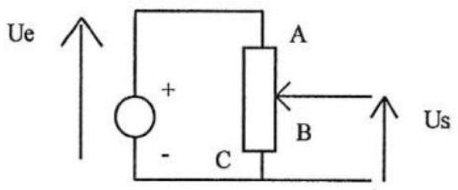
Exercice 1

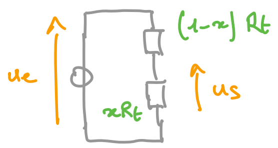
On considère le montage potentiométrique dessiné ci-contre. On note $R_{AC} = Rt$ la résistance totale du potentiomètre et $R_{BC} = xRt$ (x variant entre 0 et 1) la résistance entre les points B et C.

1. Calculer Us, le circuit restant ouvert entre B et C.



2. Calculer Us, une résistance R_0 (charge) étant branchée entre B et C. Qu'obtient-on dans le cas où $R_0 \gg Rt$?

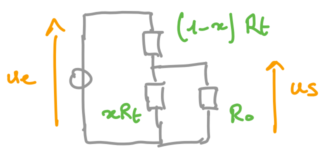
1.



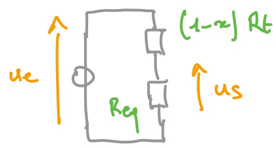
pont diviseur de tension :

$$us = \frac{x\,Rt}{x\,Rt + (1-x)\,Rt}\,ue \quad \text{donc} \quad \boxed{us = x\,ue}$$

2. Avec une charge Ro branchée en sortie :



<=>



On associe $x\,Rt$ et Ro en dérivation : $Req = \dfrac{x\,Rt\,Ro}{x\,Rt + Ro}$

Ensuite, on peut utiliser à nouveau le pont diviseur de tension :

$$us = \frac{Req}{Req + (1-x)\,Rt}\,ue$$

Or,
$$\frac{Req}{Req + (1-x)\,Rt} = \frac{\frac{x\,Rt\,Ro}{x\,Rt + Ro}}{\frac{x\,Rt\,Ro}{x\,Rt+Ro} + (1-x)\,Rt} = \frac{x\,\cancel{Rt}\,Ro}{x\,\cancel{Rt}\,Ro + (1-x)\,\cancel{Rt}\,(x\,Rt + Ro)}$$

$$= \frac{x\,Ro}{\cancel{x\,Ro} + (1-x)\,x\,Rt + Ro - \cancel{Ro\,x}} = \frac{x}{1 + \frac{x(1-x)\,Rt}{Ro}}$$

finalement, $\boxed{us = \dfrac{x\,ue}{1 + x(1-x)\frac{Rt}{Ro}}}$

Si $Ro \gg Rt$, $x(1-x)\dfrac{Rt}{Ro} \ll 1$
(car $x(1-x)$ est borné)

et donc $us \simeq x\,ue$: on retrouve le cas " à vide " car quasiment aucun courant ne passe par Ro.

Exercice 2

On dispose de six piles identiques de fém 1,5 V et de résistance interne 1Ω. Comment faut-il les associer pour obtenir une intensité maximale en les faisant débiter dans une résistance de 2Ω ?

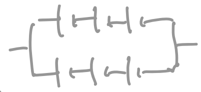
On exclut à priori les associations où les piles on leur fém en sens inverse (et donc " travaillent " l'une contre l'autre) ainsi que celles où l'on aurait en dérivation des branches ne comportant pas le même nombre de piles.

Il reste ainsi 4 possibilités :

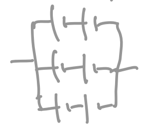
① 6 piles en série

② 6 piles en dérivation

③ 2 × 3 :

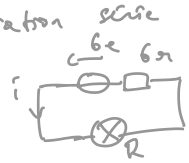


④ 3 × 2



① : l'association série des 6 modèles de thévenin (e, r) donne $(6e, 6r)$

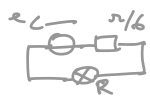
donc



d'où $i = \frac{6e}{6r+R}$ A.N : $i = 1,125$ A

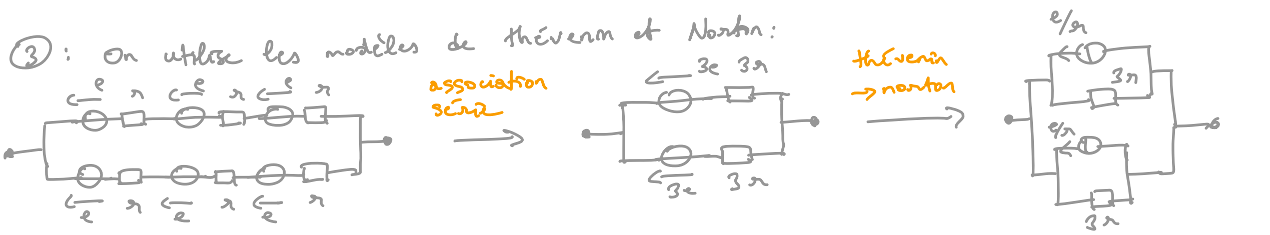
② : on transforme les modèles thévenin (e, r) en norton $(e/r, r)$ et on les associe en dérivation ce qui donne $\left(\frac{6e}{r}, r/6\right)$ et enfin on repasse en thévenin $(e, r/6)$

on a donc

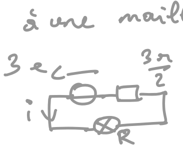


d'où $i = \frac{e}{r/6+R}$ A.N : $i = 0,69$ A

③ : On utilise les modèles de thévenin et Norton :



