut-parleur car le calcul de la fém induite dans la bobine (du fait de son déplacement) est plus compliqué.



$\Sigma =$ loi de Newton (pour le barreau mobile) :

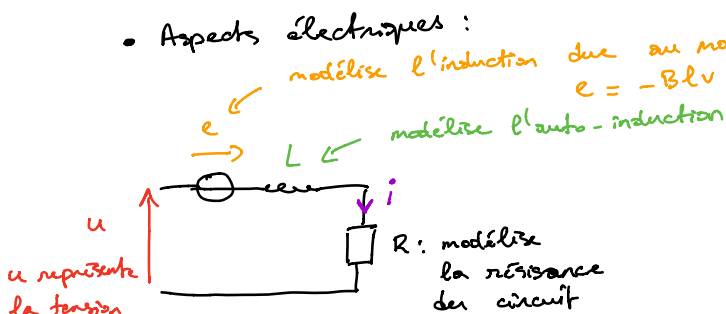
$m \vec{a} = \vec{f}_{\text{lap}} + \vec{f}_d + \vec{f}_k$

On projette ($\vec{e}_x$) :

$m \ddot{x} = iLB - kx - \alpha \dot{x}$

soit $m \ddot{x} + \alpha \dot{x} + kx = iLB$

équation mécanique



loi des mailles :

$u = Ri + L \frac{di}{dt} - e$

Soit $u = L \frac{di}{dt} + Ri + BLv$

équation électrique

d'alimentation des HP

bilan énergétique: on multiplie l'équation mécanique par la vitesse ($\dot{x}$):

$$m \ddot{x} \dot{x} + k x \dot{x} + \alpha \dot{x} \dot{x} = i l B \dot{x}$$

$= |P_{\text{mech}}|$

on multiplie l'équation électrique par i :

$$u i = L \frac{di}{dt} i + R i^2 + \underbrace{B l v i}_{\substack{\text{couplage} \\ \text{électroméca-} \\ \text{trique}}} = B l \dot{x} i$$

$= |P_{\text{élec}}|$

On regroupe ces 2 équations:

$$u i = L \frac{di}{dt} i + R i^2 + m \ddot{x} \dot{x} + k x \dot{x} + \alpha \dot{x}^2$$

$$\text{or, } \frac{di}{dt} i = \frac{d}{dt} \left(\frac{i^2}{2} \right), \quad \ddot{x} \dot{x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}^2}{2} \right) \text{ et } x \dot{x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{x^2}{2} \right)$$

$$\text{D'où } \underbrace{u i}_{\substack{\text{puissance} \\ \text{fournie par} \\ \text{l'alimentation} \\ \text{des HP}}} = \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2} L i^2}_{\text{ebob}} + \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{\text{ec}} + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{\text{epc}} \right) + \underbrace{R i^2}_{\substack{\text{puissance} \\ \text{dissipée} \\ \text{par effet} \\ \text{Joule}}} + \underbrace{\alpha v^2}_{\substack{\text{puissance} \\ \text{transmise} \\ \text{à l'onde} \\ \text{sonore} \\ (+ \text{ dissipation})}}$$

nel en moyenne

envoyer TP...