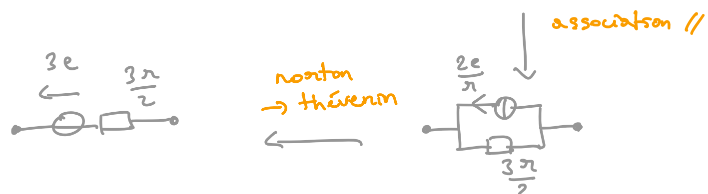
On conclut avec un circuit à une maille :



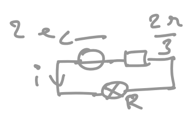
$i = \frac{3e}{R+3r/2}$

A.N : $i = 1,28$ A

c'est la meilleure association



④ même principe que ③, qui conduit à



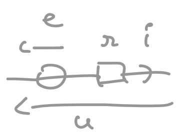
et donc $i = \frac{2e}{R+\frac{2r}{3}}$

A.N : $i = 1,125$ A

Exercice 3

On considère une batterie de fém e = 24 V. Elle fonctionne d'abord en récepteur et reçoit une puissance p = 180 W sous une intensité I. Elle fonctionne ensuite en générateur, débite une intensité 2I et fournit la même puissance p. Que vaut sa résistance interne ?

- fonctionnement récepteur :



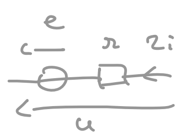
en fonctionnement récepteur, le courant circule en sens inverse de la fém

On est en convention récepteur, donc p (puissance reçue par la batterie)

s'écrit $p = u\,i$ or, $u = e + r i$ (résistance r en convention récepteur)

donc $p = (e + r i)\, i$ soit $\boxed{p = e i + r i^2}$ (1)

- fonctionnement récepteur :



en fonctionnement générateur, le courant circule dans le même sens que la fém

On est en convention générateur donc p (puissance cédée par la batterie)

s'écrit $p = u\,(2i)$ or, $u = e - r(2i)$ (résistance r en convention générateur)

donc $p = (e - 2 r i)\, 2 i$ soit $\boxed{p = 2 e i - 4 r i^2}$ (2)

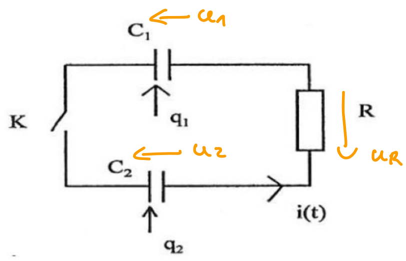
On conclut en exploitant (1) et (2), par exemple $4 \times (1) + (2)$:

$5p = 4 e i + 4 r i^2 + 2 e i - 4 r i^2 = 6 e i$ donc $i = \dfrac{5p}{6e}$ A.N : $i = 6{,}25\,A$

On peut ensuite déduire r de (1) ou (2) : $r = 0{,}768\ \Omega$

Exercice 4

On considère le montage ci-contre. Initialement $q_1 = q_0$ et $q_2 = 0$. A l'instant $t = 0$, on ferme K.



1) Montrer que, tout au long du régime transitoire, $q_1 + q_2 = q_0$
2) Prévoir qualitativement la relation entre q_1 et q_2 à l'équilibre. En déduire q_1 et q_2 à l'équilibre.
3) Déterminer l'évolution de i(t) pour $t > 0$.
4) Déterminer l'évolution de q_1 et q_2 ; donner leur représentation graphique.
5) Calculer l'énergie perdue par effet Joule entre $t = 0$ et l'équilibre.

1. $i = \frac{dq_2}{dt}$ et $i = -\frac{dq_1}{dt}$ (attention au signe !)

donc $\frac{dq_2}{dt} = -\frac{dq_1}{dt}$, donc $\frac{d}{dt}(q_1+q_2) = 0$, donc $q_1 + q_2 = c^{ste}$

Or, à $t=0$, $q_1+q_2 = q_0 + 0 = q_0$. Donc, $\forall t$, $q_1 + q_2 = q_0$

2. A l'équilibre, régime stationnaire. Donc $i = 0$ (le condensateur ne laisse pas passer un courant continu). Donc $u_R = 0$, et donc $u_1 = u_2$ (loi des mailles)

D'où $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$ et en combinant avec $q_1+q_2 = q_0$, on obtient :

$\boxed{q_1 = \frac{C_1}{C_1+C_2} q_0}$ et $\boxed{q_2 = \frac{C_2}{C_1+C_2} q_0}$

3. Loi des mailles : $u_R + u_2 - u_1 = 0$

Or, $u_R = Ri$; $u_2 = \frac{q_2}{C_2}$ et $u_1 = \frac{q_1}{C_1}$ donc $Ri + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1} = 0$

On dérive : $R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C_2}\frac{dq_2}{dt} - \frac{1}{C_1}\frac{dq_1}{dt} = 0$ soit $R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C_2}i + \frac{1}{C_1}i = 0$

Soit $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$ avec $\boxed{\tau = \frac{RC_1C_2}{C_1+C_2}}$

solution : $i = \lambda e^{-t/\tau}$

il faut la C.I sur i pour déterminer λ :

A $t = 0^+$, $u_R = u_1 - u_2$ donc $Ri = \frac{q_0}{C_1} + 0$ et donc $i = \frac{q_0}{RC_1}$

La C.I est $i(t=0) = \frac{q_0}{RC_1}$ attention, pas de continuité pour i (pas de bobine), qui conduirait à $i(t=0)=0$!

On trouve ainsi $\lambda = \frac{q_0}{RC_1}$

et donc $\boxed{i = \frac{q_0}{RC_1} e^{-t/\tau}}$

4. On peut trouver q_1 via $i = -\frac{dq_1}{dt}$ et en intégrant :

$$q_1 = -\int i\,dt + c^{te} = \underbrace{-\frac{q_0}{RC_1}(-\tau)}\, e^{-t/\tau} + c^{te}$$

$$= \frac{q_0\tau}{RC_1} = \frac{q_0}{\cancel{RC_1}} \frac{\cancel{RC_1}C_2}{C_1+C_2} = \frac{q_0 C_2}{C_1+C_2}$$

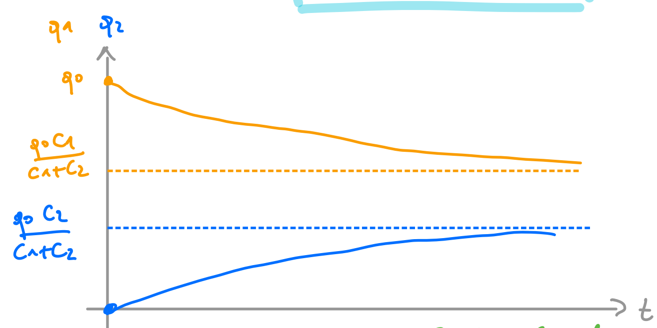
donc $q_1 = \frac{q_0 C_2}{C_1+C_2} + c^{te}$ et $q_1(t=0) = q_0$ donc $q_0 = \frac{q_0 C_2}{C_1+C_2} + c^{te}$

ce qui donne $c^{te} = \frac{q_0 C_1}{C_1+C_2}$

finalement, $\boxed{q_1 = \frac{q_0}{C_1+C_2}\left(C_1 + C_2\, e^{-t/\tau}\right)}$

On peut ensuite déduire q_2 de $q_1 + q_2 = q_0$, ce qui donne $\boxed{q_2 = \frac{q_0 C_2}{C_1+C_2} e^{-t/\tau}}$

On peut vérifier que en faisant $t \to \infty$ on retrouve bien les résultats de la question 2.



dessin fait avec $C_1 > C_2$. Si $C_2 > C_1$, les 2 courbes se croisent.

5. Il suffit de faire la différence entre l'énergie initialement stockée dans les condensateurs et celle stockée pour $t \to \infty$:

$$E_{dissipée} = E_{stockée}(t=0) - E_{stockée}(t \to \infty)$$

$$= \frac{q_0^2}{2C_1} - \left(\left(\frac{q_0 C_1}{C_1+C_2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2C_1} + \left(\frac{q_0 C_2}{C_1+C_2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2C_2} \right)$$

$$= \frac{q_0^2}{2}\left[\frac{1}{C_1} - \frac{C_1}{(C_1+C_2)^2} - \frac{C_2}{(C_1+C_2)^2}\right]$$

$$= \frac{q_0^2}{2C_1(C_1+C_2)^2}\left[(C_1+C_2)^2 - C_1^2 - C_1C_2\right]$$

$$= \frac{q_0^2}{2C_1(C_1+C_2)^2}\left[C_1C_2 + C_2^2\right]$$

$$= \frac{q_0^2 C_2 \cancel{(C_1+C_2)}}{2C_1(C_1+C_2)^{\cancel{2}}}$$

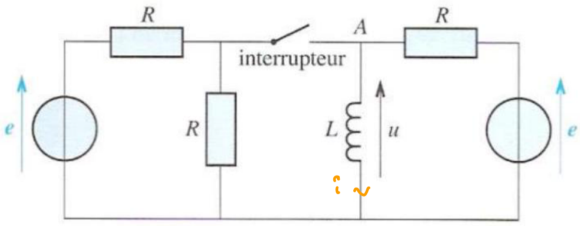
Donc $\boxed{E_{dissipée} = \frac{q_0^2 C_2}{2C_1(C_1+C_2)}}$

Exercice 5

On considère le circuit représenté ci-contre. A t=0 on ferme l'interrupteur.

1. Quelle est la condition initiale sur la l'intensité du courant électrique qui circule dans la bobine

2. Réduire le circuit (lorsque l'interrupteur est fermé) à un générateur de thévenin branché aux bornes de la bobine



3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant électrique qui circule dans la bobine, notée i

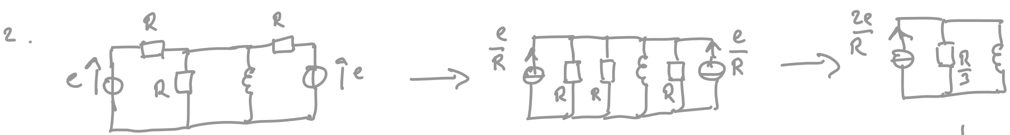
4. Donner l'expression et tracer l'allure de i

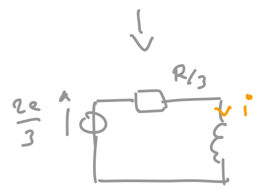
5. Pouvait-on prévoir sans calcul la valeur de i après un temps ' 'très long', ?

6. Déterminer l'expression de la tension aux bornes de la bobine, notée u

7. Comment pourrait-on trouver directement la condition initiale sur u (juste après la fermeture de l'interrupteur)

1. Avant la fermeture de l'interrupteur, $i = \frac{e}{R}$ et la bobine impose la continuité, donc $i(t=0) = \frac{e}{R}$

2. 

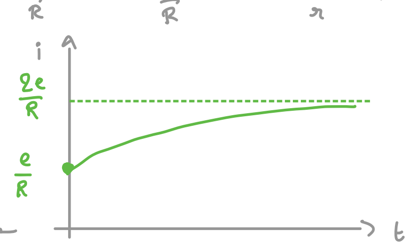


3. $L\frac{di}{dt} + \frac{R}{3} i = \frac{2e}{3}$

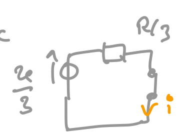
soit $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{2e}{3L}$ avec $\boxed{\tau = \frac{3L}{R}}$

4. $i = \lambda e^{-t/\tau} + \frac{2e}{R}$ et $i(t=0) = \frac{e}{R}$ donc $\frac{e}{R} = \lambda + \frac{2e}{R}$ ⇒ $\lambda = -\frac{e}{R}$

donc $\boxed{i = \frac{e}{R}\left(2 - e^{-t/\tau}\right)}$

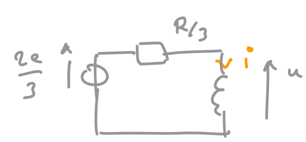


5. Oui, "après un temps très long" régime stationnaire donc bobine ⟷ —

donc  $i = \frac{2e}{R}$

6. $u = L\frac{di}{dt} = -\frac{Le}{R}\left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau}$

donc $u = \frac{e}{3} e^{-t/\tau}$

7. C.I sur u : 

$u = \frac{2e}{3} - \frac{R}{3} i$

et $i(t=0) = \frac{e}{R}$ donc $u(t=0) = \frac{2e}{3} - \frac{R}{3}\frac{e}{R}$

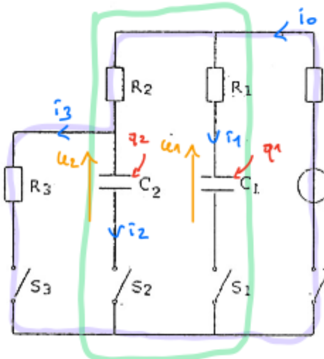
soit $u(t=0) = \frac{e}{3}$ cohérent avec la question 6.

= 31,7 nF.

Exercice 6

Dans le circuit représenté ci-dessous, les interrupteurs sont initialement ouverts et les condensateurs déchargés. On donne $R_0 = 50\ \Omega$; $R_1 = R_2 = R_3 = 25\ \Omega$; $E_0 = 10$ V ; $C_1 = 1\ \mu$F et $C_2 = 4\ \mu$F.

1. On ferme les interrupteurs S_0, S_1 et S_2 ; S_3 restant ouvert. Que valent les charges des condensateurs après un temps très long ?
2. On ferme ensuite S_3. Même question.
3. On ouvre alors simultanément S_0 et S_3. Même question.



question 2. un courant circule dans la maille surlignée en violet.

1. En RS, S_3 étant ouvert, aucun courant ne circule (C_1 et C_2 se comportent comme des inter-ouverts). Alors toutes les tensions aux bornes des résistances sont nulles, et $u_1 = u_2 = E_0$.
D'où $q_1 = C_1 E_0 = 10\ \mu C$
et $q_2 = C_2 E_0 = 40\ \mu C$

2. Un courant circule dans R_0, R_2 et R_3, qui vaut $i_0 = \dfrac{E_0}{R_0 + R_2 + R_3} = 0,1$ A.
Alors $u_1 = E_0 - R\, i_0$ (i_1 est toujours nul)
et $u_2 = R_3\, i_0$ ($i_3 = i_0$)
On trouve ainsi $q_1 = 5\ \mu C$
et $q_2 = 10\ \mu C$

3. On ne considère que la partie du circuit entourée en vert, et $i_2 = -i_1$.
Comme $i_1 = \dfrac{dq_1}{dt}$ et $i_2 = \dfrac{dq_2}{dt}$,
on a donc $\dfrac{dq_2}{dt} = -\dfrac{dq_1}{dt} \Rightarrow \dfrac{d}{dt}(q_1 + q_2) = 0$

D'où $q_1 + q_2 = c^{te}$, et c'est donc égal à la somme des charges initiales pour cette partie du régime transitoire, ce qui correspond à celles trouvées à la fin de la question 2 (on note $q_0 = 15\ \mu C$ cette valeur)

On a donc $q_1 + q_2 = q_0$.
Lorsque on sera revenu en RS, aucun courant ne circulera et aussi on aura $u_1 = u_2$, donc $\dfrac{q_1}{C_1} = \dfrac{q_2}{C_2}$.

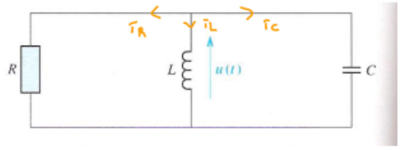
On en déduit $q_1 = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\, q_0 = 3\ \mu C$

et $q_2 = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}\, q_0 = 12\ \mu C$

Exercice 7

On considère le circuit RLC parallèle représenté ci-dessous, avec $R = 10k\Omega$; $L = 100mH$ et $C = 0,1\mu F$.

1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension u(t)
2. La mettre sous la forme : $(d^2u/dt^2) + (\omega_0/Q)(du/dt) + \omega_0^2 u = 0$ en donnant les expressions et les valeurs numériques de ω_0 et Q
3. Donner la forme générale de la solution
4. Les conditions initiales sont : charge du condensateur ~~1µF~~ 1µC et intensité du courant dans la bobine 2mA. Déterminer numériquement u(t).



1. loi des noeuds : $i_R + i_L + i_C = 0$

or, $i_R = \frac{u}{R}$; $i_C = C\frac{du}{dt}$ et $i_L = \frac{1}{L}\int u\,dt$

On dérive l'équation précédente : $\frac{di_R}{dt} + \frac{di_L}{dt} + \frac{di_C}{dt} = 0$

soit $\frac{1}{R}\frac{du}{dt} + \frac{u}{L} + C\frac{d^2u}{dt^2} = 0$

2. soit $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$ on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$

$\Downarrow$

$Q = RC\omega_0$

ce n'est pas la même expression que pour le RLC série !

finalement : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$

A.N : $\omega_0 = 10^4\ rad.s^{-1}$ $Q = 10$

3. Régime pseudo-périodique ($Q = 10$), donc :

$u = u_m e^{-t/\tau}\cos(\omega t + \phi)$

4. La bobine impose la continuité de i_L, et le condensateur celle de q.

Donc $i_L(t=0) = 2\ mA$ et $q(t=0) = 1\mu C$

On a donc $u(t=0) = 10\,V$, que l'on note u_0.

On a également besoin de $\frac{du}{dt}(t=0)$: $i_C = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$, donc $\frac{du}{dt}(t=0) = \frac{1}{C}i_C(t=0)$

on obtient $i_C(t=0)$ avec la loi des noeuds ! on connait $i_L(t=0)$ et $i_R(t=0) = \frac{u(t=0)}{R}$

$i_C(t=0) = -i_L(t=0) - i_R(t=0)$,

d'où $i_C(t=0) = -0,002 - \frac{10}{10^4} = -0,003\ A$ ($-3\ mA$), que l'on note i_0

ainsi, $\frac{du}{dt}(t=0) = \frac{i_0}{C}$

On a donc les C.I $\begin{cases} u(t=0) = u_0 & (u_0 > 0) \\ \frac{du}{dt}(t=0) = \frac{i_0}{C} & (i_0 < 0) \end{cases}$

On applique ces C.I à la condition donnée en (3),

sachant que $\frac{du}{dt} = u_m e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\cos(\omega t + \phi) - \omega\sin(\omega t + \phi)\right)$:

$$\begin{cases} u_m\cos(\phi) = u_0 & (1) \\ -u_m\left(\frac{1}{\tau}\cos(\phi) + \omega\sin(\phi)\right) = i_0/C & (2) \end{cases}$$

d'où $-\frac{u_0}{\cos(\phi)}\left(\frac{1}{\tau}\cos(\phi) + \omega\sin(\phi)\right) = \frac{i_0}{C}$

soit $\frac{1}{\tau} + \omega\tan(\phi) = -\frac{i_0}{Cu_0}$ et donc $\phi = \arctan\left(-\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{i_0}{Cu_0}\right)\right)$

(on veut bien $\cos(\phi) > 0$, puisque $u_0 > 0$).

A.N : $\phi = 0,25\ rad = 14°$

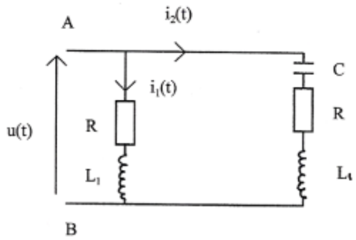
et on en déduit ensuite $u_m = 10,3\,V$.

~

Exercice 8

Dans ce circuit, $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

1) Déterminer $i_1(t)$ et $i_2(t)$.
2) On veut que $i_1(t)$ et $i_2(t)$ aient même valeur efficace et soient en quadrature. Montrer qu'il faut que $R = L_1\omega$ et $2R = 1/(C\omega)$



1- On pose :

$i_1 = I_{1m} \cos(\omega t + \phi_1)$

$i_2 = I_{2m} \cos(\omega t + \phi_2)$

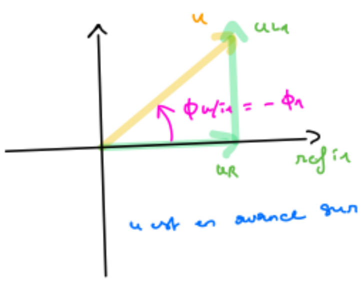
$\underline{u} = (R + j L_1\omega)\, \underline{i_1}$ donc $I_{1m} = \dfrac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L_1\omega)^2}}$ et $\phi_1 = -\arctan\left(\dfrac{L_1\omega}{R}\right)$

$\underline{u} = \left(R + j\left(L_1\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)\right)\underline{i_2}$ donc $I_{2m} = \dfrac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ et $\phi_2 = -\arctan\left(\dfrac{L_1\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$

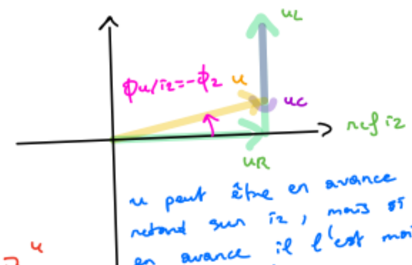
2. Même valeur efficace, donc même amplitude : $I_{1m} = I_{2m}$.

d'où $(L_1\omega)^2 = \left(L_1\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2$ et donc $L_1\omega = -\left(L_1\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right) \Rightarrow 2L_1\omega = \dfrac{1}{C\omega}$ (1)

On veut que i_1 et i_2 soient en quadrature, mais qui est en avance sur l'autre ? On peut faire 2 diagrammes de Fresnel :



u est en avance sur i_1



u peut être en avance ou en retard sur i_2, mais si il est en avance il l'est moins que par rapport à i_1.

On en conclut que i_2 est en avance sur i_1

C'est i_2 qui est en avance sur i_1, donc $\phi_{i_2/i_1} = \pi/2$ (quadrature $\Leftrightarrow$ déphasage $\pi/2$)

Or, $\phi_{i_2/i_1} = \phi_{i_2/u} + \phi_{u/i_1}$
$= \phi_2 - \phi_1$

Donc $\phi_2 - \phi_1 = \pi/2$, soit $\phi_2 = \phi_1 + \pi/2$

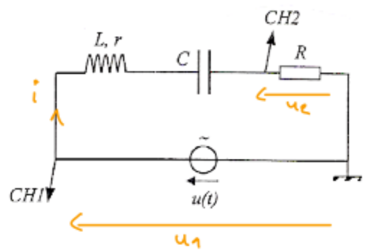
Or, $\tan(x + \pi/2) = \dfrac{\sin(x + \pi/2)}{\cos(x + \pi/2)} = \dfrac{\cos(x)}{-\sin(x)} = -\dfrac{1}{\tan(x)}$

donc $\tan(\phi_2) = -\dfrac{1}{\tan(\phi_1)}$, d'où $\dfrac{-\left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R} = \dfrac{R}{L_1\omega}$

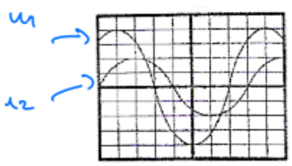
et donc $L_1\omega\left(\dfrac{1}{C\omega} - L_1\omega\right) = R^2$ (2)

En combinant (1) et (2) on trouve $L_1\omega = R$, d'où les résultats de l'énoncé.

Exercice 9



On voit que $T = 0{,}8$ ms $\Rightarrow \omega = 7{,}9 \cdot 10^3\ s^{-1}$



réglages :

BdT : 0,1 ms/div.
voie 1 : 1 V/div.
voie 2 : 1 V/div.

On relève sur cet enregistrement :

$$\begin{cases} \dfrac{U_{1m}}{U_{2m}} = 2 \\ \phi_{u_1/u_2} = +\pi/4 \end{cases}$$

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta t \leftarrow 0{,}1\text{ ms}}{T \leftarrow 0{,}8\text{ ms}}$$

$\underline{u_2} = R\,\underline{i}$ donc $U_{2m} = R\, I_m$

$\underline{u_1} = \underline{Z}\,\underline{i}$ avec $\underline{Z} = r + R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

donc $U_{1m} = \sqrt{(r+R)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\ I_m$

D'où $\dfrac{U_{1m}}{U_{2m}} = \dfrac{\sqrt{(r+R)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}{R}$

On voit que $\frac{U_{1m}}{U_{2m}} > 1$, d'où l'identification des courbes : u_1 correspond à la plus grande amplitude.

On obtient une première relation :

$$4R^2 = (r+R)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2 \quad (1)$$

On exploite ensuite le déphasage :

$\phi_{u_1/u_2} = \phi_{u_1/i}$ (car $u_2 = Ri$, donc u_2 est en phase avec i)

or, $\phi_{u_1/u_2} = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\dfrac{L\omega - 1/C\omega}{r+R}\right)$

d'où, puisque $\tan(\phi_{u_1/u_2}) = \tan(\pi/4) = 1$:

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = r + R \quad (2)$$

Il suffit pour conclure de combiner (1) et (2) :

$4R^2 = 2(r+R)^2$ donc $r = R(\sqrt{2} - 1)$ $\quad R = 50\,\Omega$

A.N : $r = 20{,}7\ \Omega$

Et $L = \dfrac{1}{\omega}\left(\dfrac{1}{C\omega} + r + R\right)$ $\quad C = 1\ \mu F$, $\omega = 7{,}9 \cdot 10^3\ s^{-1}$

A.N : $L = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ H (25 mH)

Exercice 10

Déterminer l'intensité i du courant dans la branche centrale du circuit ci-dessous.

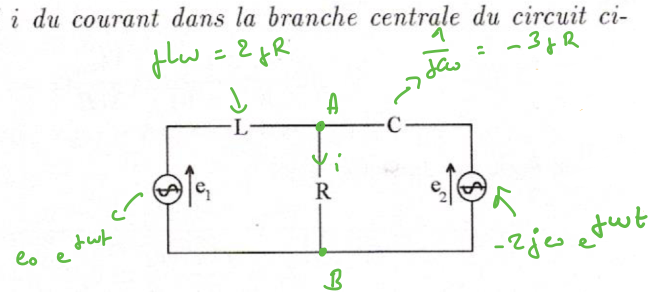
On donne :

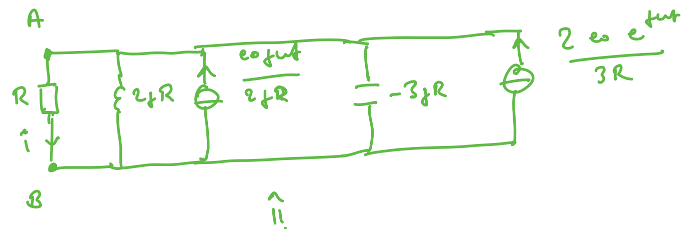
$e_1 = e_0 \cos \omega t$

$e_2 = 2e_0 \sin \omega t$

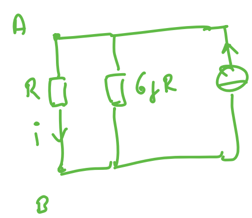
$L\omega = 2R$

$\dfrac{1}{C\omega} = 3R$

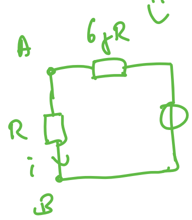




$$\frac{6R^2}{-jR} = 6jR$$



$$\frac{e_0 e^{j\omega t}}{R}\left(\underbrace{\frac{1}{2j} + \frac{2}{3}}_{\frac{-3j+4}{6}}\right)$$



$$\hat{I} \quad 6jR \cdot \frac{e_0 e^{j\omega t}}{R} \frac{(4-3j)}{6} = (3+4j) e_0 e^{j\omega t}$$

$$\underline{i} = \frac{(3+4j)\, e_0 \, e^{j\omega t}}{(1+6j)\, R}$$

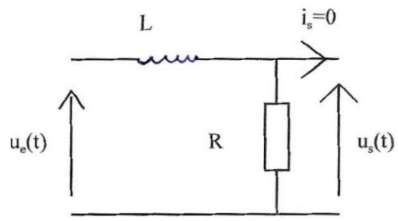
$$I_m = |\underline{i}| = \frac{e_0}{R} \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{37}} = \frac{5 e_0}{\sqrt{37}\, R}$$

$$\phi_i = \arg\left(\frac{3+4j}{1+6j}\right) = \arctan\left(4/3\right) - \arctan(6)$$

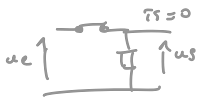
ϕ_{i/e_1}

Exercice 11

On considère le filtre schématisé ci-contre.
1) Prévoir qualitativement son comportement
2) Calculer la fonction de transfert
3) En déduire la fréquence de coupure
4) Déterminer le gain et le déphasage
5) Tracer les diagrammes de Bode (G_{dB} et ϕ en fonction de $\log x$)
6) Donner sa nature et son ordre.

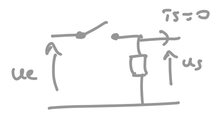


1. BF :



$u_s = u_e$

HF :



$u_s = 0$

donc passe bas.

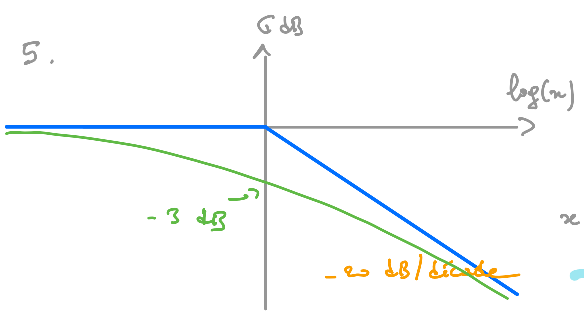
2. $\underline{u_s} = \underline{u_e}\,\frac{R}{R+jL\omega} = \underline{u_e}\,\frac{1}{1+j\frac{L\omega}{R}}$ donc $\boxed{\underline{H} = \frac{1}{1+j\frac{L\omega}{R}}}$

3. $G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1+(L\omega/R)^2}}$ donc $G_{max} = 1$ et $G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$ donc $\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

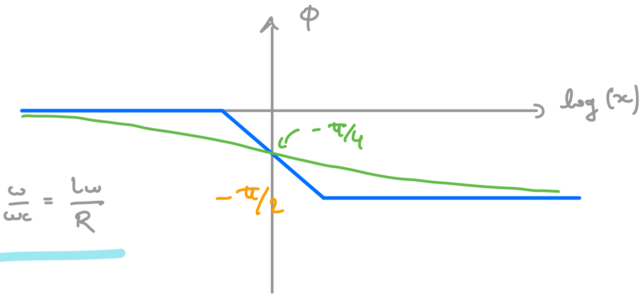
donc $1+\left(\frac{L\omega}{R}\right)^2 = 2$ et finalement $\boxed{\omega_c = \frac{R}{L}}$

4. gain déjà fait, $\phi = \arg(\underline{H})$ donc $\phi = -\arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$

5.



$x = \frac{\omega}{\omega_c} = \frac{L\omega}{R}$



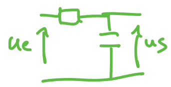
6. passe bas du 1° ordre ...

Exercice 12

1) Donner le schéma et les valeurs des composants d'un filtre passe-bas d'ordre 1 de fréquence de coupure 1,5kHz et d'impédance d'entrée 1kΩ en hautes fréquences utilisant une résistance et un condensateur

2) Même question pour un filtre passe bande d'ordre 2 de bande passante comprise entre 20 Hz et 20kHz avec une impédance d'entrée minimale de 1kΩ en utilisant une résistance, une bobine et un condensateur

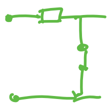
1)



$\underline{H} = \frac{1}{1+j\,\omega/\omega_c}$

$\omega_c = \frac{1}{RC} \Rightarrow RC = \frac{1}{2\pi f_c}$

vu de l'entrée, à vide, en HF :

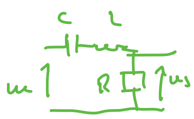


$Z_e = R$

donc $R = 1k\Omega$,

et donc $C = \frac{1}{2\pi f_c R} = 106\ nF$

2)



Z_e est min à la résonance

$\Rightarrow R = 1k\Omega$

$f_0 \simeq 10\ kHz \Rightarrow \omega_0 = 2\pi f_0$

$= 6{,}28 \cdot 10^4\ s^{-1}$

De plus $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ et $\Delta f \simeq 20\ kHz$

donc $Q = 1/2$

Or, $Q = \frac{L\omega_0}{R}$ donc $L = \frac{RQ}{\omega_0}$

Ce qui donne $L = 8\ mH$

Enfin, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ donc $C = \frac{1}{L\omega_0}$

On obtient $C = 31{,}7\ nF$.